

井眼轨道几何学

刘修善 著

Geometry of
Wellbore Trajectory

石油工业出版社

井眼轨道几何学

刘修善 著

石油工业出版社

内 容 提 要

本书是系统阐述石油钻井中井眼轨道设计、监测及控制方法的学术专著,共分四篇,九章。第一篇大地测量学基础,介绍了大地测量和地球椭球及投影变换的基本理论,使读者能够了解和掌握定向钻井必备的相关知识;第二篇井眼轨道的数学模型,研究了井眼轨道空间形态的描述与计算方法以及典型的井眼轨道模型;第三篇井眼轨道设计理论,系统地阐述了二维和三维井眼轨道的设计方法;第四篇井眼轨道监测与控制方法,介绍了实钻轨迹监测方法和井眼轨道控制方案的设计方法。本书汇集了作者多年来的创新性研究成果,其中有些内容系首次发表。

本书兼顾了理论性和实用性,可供从事钻井工程、探矿工程及相关专业的研究人员、技术人员以及高等院校有关专业的师生阅读和参考。

图书在版编目(CIP)数据

井眼轨道几何学/刘修善著.

北京:石油工业出版社,2006.12

ISBN 7-5021-5858-8

I. 井…

II. 刘…

III. 油气钻井-轨道计算

IV. TE2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 148932 号

出版发行:石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址:www.petropub.cn

发行部电话:(010)64210392

经 销:全国新华书店

排 版:北京乘设伟业科技排版中心

印 刷:北京晨旭印刷厂

2006 年 12 月第 1 版 2006 年 12 月第 1 次印刷

787×1092 毫米 开本:1/16 印张:20.5

字数:525 千字 印数:1—1000 册

定价:96.00 元

(如出现印装质量问题,我社发行部负责调换)

版权所有,翻印必究

序

自从 1859 年在美国钻成世界上第一口油井,从而开始规模化开采石油以来,石油日益成为人类社会不可或缺的能源资源。20 世纪世界进入石油经济时代。当今石油和天然气已经成为世界上应用最广泛的能源,占总能源消费的 60% 以上。所以说油气资源是当代社会最重要的能源和战略物资,影响国计民生和国防安全。对石油的拥有量和消费量,往往也成了衡量一个国家综合国力和国民生活水平的标志之一。

由于油气资源深埋地下,要开采就必须钻井。钻井或以钻井为代表的工程技术,与勘探、开发共同构成支撑石油工业上游业务的三大支柱,这一点国际国内概莫能外。随着一百多年来石油工业的技术进步,今天的钻井已不单单是构建一条油气通道,而是日益成为提高勘探发现率和开发采收率的重要手段。20 世纪 90 年代以来,油气钻井高新技术发展很快,表现出“四高”特征,即在原来的“高投入、高产生、高风险”基础上,又增加了“高技术”的特点。美国能源部在展望 21 世纪钻井技术发展趋势时指出,今后的钻井是要“更深、更快、更便宜、更清洁”,我对此曾作了补充,还要“更安全、更聪明”——所谓更聪明,是指能大幅度提高勘探、开发效果的钻井方式和井型的变革,例如从直井向定向井的变革即为其例。

早期的石油钻井都是要钻直井。尽管在 1895 年以前就有利用特殊工具在直井中打捞落鱼而进行过侧钻,但国际钻井界公认有定向钻井的开端是在 1932 年——一位大胆的钻井承包商和工程师们,在美国加利福尼亚的 Huntington 海滩上安装钻机而弯曲地钻到海底油层,即今天所说的“海油陆采”——由此拉开了定向井时代的序幕,并在此后的几十年中,又进一步衍生出水平井、大位移井、多分支井和鱼骨井等先进的井型和成套技术。古人云:“凡事预则立,不预则废”,设计就是“预”,井眼轨道设计就是上述这些钻井成套技术中的第一个环节和关键之一。

井眼轨道设计技术以钻井目标为前提,以几何学为基础,以计算机软件为手段,以井眼轨道控制技术为制约。复杂的钻井目标要求高水平的设计,如 Designer's Well,而这样的设计必须通过建立在几何学方法基础上的软件系统加以实现,并且只能在现有井眼轨道控制技术所允许的条件下才能实现。反之,井眼轨道设计技术也会对井眼轨道控制技术提出要求并促进其向前发展。因此又可以说井眼轨道设计技术与井眼轨道控制技术相辅相成,密不可分。只有对钻井工艺和井眼轨道控制技术有足够了解和掌握的人,才能作出高水平的井眼轨道设计方案。同时考虑井眼轨道控制方案的设计往往也是轨道设计者份内的工作。

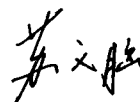
本书作者刘修善教授是位青年学者,他曾在我的指导下攻读博士学位,具有多年从事钻井教学与科研的经历。他在井眼轨道设计方面进行过长期的钻研,并颇有心得与建树。浏览此书,我的感受可概括为四个字:集成,创新。作者对前人在井眼轨道设计方面的研究成果加以

仔细研究,并吸收大地测量学和微分几何学的基本知识编入本书,从而为井眼轨道设计提供了更为坚实的基础和较高的起点,因而会使读者感到更具系统性;作者又把自己多年来的有关研究成果纳入本书,对前人文献中的讹误之处加以求证和修改完善,因而不乏创新性。

祝贺本书的正式出版,同时也期望我国年青的钻井科技工作者能在繁忙的工作之余,把自己的研究成果编纂成书,以提高我国油气钻井专业教学与科研的水平,推动钻井技术的进一步发展。

是为序。

中国工程院院士



2006. 12

前 言

石油天然气作为一种主要能源,已成为世界性产业革命的支柱。随着对油气需求量的日益增长和石油勘探开发程度的不断提高,石油钻井所面临的地质环境越来越复杂,对钻井工程设计、随钻监测与控制、井身质量和钻井效率的要求也越来越高。定向钻井可以解决直井难以解决的许多技术问题,其发展历史可追溯到19世纪末期,而在世界范围内进行定向钻井技术的系统研究开始于20世纪50年代。进入20世纪80年代以来,随钻测量技术、PDC钻头和导向钻井工具的研究和应用,有效地推动了定向钻井技术的迅速发展。特别是近20年间,水平井和大位移井技术的推广应用,取得了巨大的技术经济效益和社会效益,使定向钻井技术成为了石油勘探开发中的一项重要技术。

近20余年来,定向钻井技术无论是在随钻测量仪器、井下工具及导向钻井系统的开发与应用方面还是在井眼轨道设计、监测及控制方法等基础理论的研究方面都取得了重要进展。作者自1984年参加工作以来,一直从事井眼轨道设计理论与监测方法方面的研究及应用工作。在一些专家和朋友的鼓励下,经过近5年的思考和筹备,决定尝试撰写一部有关的学术专著,以总结20余年来的粗浅认识和体会。作者希望本书能够产生抛砖引玉的效果,为相关专业的研究人员和技术人员提供有益的参考,并对促进定向钻井技术的进一步发展起到积极的作用。

本书共分四篇,九章。第一篇大地测量学基础,介绍了大地测量和地球椭球及投影变换的基本理论,主要是为了使钻井工程师和研究人员能够了解和掌握定向钻井必备的相关知识,特别是有关高斯投影变换和方位角及其归化方面的知识。其中,第一章大地测量基础知识,阐述了地球的几何特征和物理特征、大地测量的基准面和高程系统以及大地测量坐标系统和国家大地测量基准;第二章地球椭球及投影变换,介绍了地球椭球的数学性质、投影方法和投影变形,详细阐述了高斯投影原理及投影变换方法、磁偏角和子午线收敛角的概念及计算方法、方位角的基准及其归化问题。第二篇井眼轨道的数学模型,研究了井眼轨道空间形态的描述与计算方法以及典型的井眼轨道模型。其中,第三章井眼轨道的空间形态,系统地阐述了井眼轨道弯曲和扭转的几何意义和运动学意义,揭示了井眼轨道参数之间的内在关系和基本特征,并探讨了井眼轨道挠曲参数的计算方法;第四章二维井眼轨道模型,分析了二维井眼轨道模型的力学基础,重点介绍了圆弧线模型、悬链线模型和抛物线模型的数学模型;第五章三维井眼轨道模型,主要研究了三维井眼轨道模型的数学特征及其描述方法,通过阐述典型模型的基本假设、适用条件以及井眼轨道参数的计算方法,为井眼轨道设计与计算奠定了基础。第三篇井眼轨道设计理论,系统地阐述了二维和三维井眼轨道的设计方法。其中,第六章二维井眼轨道设计,介绍了典型圆弧型剖面 and 靶区内井眼轨道的设计方法,阐述了井身剖面的特征参数及约束方程、通用圆弧型剖面以及交互式的设计理念和设计方法,还探讨了悬链线剖面 and 抛物线剖面的设计方法;第七章三维井眼轨道设计,介绍了简单障碍物模型的三维绕障井设计方法以及适当条件下的二维绕障井设计方法,阐述了方位漂移轨道的数学模型和约束方程以及适用于各种方位漂移规律的定向井、水平井和大位移井设计方法,还介绍了侧钻定向井和水平井的设计方法。第四篇井眼轨道监测与控制方法,介绍了实钻轨迹监测方法和井眼轨道控制方案的设计方法。其中,第八章实钻轨迹监测方法,介绍了实钻轨迹的测斜计算方法、实钻轨迹与设计轨

道间的偏差分析方法以及用于邻井防碰和救援井中靶的最远距离计算方法;第九章井眼轨道控制方案设计,介绍了井眼方向控制方案和中靶控制方案的设计方法,阐述了同时满足井眼方向和中靶要求的软着陆控制方案设计方法,还介绍了弯壳体导向钻具几何造斜率的计算方法。本书围绕井眼轨道设计、监测及控制方法的理论体系,贯穿了系统的几何学研究方法,故定名为井眼轨道几何学。

虽然作者有写好本书的强烈愿望,但因能力和水平有限,疏漏和谬误之处在所难免,恳请同行专家批评指正。

本书是作者多年来学习和工作的总结,在此要特别感谢中国工程院院士苏义脑教授和清华大学副校长岑章志教授的指导和培养,苏义脑院士还在百忙之中审阅了书稿并为本书作序。同时感谢中国石油化工股份有限公司石油勘探开发研究院及德州石油钻井研究所有关部门、领导和同志们的大力支持和热情帮助。

作 者

2006 年 10 月

目 录

第一篇 大地测量学基础

第一章 大地测量学基础知识	(3)
第一节 地球的形状及测量方法	(3)
第二节 地球重力场	(8)
第三节 大地测量基准面	(13)
第四节 大地测量高程系统	(15)
第五节 大地测量常用坐标系	(16)
第六节 国家大地测量基准	(21)
参考文献	(22)
第二章 地球椭球及投影变换	(24)
第一节 地球椭球的数学性质	(24)
第二节 地图投影与变形	(34)
第三节 高斯投影及投影变换	(41)
第四节 方位角及其归化	(50)
参考文献	(61)

第二篇 井眼轨道的数学模型

第三章 井眼轨道的空间形态	(65)
第一节 井眼轨道的图示法	(65)
第二节 井眼轨道的描述参数	(68)
第三节 井眼坐标系	(75)
第四节 井眼轨道的活动标架	(77)
第五节 井眼轨道的弯曲	(81)
第六节 井眼轨道的扭转	(94)
第七节 井眼轨道上一点邻近的结构	(104)
参考文献	(108)
第四章 二维井眼轨道模型	(109)
第一节 二维井眼轨道模型的力学基础	(109)
第二节 典型的二维井眼轨道模型	(115)
参考文献	(126)
第五章 三维井眼轨道模型	(127)
第一节 圆柱螺线模型	(127)
第二节 空间圆弧模型	(133)

第三节	自然曲线模型	(138)
第四节	恒工具面模型	(149)
第五节	样条曲线模型	(152)
参考文献		(159)

第三篇 井眼轨道设计理论

第六章	二维井眼轨道设计	(163)
第一节	典型圆弧型剖面设计	(163)
第二节	靶区内的轨道设计	(176)
第三节	通用圆弧型剖面及设计方法	(188)
第四节	悬链线剖面与抛物线剖面设计	(196)
参考文献		(203)
第七章	三维井眼轨道设计	(205)
第一节	绕障井轨道设计	(205)
第二节	方位漂移轨道设计	(215)
第三节	侧钻井轨道设计	(238)
参考文献		(242)

第四篇 井眼轨道监测与控制方法

第八章	实钻轨迹监测方法	(245)
第一节	测斜计算方法	(245)
第二节	实钻轨迹偏差分析	(260)
第三节	邻井间的最近距离	(274)
参考文献		(285)
第九章	井眼轨道控制方案设计	(287)
第一节	井眼方向控制方案设计	(287)
第二节	中靶轨道控制方案设计	(294)
第三节	软着陆控制方案设计	(300)
第四节	弯壳体导向钻具的几何造斜率	(307)
参考文献		(316)

第一篇 大地测量学基础

第一章 大地测量学基础知识

作为地球科学的一个分支,大地测量学是探讨如何精确测定地面点位置、地球形状和地球重力的学科。科学技术的迅猛发展大大地扩展了大地测量的应用范围,现代大地测量着重研究地球的几何特征和物理特征,并描述它们随时间的变化规律。大地测量不仅可以测定地面及空间点的位置、地球形状、重力场及其随时间的变化和整体地球的运动,而且可以监测各种地球动力学现象和环境,为人类的各种社会、科学和生产活动提供丰富、准确的地球空间信息,参与解释地球动力学现象的机制并预测其演变过程^[1,2]。

第一节 地球的形状及测量方法

地球是球形这个概念的出现,可追溯到公元前6世纪。当时,希腊的毕达哥拉斯学派的哲学家只是从球形最美的观念出发产生了这个概念。亚里士多德根据月食时月球上的地影是一个圆,第一次科学地论证了地球是个球体。

公元前3世纪,古希腊的地理学家埃拉托色尼首次用子午圈弧长测量法估算出地球半径,与现代数据相比,误差大约为100km。1615年,荷兰人斯涅耳首创了三角测量法,大大地推进了大地测量学的发展。1687年,英国物理学家牛顿提出了万有引力定律,他假设地球为均质流体,论证了地球是两极扁平的旋转椭球,开创了研究地球形状和大小的新纪元。

卫星观测结果证实了地球形状的不对称性,椭球子午面南北半径相差42m,北半径长了10m,南半径短了32m;地球的赤道面也是个椭圆,其长短轴相差77m,长轴指向西经31°。地球形状接近于一个三轴扁梨形椭球,南胀北缩,东西略扁。由JGMOSU360阶地球重力位模型计算出的大地水准面子午圈剖面,如图1-1所示。

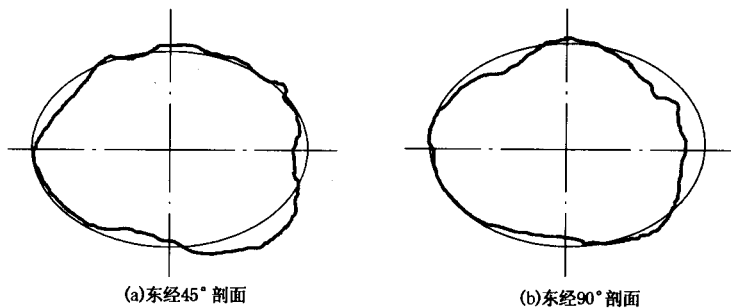


图1-1 大地水准面子午圈剖面示意图

一、地球椭球的基本参数

地球椭球是经过适当选取的旋转椭球,是椭圆绕其短轴旋转而成的几何体。如图1-2所示,过旋转轴(椭圆的短轴)的平面称作子午面;该平面与椭球面的交线为椭圆,称为

子午圈，或经圈，或子午椭圆。在旋转椭球面上，所有的子午圈大小都是相同的。垂直于旋转轴的平面与椭球面的交线为圆形，称为平行圈或纬圈。过椭球中心的平行圈叫赤道。赤道是最大的平行圈，而南极点和北极点是最小的平行圈。

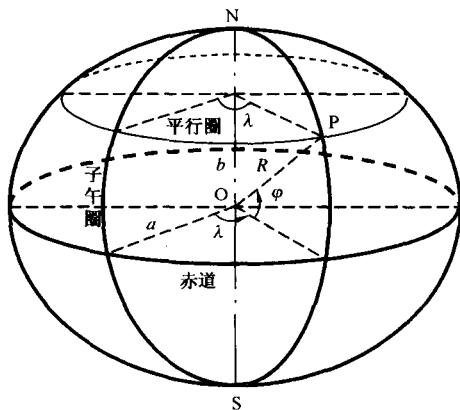


图 1-2 地球椭球示意图

旋转椭球的形状和大小常用子午椭圆的几何参数来表示，主要有

- (1) 长半轴: a ;
- (2) 短半轴: b ;
- (3) 扁率: $\alpha = \frac{a-b}{a}$;
- (4) 第一偏心率: $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$;
- (5) 第二偏心率: $e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$ 。

扁率 α 反映了椭球的扁平程度，其数值介于 0 和 1 之间；偏心率 e 和 e' 也反映了椭球的扁平程度，其数值均小于 1。

要确定旋转椭球的形状和大小，只需知道这 5 个参数中的 2 个即可，但至少要有有一个长度参数。习惯上，常采用 a 、 e^2 ，或 a 、 e'^2 ，或 a 、 α 。

为简便，还常引入如下符号^[3,4]

$$\begin{cases} c = \frac{a^2}{b} (\text{极点处的子午线曲率半径}) \\ t = \tan B \\ \eta^2 = e'^2 \cos^2 B \end{cases} \quad (1-1)$$

$$\begin{cases} W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \\ V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B} \end{cases} \quad (1-2)$$

上述各参数之间存在如下关系

$$\begin{cases} e^2 = \frac{e'^2}{1 + e'^2} \\ e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \end{cases} \quad (1-3)$$

$$\begin{cases} a = b\sqrt{1 + e'^2}, \quad b = a\sqrt{1 - e^2} \\ c = a\sqrt{1 + e'^2}, \quad a = c\sqrt{1 - e^2} \\ e' = e\sqrt{1 + e'^2}, \quad e = e'\sqrt{1 - e^2} \\ V = W\sqrt{1 + e'^2}, \quad W = V\sqrt{1 - e^2} \\ e^2 = 2\alpha - \alpha^2 \approx 2\alpha \end{cases} \quad (1-4)$$

$$\begin{cases} W = \sqrt{1 - e^2} \cdot V = \frac{b}{a} \cdot V \\ V = \sqrt{1 + e'^2} \cdot W = \frac{a}{b} \cdot W \\ W^2 = 1 - e^2 \sin^2 B = (1 - e^2) \cdot V^2 \\ V^2 = 1 + \eta^2 = (1 + e'^2) \cdot W^2 \end{cases} \quad (1-5)$$

传统的大地测量方法是利用天文大地测量和重力测量资料来推求地球椭球的几何参数。19 世纪以来,已经推算出了许多个地球椭球,比较著名的有:白塞尔椭球、克拉克椭球、海福特椭球和克拉索夫斯基椭球等。20 世纪 60 年代以后,空间大地测量学的兴起和发展,为研究地球的形状和引力开辟了新途径。1975 年,国际大地测量和地球物理联合会(IU-GG)推荐了更精密的椭球参数——1975 年国际椭球。我国的 1954 年北京坐标系采用的是克拉索夫斯基椭球,1980 年国家大地坐标系采用的是 1975 年国际椭球,而全球定位系统(GPS)采用的是 WGS-84 椭球。这三个椭球的几何参数见表 1-1^[3],其他主要地球椭球的参数见表 1-2^[4]。

表 1-1 几个著名地球椭球的几何参数

参数	克拉索夫斯基椭球	1975 年国际椭球	WGS-84 椭球
a , m	6378245.0000000000	6378140.0000000000	6378137.0000000000
b , m	6356863.0187730473	6356755.2881575287	6356752.3142
c , m	6399698.9017827110	6399596.6519880105	6399593.6258
α	1/298.3	1/298.257	1/298.257223563
e^2	0.006693421622966	0.006694384999588	0.0066943799013
e'^2	0.006738525414683	0.006739501819473	0.00673949674227

表 1-2 国际主要地球椭球参数表

椭球名称	年份	长半径 a , m	扁率 α	附 注
布格	1738	6397300	1/216.8	法国
德兰勃	1810	6376985.228	1/308.64	法国、比利时
埃弗瑞斯特	1830	6377276.345	1/300.802	英国、印度、泰国等
白塞尔	1840	6377397.155	1/299.1528	德国、瑞士、日本等
克拉克	1858	6378293.645	1/294.26	英国、澳大利亚
克拉克	1880	6378249.145	1/293.466	英国 Are1950 坐标系
斯鲁德斯基	1892	6377494	1/297.1	俄国
赫尔默特	1906	6378140	1/298.3	德国
海福特	1906	6378283	1/297.8	美国
赫尔默特	1907	6378200	1/298.3	德国
海福特	1910	6378388	1/297.0	1942 年第一个国际推荐值

续表

椭球名称	年份	长半径 a , m	扁率 α	附 注
热海景良	1933	6376918	1/310.6	日本
川田幸夫	1935	6377087	1/304.0	日本
克拉索夫斯基	1940	6378245	1/298.3	苏联、中国、朝鲜等
柯洛柯夫	1955	6378203	1/298.3	苏联
霍夫	1956	6378270	1/297.0	美国
WGS-60	1960	6378156	1/298.3	1960年世界大地坐标系
WGS-66	1966	6378145	1/298.25	1966年世界大地坐标系
拉普	1967	6378157	1/298.25	美国
1967年大地坐标系	1967	6378160	1/298.247167	第二个国际推荐值
凡氏(C-7)	1967	6378142	1/298.255	美国按动力法解算
NWL-9D	1967	6378145	1/298.25	多普勒定位精密星历
澳大利亚、南美	1969	6378160	1/298.25	澳大利亚大地坐标系、南美1969年坐标系
WGS-72	1972	6378135	1/298.26	1972年世界大地坐标系
GEM-4	1972	6378145	1/298.255	美国戈达德宇航中心地球模型
GEM-6	1973	6378142	1/298.255	美国戈达德宇航中心地球模型

二、地球形状的测量方法

地球的形状和大小是人类在地球上进行空间度量的一个基本尺度。确定地球形状和大小的基本方法有三种：天文大地测量方法、重力测量方法和空间大地测量方法^[3,4]。

1. 天文大地测量方法

在地球被认为是圆球的时期，为了确定其大小，必须知道地球半径。为此，可以在地面上用大地测量方法（如丈量距离法），测定出一段子午线的弧长 S ，再用天文测量方法测定出该圆弧两端点的纬度差 ΔB ，则地球半径为

$$R = \frac{S}{\Delta B} \quad (1-6)$$

在地球被认为是椭球的时期，要确定其形状必须知道两个参数：两个半轴长度 a 和 b ，或者长半轴 a 和扁率 α ，或者长半轴 a 和偏心率 e 。半轴长度确定了椭球的大小，扁率或偏心率确定了椭球的椭圆形状。

假设用大地测量方法测定了两段弧长 S_1 和 S_2 ，并用天文测量方法测定了两段圆弧端点的纬度 B_1 、 B_2 、 B_3 和 B_4 ，便可建立如下的弧度测量方程

$$\begin{cases} S_1 = f_1(a, \alpha, B_1, B_2) \\ S_2 = f_2(a, \alpha, B_3, B_4) \end{cases} \quad (1-7)$$

联立上述两个方程，便可确定出椭球参数 a 和 α 。显然，要改善计算精度，可以采用大量的

弧度测量方程，并按照最小二乘法原理进行解算。

天文大地测量方法的主要优点是：由于大地点间的相对位置比较精确，所以确定出的椭球大小和扁率较准确；其缺点是：只适用于陆地上的天文大地点，对于全球范围而言，这些点毕竟还是少数。此外，虽然在解算时可以运用重力测量和卫星测量资料，但是从结果上看，还只是从几何意义上来研究地球的形状和大小。

2. 重力测量方法

法国学者克莱罗，既不像牛顿那样认为地球是均质流体的均衡体，也不像惠更斯那样认为地球质量集中在地心，而是假设地球是由许多密度不同的均匀物质层圈组成的椭球体。这些椭球面都是重力等位面，各层密度由地心向外按一定的法则逐层减少。

克莱罗论证了正常重力的计算公式，只要知道一点的纬度值，就可以计算出该点的正常重力；如果再用几何大地测量和天文测量方法分别得到椭球的长半轴和旋转角速度，便可以计算出椭球的扁率

$$\alpha = \frac{5}{2}q - \beta \quad (1-8)$$

其中

$$q = \frac{a\omega^2}{\gamma_e} = \frac{1}{288}$$

$$\beta = \frac{\gamma_p - \gamma_e}{\gamma_e}$$

式中 q ——赤道上离心力与重力加速度之比；

β ——重力扁率；

ω ——旋转椭球的角速度；

γ_e ——赤道上的重力加速度；

γ_p ——极点处的重力加速度。

在用克莱罗原理确定地球扁率时，至少要测定出两个点的重力，并把它们归算到平均海水面上，记为 g_1 和 g_2 ；然后，再用天文测量方法测定这两点的大地纬度 B_1 和 B_2 。于是有

$$\begin{cases} g_1 = \gamma_e(1 + \beta \sin^2 B_1) \\ g_2 = \gamma_e(1 + \beta \sin^2 B_2) \end{cases} \quad (1-9)$$

这样，就可以求解出 γ_e 和 β 。当测定了地球的长半轴 a 和旋转角速度 ω 后，便可使用式 (1-8) 求出椭球的扁率。当然，一般都是采用多个测点数据进行解算，所以在求解 γ_e 和 β 时，需要利用最小二乘法原理。

运用克莱罗定理，按几何方法（求 a ）和物理方法（求 α ）推求地球的形状和大小，开辟了用物理方法研究地球形状的新时期，为物理大地测量奠定了理论基础。

3. 空间大地测量方法

空间大地测量方法是随着人造地球卫星和其他空间探测技术的发展而建立起来的，是确

定地球重力场模型的一种新方法。

假设地球是一个均质圆球，且质量集中在球心上；卫星质量相对于地球质量极微小，可忽略不计；卫星在真空中运行，不受大气阻力和其他天体的干扰。这样的卫星运行轨道将服从开普勒三定律，即

- (1) 卫星轨道是椭圆，地球质心位于椭圆的一个焦点上；
- (2) 从地球质心到卫星的向径，在相等的时间内扫过的面积相等；
- (3) 卫星绕地球运行周期的平方与卫星轨道长半轴的立方成正比。

这种运动称为二体运动，其卫星的运动方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} = -fM \frac{x}{r^3} \\ \ddot{y} = -fM \frac{y}{r^3} \\ \ddot{z} = -fM \frac{z}{r^3} \end{cases} \quad (1-10)$$

这是3个二阶微分方程，联立求解时将出现6个积分常数。这6个常数决定了卫星的运动方式，它们是：轨道的长半轴 a 、轨道的偏心率 e 、升交点赤经 Ω 、升交点处的轨道倾角 i 、近地点角 ω 、平近点角 M （或过近地点的时刻 T ）。参数 a 和 e 确定轨道的形状， Ω 和 i 确定轨道平面的空间位置， ω 确定轨道面的指向， M 确定卫星经过近地点的时刻。

然而，地球并不是一个理想的圆球，质量分布也不均匀，卫星的运动还受到大气阻力、日月引力等因素的影响。这种受干扰的现象称为摄动。当考虑摄动位 R 时，卫星的运动方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} = -fM \frac{x}{r^3} + \frac{\partial R}{\partial x} \\ \ddot{y} = -fM \frac{y}{r^3} + \frac{\partial R}{\partial y} \\ \ddot{z} = -fM \frac{z}{r^3} + \frac{\partial R}{\partial z} \end{cases} \quad (1-11)$$

通过对卫星实际轨道的跟踪观测，可以确定出摄动位及受摄轨道参数，进而求出地球形状和大小的几何参数。实际上，往往是采取大量的观测资料，按最小二乘法进行解算。

第二节 地球重力场

地球重力场是地球的一种物理属性，它表征了地球内部、表面或外部各点所受地球重力作用的空间。根据地球重力场的分布，可以研究地球内部结构、地球形状以及对航天器的影响等问题。

地球空间内的任一质点，都受到地球和其他天体的引力以及地球自转的离心力作用，这