SIMPLIFIED SERIES OF
CIVIL ENGINEERING

清华大学土木工程系组编

丛书主编　崔京浩

崔清洋　编著

简明土木工程系列专辑

简明程序结构力学

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn
知识产权出版社
www.cnipr.com

Simplified Series of Civil Engineering

清华大学土木工程系组编

丛书主编　崔京浩

崔清洋　编著

简明土木工程系列专辑

简明程序结构力学

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn
知识产权出版社
www.cnipr.com

内容提要

本书是在作者基于多年的结构力学教学、结构力学与计算机相结合的研究成果编撰而成，结合连续梁、平面桁架和平面刚架三种典型结构，将矩阵代数、力学原理、框图设计和程序设计有机地融合在一起，详细介绍了有限单元法分析原理及方法，并提供了丰富的实际工程算例。

本书体系新颖、实用性强，正确处理了计算原理与计算方法的关系；所编程序选用基于Windows平台的可视化的Visual BASIC语言编写设计，程序界面良好，方便使用。

本书既适于作为一般全日制普通高等院校应用型土木工程专业的本科生教材，亦可供从事工程结构设计、研究及施工的专业技术人员参考。

选题策划：阳 淼 张宝林 E-mail：yangsanshui@vip. sina. com；z_baolin@263. net

责任编辑：阳 淼 张宝林

文字编辑：张 冰

图书在版编目（CIP）数据

简明程序结构力学/崔清洋编著．—北京：中国水利水电出版社：知识产权出版社，2008

（简明土木工程系列专辑/崔京浩主编）

ISBN 978-7-5084-5199-2

Ⅰ．简… Ⅱ．崔… Ⅲ．结构力学 Ⅳ．O342

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第196282号

简明土木工程系列专辑

简明程序结构力学

崔清洋 编著

中国水利水电出版社 出版 发行（北京市西城区三里河路6号；电话：010-68331835 68357319）

知识产权出版社 出版 发行（北京市海淀区马甸南村1号；电话：010-82005070）

北京科水图书销售中心（零售） 电话：（010）88383994、63202643

全国各地新华书店和相关出版物销售网点经销

中国水利水电出版社微机排版中心排版

北京市兴怀印刷厂印刷

850mm×1168mm 32开 9.25印张 249千字

2008年1月第1版 2008年1月第1次印刷

印数：0001—4000册

定价：**20.00**元

ISBN 978-7-5084-5199-2

总 序

国务院学位委员会在学科简介中为土木工程所下的定义是："土木工程（Civil Engineering）是建造各类工程设施的科学技术的统称。它既指工程建设的对象，即建造在地上、地下、水中的各种工程设施，也指所应用的材料、设备和所进行的勘测、设计、施工、保养、维修等专业技术"。土木工程是一个专业覆盖面极广的一级学科。

英语中"Civil"一词的意义是民间的和民用的。"Civil Engineering"一词最初是对应于军事工程（Military Engineering）而诞生的，它是指除了服务于战争设施以外的一切为了生活和生产所需要的民用工程设施的总称，后来这个界定就不那么明确了。按照学科划分，地下防护工程、航天发射塔架等设施也都属于土木工程的范畴。

土木工程是国家的基础产业和支柱产业，是开发和吸纳我国劳动力资源的一个重要平台，由于它投入大、带动的行业多，对国民经济的消长具有举足轻重的作用。改革开放后，我国国民经济持续高涨，土建行业的贡献率达到1/3；近年来，我国固定资产的投入接近甚至超过GDP总量的50%，其中绝大多数都与土建行业有关。随着城市化的发展，这一趋势还将继续呈现增长的势头。

相对于机械工程等传统学科而言，土木工程诞生得更早，其发展及演变历史更为古老。同时，它又是一个生命力极强的学科，它强大的生命力源于人类生活乃至生存对它的依赖，甚至可以毫不夸张地说，只要有人类存在，土木工程就有着强大的社会需求和广阔的发展空间。

随着技术的进步和时代的发展，土木工程不断注入新鲜血液，呈现出勃勃生机。其中工程材料的变革和力学理论的发展起

着最为重要的推动作用。现代土木工程早已不是传统意义上的砖瓦灰砂石，而是由新理论、新技术、新材料、新工艺、新方法武装起来的为众多领域和行业不可或缺的大型综合性学科，一个古老而又年轻的学科。

综上所述，土木工程是一个历史悠久、生命力强、投入巨大、对国民经济具有拉动作用、专业覆盖面和行业涉及面极广的一级学科和大型综合性产业，为它编写一套集新颖性、实用性和科学性为一体的“简明系列专辑”，既是社会的召唤和需求，也是我们的责任和义务。

清华大学土木工程系是清华大学建校后成立最早的科系之一，历史悠久，实力也比较雄厚，有较强的社会影响和较广泛的社会联系，组编一套“简明土木工程系列专辑”，既是应尽的责任也是一份贡献，但面对土木工程这样一个覆盖面极广的一级学科，我们组编实际起两个作用：其一是组织工作，组织广大兄弟院校及设计施工部门的专家和学者们编写；其二是保证质量的作用，我们有一个较为完善的专家库，必要时请专家审阅、定稿。

简明土木工程系列专辑包括以下几层含义：简明，就是避免不必要的理论证明和繁琐的公式推导，采用简洁明快的表述方法，图文并茂，深入浅出，浅显易懂；系列，指不是一本书而是一套书，这套书力争囊括土木工程涵盖的各个次级学科和专业；专辑，就是以某个特定内容编辑成册的图书，每本书的内容可以是某种结构的分析与计算，某个设计施工方法，一种安装工艺流程，某种监测判定手段，一个特定的行业标准，等等，均可独立成册。

这套丛书不称其为“手册”而命名为“系列专辑”，原因之一是一些特定专题不易用手册的方法编写；原因之二是传统的手册往往“大而全”，书厚且涉及的技术领域多，而任何一个工程技术人员在某一个阶段所从事的具体工作又是针对性很强的，将几个专业甚至一个项目的某个阶段集中在一本“大而全”的手册势必造成携带、查阅上的不方便，加之图书的成本过高，编写机构臃肿，组织协调困难，出书及再版周期过长，以致很难反映现

代技术飞速发展、标准规范规程更新速度太快的现实。考虑到这些弊端，这套系列专辑采用小开本，在选题上尽量划分得细一些，视专业、行业、工种甚至流程的不同，能独立成册的绝不合二为一，每本书原则上只讨论一个专题，根据专题的性质和特点有的书名仍冠以“手册”两字。

这套系列专辑的编写严格贯彻“新颖性、实用性、科学性”三大原则。

新颖性，就是充分反映有关新标准、新规程、新规范、新理论、新技术、新材料、新工艺、新方法，老的、过时的、已退出市场的一律不要。体现强劲的时代风貌。

实用性，就是避免不必要的说理和冗长的论述，尽可能从实用的角度用简洁的语言以及数据、表格、曲线图形来表述；深入浅出，让人一看就懂，一懂能用；不是手册，胜似手册。

科学性，就是编写内容均有出处，参考文献除国家标准、行业标准、地方标准必须列出以外，尚包括引用的论文、专著、手册及教科书。

这套系列专辑的读者对象是比较宽泛的，它包括大专院校师生，土木工程领域的管理、设计、施工人员，以及具有一定阅读能力的建筑工人。它既可作为土建技术人员随身携带及时查阅的手册，又可选作大专院校、高职高专的教材及专题性教辅材料。

崔京浩

2005 年 10 月于清华园

崔京浩，男，山东淄博人。1960 年清华大学土建系毕业，1964 年清华大学结构力学研究生毕业，1986～1988 年赴挪威皇家科学技术委员会做博士后，从事围岩应力分析的研究。先后发表论文 150 多篇，编著专业书 4 本，参加并组织编写巨著《中国土木工程指南》，任编辑办公室主任，并为该书撰写绪论；主持编写由清华大学土木工程系组编的“土木工程新技术丛书”和“简明土木工程系列专辑”，并任主编。曾任清华大学土木系副系主任，现为中国力学学会理事，《工程力学》学报主编，享受国务院特殊津贴。

前 言

本书是作者基于多年的结构力学教学经验以及结构力学与计算机相结合的研究成果编撰而成的，并结合连续梁、平面桁架和平面刚架三种典型结构，将矩阵代数、力学原理、框图设计和程序设计有机地融合在一起分析，具有以下特色：

（1）本书选用三种典型结构来介绍有限单元法分析原理及方法，并将计算方法与程序设计相融合，这符合一般的认识过程和认识论规律。本书可选作教材，其好处在于可以使学生通过学习少数典型结构的分析方法，练就“举一反三”之功力。

（2）本书体系新颖、实用性强，正确处理了计算原理与计算方法的关系，并将力学原理、框图设计、编程设计、程序调试和程序应用有机结合。此外，有的程序还留有功能“接口”，以便学生在使用过程中不断完善和丰富，培养他们的创造和创新精神。

（3）本书提供了丰富的实际工程结构算例，以帮助学生熟练掌握程序的灵活应用，并真正将结构计算机分析的本领学到手，从而提高结构力学计算机分析的实践能力。

（4）本书所编程序选用基于 Windows 平台的可视化的Visual BASIC 语言编写设计。对于学过这些编程语言的学生来说，本书对如何结合实际问题设计、编写计算机程序会大有帮助。而且，程序界面良好，方便用户使用。

结构力学的计算机分析，实质上是用“程序”进行结构的分析计算，本书所编程序是针对工程上最常用的连续梁、平面桁架和平面刚架三种典型结构分析计算的，程序简明而实用，初学者也能看懂。为此，特将书名取为《简明程序结构力学》。本书所编用于连续梁、平面桁架和平面刚架等以及平面结构分析计算的

可执行程序，读者可到中国水利水电出版社网站的下载中心下载，网址为 http：//www.waterpub.com.cn。

在本书所编程序的研制、设计以及源程序的输入和调试过程中，得到了齐秀清实验师的大力相助；清华大学土木工程系的匡文起教授对程序设计提出了许多宝贵意见；学生季晓卫、王长根参加了程序的调试工作，在此向他们表示衷心感谢。

限于作者水平，书中不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

作　者

2007 年 11 月 20 日

清华大学土木工程系组编

简明土木工程系列专辑

土木工程是一个历史悠久、生命力强、投入巨大、对国民经济具有拉动作用、专业覆盖面和行业涉及面极广的一级学科和大型综合性产业，为它编一套集新颖性、实用性和科学性为一体的“简明系列专辑”，既是社会的召唤和需求，也是我们的责任和义务。

新颖性——反映新标准、新规程、新规范、新理论、新技术、新材料、新工艺、新方法。

实用性——深入浅出，让人一看就懂，一懂能用，不是手册，胜似手册。

科学性——编写内容均有出处。

——摘自《简明土木工程系列专辑》总序

目 录

总序
前言
第 1 章 矩阵代数与运算程序 …………………………… 1
第 1 节 矩阵的定义与表示方法/ 1
第 2 节 结构矩阵分析与矩阵的关系/ 3
第 3 节 特殊形式的矩阵/ 4
第 4 节 矩阵的基本运算方法及其计算机程序/ 10
第 5 节 线性方程组解法/ 31
第 2 章 连续梁分析的计算机方法 …………………………… 43
第 1 节 计算原理和数学模型/ 43
第 2 节 连续梁的整体分析/ 48
第 3 节 框图设计及计算机程序/ 63
第 4 节 连续梁 VB 计算程序应用指南及示例/ 83
第 3 章 平面桁架分析的计算机方法 …………………………… 95
第 1 节 结构图形数据化/ 96
第 2 节 单元分析/ 99
第 3 节 计算位移对号/ 103
第 4 节 整体刚度矩阵的半带存储/ 104
第 5 节 高斯带消元法解方程/ 107
第 6 节 计算内力/ 109
第 7 节 计算支座反力/ 110
第 8 节 平面桁架计算机程序/ 111
第 9 节 平面桁架 VB 计算程序及其应用指南/ 116
第 10 节 平面桁架 VB 计算程序的灵活应用/ 140
第 4 章 平面刚架分析的计算机方法 …………………………… 142

第 1 节　计算原理和程序总流程图/ 142
第 2 节　描述刚架的数据/ 146
第 3 节　单元分析/ 151
第 4 节　结构整体刚度矩阵的集成/ 161
第 5 节　建立外力向量/ 167
第 6 节　半带消元法解整体刚度方程求结点位移/ 173
第 7 节　计算欲求截面的内力/ 173
第 8 节　平面刚架计算机分析程序/ 179
第 9 节　平面刚架 VB 计算程序及应用指南/ 187
第 10 节　平面刚架 VB 计算程序的灵活应用/ 233
第 5 章　平面结构 VB 计算程序应用指南 ························ 239
第 1 节　原始数据/ 239
第 2 节　原始数据的输入和计算/ 248
第 3 节　平面结构 VB 计算程序应用示例/ 254
参考文献·· 279
出版者的话

第 1 章　矩阵代数与运算程序

矩阵代数是高等数学的一个重要分支，是结构力学计算机分析方法的数学基础。本章不对它进行全面讨论，只是对后面章节中需要用到的有关矩阵的基本知识作一些简要的介绍，并给出了与结构分析、程序设计有关的矩阵运算方法相应的计算流程图和程序。

第 1 节　矩阵的定义与表示方法

矩阵是一些数、一些符号或一些数和符号按照一定次序的矩形排列。例如以下三种形式：

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 4 \\ 4 & -7 & 9 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 3 \\ b_{21} & b_{22} & 5 \\ b_{31} & b_{32} & 7 \\ b_{41} & b_{42} & 9 \end{bmatrix}$$

矩阵的行数和列数的乘积，称为矩阵的阶。例如，在上述三个矩阵中，第一个矩阵的阶数为 $3\times3=9$，第二个矩阵的阶数为 $2\times5=10$，第三个矩阵的阶数为 $4\times3=12$。

矩阵通常用一个或几个任意的拉丁字母外加方括号来表示。例如，上面三个矩阵中可用 $[A]$ 表示第一个矩阵，可用 $[B]$ 表示第二个矩阵，可用 $[C]$ 表示第三个矩阵，即

$$[A]=\begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 4 \\ 4 & -7 & 9 \end{bmatrix}, \quad [B]=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \end{bmatrix},$$

$$[C]=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 3 \\ b_{21} & b_{22} & 5 \\ b_{31} & b_{32} & 7 \\ b_{41} & b_{42} & 9 \end{bmatrix}$$

有时，为了表示一个矩阵所具有的行数和列数，常在方括号外将矩阵行数和列数的乘积用下标来表示。下标中第一个数值表示矩阵的行数，第二个数值表示矩阵的列数。例如，上面三个矩阵可以分别写为

$$[A]_{3\times3}，\quad [B]_{2\times5}，\quad [C]_{4\times3}$$

矩阵中，每一个数或符号，称为矩阵的元素。矩阵的元素可以用它们所在的行数和列数通过下标来定位。矩阵元素的下标中，第一个数值表示元素所在的行，第二个数值表示元素所在的列。以上面三个矩阵为例，第一个矩阵中，第一行第二列的元素 $a_{12}=5$；第二个矩阵中，第一行第三列的元素 $b_{13}=a_{13}$。第三个矩阵中，第三行第三列的元素 $c_{33}=7$。

将一些数或一些符号的矩形排列用一个或几个拉丁字母表示，可使矩阵的表达形式非常简洁。但要注意的是：不要将矩阵和行列式相混淆。矩阵和行列式的区别在于以下三方面：

(1) 矩阵只表示一些数或一些符号的集合，而行列式所表示的是一个数。

(2) 矩阵用一个任意的拉丁字母外加方括号来表示，而行列式则用任意的拉丁字母外加两竖线来表示，即 $[A]$ 为矩阵，$|A|$ 为行列式。

(3) 矩阵不能被展开，而行列式可以展开。例如

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}=2\times5-3\times4=10-12=-2$$

而

$$[A]=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}\neq-2$$

第 2 节　结构矩阵分析与矩阵的关系

由结构力学可知，解超静定结构的基本方法是力法和位移法。用力法求解一个 n 次超静定结构时，最后归结为解算下面一组典型的线性方程组：

$$\left.\begin{aligned} \delta_{11}x_1+\delta_{12}x_2+\cdots+\delta_{1n}x_n &= \Delta_{1P} \\ \delta_{21}x_1+\delta_{22}x_2+\cdots+\delta_{2n}x_n &= \Delta_{2P} \\ &\vdots \\ \delta_{n1}x_1+\delta_{n2}x_2+\cdots+\delta_{nn}x_n &= \Delta_{nP} \end{aligned}\right\} \tag{1.1}$$

式中：x_i 为第 i 个多余约束力；δ_{ij} 为基本结构上，由于第 j 个多余约束力 $x_j=1$ 单独作用时，沿第 i 个多余约束力 x_i 方向产生的位移，根据位移互等定理，有 $\delta_{ij}=\delta_{ji}$；Δ_{iP} 为基本结构上，由于荷载 P 单独作用时，沿第 i 个多余约束力 x_i 方向产生的位移。

如果将式（1.1）写成矩阵形式，可以将它表示为

$$[A]\{X\}=\{B\} \tag{1.2}$$

其中

$$[A]=\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \cdots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \cdots & \delta_{nn} \end{bmatrix},\quad \{X\}=\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix},\quad \{B\}=\begin{Bmatrix} \Delta_{1P} \\ \Delta_{2P} \\ \vdots \\ \Delta_{nP} \end{Bmatrix}$$

式中：$[A]$ 为柔度系数矩阵；$\{X\}$ 为未知力矩阵；$\{B\}$ 为自由项矩阵。

用位移法求解超静定结构（也可求解静定结构），当有 n 个未知的结点位移时，最后归结为解算下面一组典型的线性方程组：

$$\left.\begin{aligned} r_{11}z_1+r_{12}z_2+\cdots+r_{1n}z_n &= R_{1P} \\ r_{21}z_1+r_{22}z_2+\cdots+r_{2n}z_n &= R_{2P} \\ &\vdots \\ r_{n1}z_1+r_{n2}z_2+\cdots+r_{nn}z_n &= R_{nP} \end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

式中：z_i 为第 i 个附加约束处的实际位移；r_{ij} 为基本结构上，由于第 j 个结点位移 $z_j=1$ 单独发生时，在第 i 个附加约束处产生的约束反力，根据反力互等定理，有 $r_{ij}=r_{ji}$；R_{iP} 为基本结构上，由于荷载 P 单独作用时，在第 i 个附加约束处产生的约束反力。

如果将式（1.3）写成矩阵形式，可以将它表示为

$$[C]\{Z\}=\{D\} \tag{1.4}$$

其中

$$[C]=\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix},\quad \{Z\}=\begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{Bmatrix},\quad \{D\}=\begin{Bmatrix} R_{1P} \\ R_{2P} \\ \vdots \\ R_{nP} \end{Bmatrix}$$

式中：$[C]$ 为刚度系数矩阵；$\{Z\}$ 为未知的结点位移矩阵；$\{D\}$ 为自由项矩阵。

比较式（1.1）和式（1.2）与式（1.3）和式（1.4），显然，采用矩阵形式的式（1.2）和式（1.4）表示结构分析的方程组更为简洁，而且还便于运算和编写计算机程序。

第 3 节　特殊形式的矩阵

从本章第 2 节的讨论可以看出，式（1.2）中的矩阵 $[A]$、矩阵 $\{X\}$ 和矩阵 $\{B\}$，与式（1.4）中的矩阵 $[C]$、矩阵 $\{Z\}$ 和矩阵 $\{D\}$，形式不同，各有其特点。矩阵 $[A]$ 和矩阵 $[C]$ 的行数与列数相等，矩阵 $\{X\}$、矩阵 $\{B\}$、矩阵 $\{Z\}$ 和矩阵 $\{D\}$ 都只有一列。在以后的讨论中，还会遇到一些其他形式的特殊矩阵，所以在这里先给它们一个定义。

3.1　行矩阵

只有一行的矩阵称为行矩阵。例如

$$[E]=[e_1 \quad e_2 \quad \cdots \quad e_n] \tag{1.5}$$

其中，元素 e 的下标表示该元素所在的列数。

3.2　列矩阵

只有一列的矩阵称为列矩阵。例如，式（1.2）中的矩阵 $\{X\}$ 和矩阵 $\{B\}$，以及式（1.4）中的矩阵 $\{Z\}$ 和矩阵 $\{D\}$，都是列矩阵。列矩阵一般用拉丁字母外加花括号“$\{\quad\}$”来表示，例如

$$\{X\}=\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \tag{1.6}$$

列矩阵也称为列向量。式（1.6）也可以表示成下面的形式：

$$\{X\}=[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T \tag{1.7}$$

其中，元素 x 的下标表示该元素所在的行数。

3.3　转置矩阵

将一个矩阵中各元素所在行数和列数相互对换后所得到的矩阵，称为原来矩阵的转置矩阵，记作 $[\quad]^T$。例如

$$[C]=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

其转置矩阵为

$$[C]^T=\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

3.4　方形矩阵

行数与列数相等的矩阵，称为方形矩阵，或简称为方阵。例如，式（1.2）中的矩阵 $[A]$ 及式（1.4）中的矩阵 $[C]$ 都是方阵。方阵的阶数可用其行数（或列数）来表示，例如，式（1.2）中的矩阵 $[A]$ 和式（1.4）中的矩阵 $[C]$，都是 n 阶方阵。