



三人行创新备考书系

SAN REN XING CHUANG XIN BEI KAO SHU XI

全国特级教师专家组 审定
桂爱民 陆景英 主编

专项冲击波

高考数学选择题

专家解密

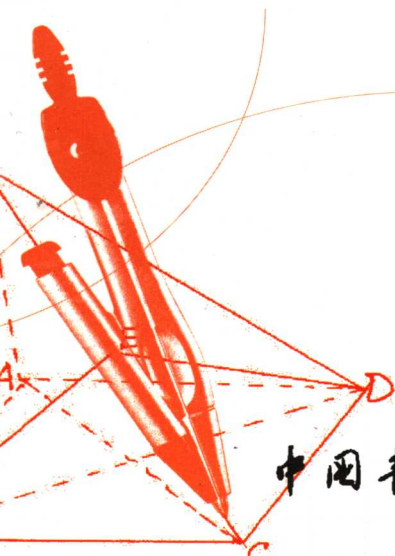
选择题命题规律

名师点拨

选择题突破技巧

九大方法

显快速 P K 之道



中国青年出版社

高考



三人行创新备考书系

SAN REN XING CHUANG XIN BEI KAO SHU XI

专项冲击波

高考数学选择题

丛书主编:程家学
执行主编:曹福臣 韩宏远
本册主编:桂爱民 陆景英
本册副主编:陈拥军

中国青年出版社

高考

图书在版编目(CIP)数据

PK 高考专项冲击波. 高考数学选择题/桂爱民, 陆景英主编. —北京: 中国青年出版社, 2007

ISBN 978-7-5006-7625-6

I. P... II. ①桂... ②陆... III. 数学课—高中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 118422 号

责任编辑: 李 杨
执行编辑: 宋 振 章增荣
版式设计: 峥 嵘
封面设计: 季 风

中国青年出版社出版发行

社址: 北京东四 12 条 21 号 邮政编码: 100708

网址: www.cyp.com.cn

编辑部电话: (010)64007781

北京中青人出版物发行有限公司电话: (010)64017809

聚鑫印刷有限责任公司印刷 新华书店经销

*

880×1230 1/32 6 印张 150 千字

2007 年 8 月北京第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1—10000 册 定价: 10.00 元

本图书如有印装质量问题, 请与读者服务部联系调换

联系电话: (010)82795026 82795036

快乐频道

— Kuai le —

Peace

生活中，有人常常会因为许多事情而引起无限感慨，却不能释怀。直到有一天皱纹悄悄爬上眼角，他才顿然领悟到：以前自己从未快乐过。于是他羡慕别人的幸福、快乐，感慨自己怎么如此不幸。

快乐是一种心理习惯，一种生活态度。所谓快乐的人，不是处在某种特定情况下的人，而是持某种特定态度的人。美好的生活应该是时时拥有一颗轻松自在的心，不管外在的世界如何变化，自己都能有一片清静的天地。清静不在热闹繁杂中，更不在一颗所求太多的心中，放下挂碍，开阔心胸，心里自然清静无忧。

困难不是即将发生就是在角落里守候时机。如果忽视困难，就会在无穷尽的自我幻想中趋向毁灭。关键是对待困难的态度，不同的态度，展现给我们的是不同的世界。悲观者说：“蔷薇有刺。”而乐观者说：“刺里有蔷薇。”

每天给自己一个希望，每天都将拥有好的心情。你的心态就是你真正的主人。既然生活得累是件很痛苦的事，既然生命对我们来说又是那么宝贵、那么短暂，我们何不活得轻松、幽默一点，努力感受生活中的阳光，把阴影抛在身后。

在心中确定一个目标，然后朝着目标勇往直前。一个有明确目标的人，一切干扰他的烦恼之物都容易摆脱开来。当你把全部精力集中在你喜欢的事业上时，在往后的岁月中，你会发现，你所渴望的机会一个接一个地出现，你的心情也将快乐无限。

决定心里的那片天空是否晴朗的唯一因素是你自己，不能让自己拥有一个阳光灿烂的心情的人本身就是一个失败者。快乐是自己的事，只要愿意，你可以随时调换手中的遥控器，将心灵的视窗调整到快乐频道。



目录

CONTENTS

一线名师倾情传道,深入、细致分析高考数学选择题题型特点、命题趋势、答题注意事项,对选择题解题思路、方法和技巧进行全面剖析和点拨,从而使考生看清选择题本质,把握其特点,有效提高解题应试能力。

名师亮剑

1

PK 九法

2

一、筛选法	2
二、特值法	17
三、验证法	30
四、图解法	43
五、试探法	58
六、估算法	68
七、特殊结论联想法	75
八、推理分析法	87
九、直接法	98

PK 大练兵

117

一、集合与函数部分	117
二、数列部分	125

三、平面向量部分	131
四、不等式部分	138
五、解析几何部分	146
六、立体几何与空间向量部分	153
七、排列、组合、二项式定理及概率部分	161
八、极限、导数部分	168

实战演习

177

一、北京市海淀区第一次模拟	177
二、湖北省黄冈中学第一次模拟	180

本书集选择题解题技巧方法之大成,实证揭示选择题命题规律,详尽点出复习重点、难点、热点,帮助考生快速掌握应试技能。同时融入特、高级教师独特的教学方法和数学理念,具有科学性、前瞻性。从而使一般生多得分,雪中送炭;让中等生少失分,锦上添花;助高才生得满分,如虎添翼!

高考千军万马闯独木桥
 狭路相逢智者胜
 数学 兵家必争之地
 英雄辈出 不择手段
 选择题 占据半壁江山
 得其分者 得天下
 解题方法 多快好省
 科学备考 谈笑风生



名师亮剑

目前的高考数学试卷中共有两种题型. 其一为选择题型, 即客观性试题; 其二为非选择题型, 即为主观性试题. 选择题在数学试卷中占有十分重要的地位, 12 个选择题共 60 分, 占总分的 40%. 分值还是很高的, 考生应引起重视.

数学选择题具有概括性强, 知识覆盖面广, 小巧灵活的特点, 且有一定的综合性和深度. 选择题侧重于速度测试、技巧测试、方法测试. 一般平均 2 分钟做完一道, 30 分钟必须全部做完且力争全对. 而在做题过程中往往前面要是有一道题不会做, 会直接影响到考试的心情, 从而可能导致填空题、解答题的落败. 因此能否迅速、准确、全面、简捷地解好选择题, 决定了高考数学成绩的优劣.

有关选择题的解法的研究, 可谓是仁者见仁, 智者见智. 基本思想是既要看到各类常规题的解题思想, 更要看到选择题的特殊性, 数学选择题的四个选择支中有且仅有一个是正确的, 因而, 在解答时应该突出一个“选”字, 尽量减少书写解题过程, 要充分利用题干和选择支两方面提供的信息, 依据题目的具体特点, 灵活、巧妙、快速地选择解法, 以便快速智取.

这是解选择题的基本策略. 但在解答选择题仅仅有思路还是不够的, “解题思路”在某种程度上来说, 属于理论上的“定性”, 要想解具体的题目, 还得有科学、合理、简便易行的方法.

准确是选择题得高分的先决条件, 选择题不设中间分, 一步失误, 造成错选, 全题无分, 所以应仔细审题、深入分析、正确推演、谨防疏漏, 确保准确; 迅速是赢得时间获取高分的必要条件, 对于选择题的答题时间, 速度越快越好, 要避免“超时失分”现象的发生.

一份试卷的选择题如果都是用直接法求解, 绝不是好试卷. 一个同学解答一份试卷的选择题如果都是用直接法求解, 也绝对得不到理想的分数. 因此, 我们解选择题应该以“不择手段, 多快好省”为宗旨. 高考中的数学选择题一般是容易题或中档题, 个别题属于较难题, 当中的大多数题的解答可用特殊的方法快速选择.

基于提高解题速度的目的, 本书特介绍筛选法、特值法、验证法、图解法、试探法、估算法、特殊结论联想法、推理分析法、直接法等九种便捷方法. 每种方法, 均包含方法诠释、典例剖析、方法回眸、跟踪练习这几个环节. 通过详细讲解, 并辅以训练, 从而有助于将该种方法轻松掌握、谙熟于心. 使考生看清选择题本质, 把握其特点, 有效提高解题应试能力.





PK 九法

险 勇 闯 关

一 筛选法

方法诠释

数学选择题的解题本质就是去伪存真,舍弃不符合题目要求的错误答案,找到符合题意的正确结论.可通过筛选一些较易判定的、不合题意的结论,以缩小选择的范围,再从其余的结论中求得正确的答案.如筛去不合题意的以后,结论只有一个,则为应选项.恰当使用筛选法,会使你耳目一新、效率提高、获益匪浅.但在使用筛选法时切忌牵强附会,要根据题意有的放矢的选取,才能立于不败之地.筛选法,又名排除法,是充分运用选择题中单选题的特征,即有且只有一个正确选择支这一信息,从选择支入手,根据题设条件与各选择支的关系,通过分析、推理、计算、判断,对选择支进行筛选,将其中与题设相矛盾的干扰支逐一排除,从而获得正确结论的方法.

典例剖析

例1 已知全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A, B \subseteq U$, 若 $A \cap B = \{4\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{2, 5\}$, 则 $B =$ ()

A. $\{2, 4, 5\}$ B. $\{2, 3, 5\}$ C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4\}$

[解析] 因为 $A \cap B = \{4\}$, 所以 B 中含有 4, 排除 B, 又 $(\complement_U A) \cap B = \{2, 5\}$, 所以 B 中含有 2 和 5 排除 C、D.

故选 A.

[名师点睛] 关键找到特殊元素进行排除, 此时的关键值为 4, 排除 B, 根据 2 满足条件排除 C, 再根据 5 满足条件排除 D, 处理这类问题是采用特殊值逐一排除.

例2 下列集合中, 恰有 2 个元素的集合是 ()

A. $\{x^2 - x = 0\}$ B. $\{x | x^2 - x = 0\}$ 智慧
短语

不眠的人夜长, 疲倦的人路长, 不知真理的愚人, 生死轮回长。

C. $\{x|y=x^2-x\}$

D. $\{y|y=x^2-x\}$

【解析】由集合的表示法及代表元素进行筛选,可知 A 中的代表元素为方程元素只有一个,故 A 错误,C 表示 $x \in \mathbf{R}$,D 表示 $y \geq -\frac{1}{4}$.

故选 B.



【名师点睛】解决集合的元素问题时,同学们可以从所给的选择支中的集合的代表元素入手,发现 A 项中只有一个元素即方程 $x^2-x=0$,而 C 项表示的是函数的定义域为 $\mathbf{R}$,D 项表示的是函数的值为 $y=x^2-x=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$,从而得到正确答案.



函数 $y=\sqrt{x-1}+1(x \geq 1)$ 的反函数是 ()

A. $y=x^2-2x+2(x < 1)$

B. $y=x^2-2x+2(x \geq 1)$

C. $y=x^2-2x(x < 1)$

D. $y=x^2-2x(x \geq 1)$

【解析】由 $x \geq 1$ 得 $y \geq 1$,则反函数的定义域是 $x \geq 1$,排除 A、C,值域是 $y \geq 1$,排除 D.

故选 B.



【名师点睛】求解反函数时,要注意反函数的定义域问题,可由定义域进行排除.反函数与原函数的关系是:反函数的定义域是原函数的值域,反函数的值域是原函数的定义域,并且反函数与原函数关于 $y=x$ 对称,这些都是解决反函数问题的方法,在学习中要全面掌握.



袋中有 40 个小球,其中红色球 16 个、蓝色球 12 个、白色球 8 个、黄色球 4 个,从中随机抽取 10 个球作成一样本,则这个样本恰好是按分层抽样方法得到的概率为 ()

A. $\frac{C_4^1 C_8^2 C_{12}^3 C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$

B. $\frac{C_4^2 C_8^1 C_{12}^3 C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$

C. $\frac{C_4^2 C_8^3 C_{12}^2 C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$

D. $\frac{C_4^1 C_8^3 C_{12}^2 C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$

【解析】依题意各层次所抽的样本数之比为 $4:3:2:1$,即白球抽 2 个,故分子上应有 C_8^2 ,则排除 B、C、D.

故选 A.



【名师点睛】从所给的选择支入手,分母是一样的,而分子中,根据分层抽样得白球抽 2 个,得到特殊的式子 C_8^2 ,从而排除 B、C、D.



方程 $ax^2+2x+1=0$ 至少有一个负根的充要条件是 ()

A. $0 < a \leq 1$

B. $a < 1$

C. $a \leq 1$

D. $0 < a \leq 1$ 或 $a < 0$



[解析] 当 $a=0$ 时, $x=-\frac{1}{2}$, 故排除 A、D, 当 $a=1$ 时 $x=-1$, 排除 B.

故选 C.

[名师点睛] 用特值法进行排除是解决本题的关键. 对“至少有一个负根”的充要条件取特殊值进行验证要比直接运算方便、易行. 不但缩短时间, 同时提高解题效率.

例 2 设 $y=f(t)$ 是某港口水的深度 y (米) 关于时间 t (时) 的函数, 其中 $0 \leq t \leq 24$, 下表是该港口某一天从 0 时到 24 时记录的时间与水深关系:

t	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	12	15.1	12.1	9.1	11.9	14.9	11.9	8.9	12.1

经长期观察, 函数 $y=f(t)$ 的图象可以近似地看成函数 $y=k+A\sin(\omega t+\varphi)$ 的图象, 在下面的函数中, 最能接近表中数据间对应关系的函数是 ()

- A. $y=12+3\sin \frac{\pi}{6}t, t \in [0, 24]$
- B. $y=12+3\sin\left(\frac{\pi}{6}t+\pi\right), t \in [0, 24]$
- C. $y=12+3\sin \frac{\pi}{12}t, t \in [0, 24]$
- D. $y=12+3\sin\left(\frac{\pi}{12}t+\frac{\pi}{2}\right), t \in [0, 24]$

[解析] 当 $t=3$ 时, 对于 B, $y=12+3\sin \frac{3\pi}{2}=9 \neq 15.1$, B 不成立; 当 $t=6$ 时, C 不成立; 当 $t=12$ 时, D 不成立; 而对于 A, 都能近似接近于表中给定的函数值.

故选 A.

[名师点睛] 解决实际问题, 可根据实际问题的已知条件列出关系式进行分析求解. 因为这是一道选择题, 故我们采取特值法进行验证排除错误的选项, 从而得到正确的结论. 要注意特值的选取, 特值应具有方便性、简便性等特点.

例 3 图 2-1-1 中是函数 $y=-x\cos x$ 部分图象的是 ()

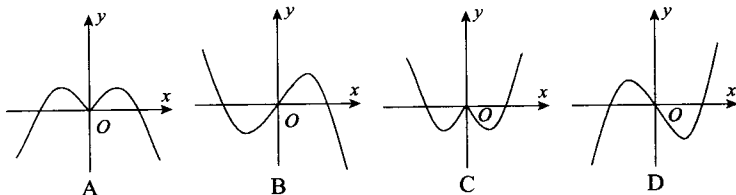


图 2-1-1

[解析] 因为 $y_1 = -x$ 为奇函数, $y_2 = \cos x$ 为偶函数, 所以 $y = -x \cos x$ 是奇函数, 它的图象关于原点对称, 所以排除 A、C. 当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, $y = -x \cos x < 0$. 排除 B.

故选 D.

[名师点睛] 对函数进行分析发现此题是研究复合函数的奇偶性问题, 解决问题关键之处是奇函数图象关于原点对称, 偶函数图象关于 y 轴对称. 根据题意特点进行排除, 去伪存真, 逐个突破.

变式 1 不等式 $\frac{x-1}{x} \geq 2$ 的解集为 ()

A. $[-1, 0]$

B. $[-1, +\infty)$

C. $(-\infty, -1]$

D. $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

[解析] 令 $x=2$ 得 $\frac{1}{2} \geq 2$ 不成立, 排除 B、D. 令 $x=-3$, 得 $-\frac{4}{3} \geq 2$ 不成立, 排除 C.

故选 A.

[名师点睛] 恰当选取特殊值进行排除是处理不等式问题的最有效办法. 关于不等式的选择题几乎都可以采用特殊值排除法解答. 找解集中的一合理特解, 进行筛选即可求得.

变式 2 已知, 如图 2-1-2(1) 中的图象对应的函数为 $y=f(x)$, 则图 2-1-2(2) 中的图象对应的函数在下列给出的四个函数中只可能是 ()

A. $y=f(|x|)$

B. $y=|f(x)|$

C. $y=f(-|x|)$

D. $y=-f(|x|)$

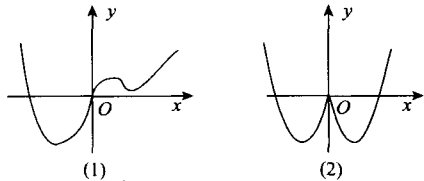


图 2-1-2

[解析] 由图(2)知, 此函数为偶函数, 且存在小于 0 的函数值, 因此排除 B 选项. 又当 $x < 0$ 时, (1)(2) 中图象相同, 因此它们的解析式亦相同. 这时只有选项 C 中的函数, 当 $x < 0$ 时有 $f(-|x|) = f(x)$.

故选 C.

[名师点睛] 对图象认真分析, 抓住特殊部位, 进行排除即可. 选项 A 的



图象应该是原函数图象去掉左边,保留右边图象,并作关于 y 轴对称的图象,选项B中的图象应为把原函数在 x 轴下方的图象作关于 x 轴对称的图象,选项D与选项A的图象关于 y 轴对称.

例10 一个透明密闭的正方体容器中,恰盛有该容器的一半容积的水,任意转动这个正方体,则水面在容器中的形状可以是:①三角形;②菱形;③矩形;④正方形;⑤正六边形.其中正确的是 ()

- A. ①②③④⑤ B. ②③④
C. ②③④⑤ D. ③⑤

解析 正方体中的三角形截面不能平分正方体的体积,排除①,故A错,而②③④⑤都有可能,当正方体水平放置时,水平面为正方形④对,排除D,当液面都过边的中点时,水平面为正六边形,故C对.

故选C.

名师点睛 本题抓住三角形截面不能平分正方体体积的特点进行排除.

例11 已知 m, n 为异面直线, $m \subset$ 平面 $\alpha, n \subset$ 平面 $\beta, \alpha \cap \beta = l$,则 l ()

- A. 与 m, n 都相交 B. 与 m, n 中至少一条相交
C. 与 m, n 都不相交 D. 至多与 m, n 中的一条相交

解析 当交线 l 与 m, n 中一条相交时,则A选项错误,C选项错误.当交线 l 与 m, n 中两条都相交时,D选项错误.

故选B.

名师点睛 由交线出发即可判断.采用筛选法解决试题,既可以减少运算量,又可以提高解题的准确率,何乐而不为呢?

例12 关于直线 m, n 与平面 α, β ,有以下四个命题:

- ①若 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta$ 且 $\alpha \parallel \beta$,则 $m \parallel n$;
②若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$,则 $m \perp n$;
③若 $m \perp \alpha, n \parallel \beta$ 且 $\alpha \parallel \beta$,则 $m \perp n$;
④若 $m \perp \alpha, n \parallel \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$,则 $m \parallel n$.

其中真命题的序号是

- A. ①② B. ③④ C. ①④ D. ②③

解析 解决选择支的组合形式给出的选择题不必对每一个命题都验证,可以抓住选项中出现最多的或者较易判断的作为突破口,先对其验证,本题先判断出①错,对所给的选择支进行分析,排除A、C.又因为②对,故可排除B.

故选D.

名师点睛 解决选择支以组合形式给出的选择题不必每一个答案都验





证,我们可以抓住答案中出现最多的或较易判断的作为突破口,先对其验证.

例13 若 $\left(\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} - \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}\right) \frac{\sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2}}{\left(\sin\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\theta}{2}\right)\left(\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2}\right)} = 1$, 则 θ

的取值范围为

()

A. $\{\theta | 2k\pi \leq \theta \leq 2k\pi + \pi, k \in \mathbb{Z}\}$

B. $\{\theta | 2k\pi < \theta < 2k\pi + \pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $\left\{\theta \left| 2k\pi < \theta < 2k\pi + \pi, \text{且 } \theta \neq 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right.\right\}$

D. 第二象限角

[解析] 本题考查三角函数化简问题,要掌握三角变换公式.由题知当 $\theta = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ 时,原式无意义,所以可排除 A 和 B. 此时 $\theta = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ 不是第二象限的角,排除 D.

故选 C.



[名师点睛] 处理三角函数问题,关键找其不成立的值或恒成立的值,进行排除即可.本题可先取 $\theta = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$,再取 $\theta = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ 进行验证筛选.

例14 每次试验的成功率为 $p (0 < p < 1)$,重复进行试验直至第 n 次才能得到 $r (1 \leq r \leq n)$ 次成功的概率为

()

A. $C_n^r (1-p)^{n-r}$

B. $C_{n-1}^r p^r (1-p)^{n-r}$

C. $p^r (1-p)^{n-r}$

D. $C_{n-1}^r p^{r-1} (1-p)^{n-r}$

[解析] 由第 n 次才能得到 $r (1 \leq r \leq n)$ 次成功,说明前面的 $n-1$ 次中有 $r-1$ 次成功,故有式子 C_{n-1}^{r-1} ,排除 A、C. 又因为成功发生 r 次,故式子中必有 p^r ,又排除 D.

故选 B.



[名师点睛] 对于独立重复试验的概率的计算只要抓住两个方面即 C_{n-1}^{r-1} 与成功发生 r 次时的概率中必含有 p^r ,便可轻松用排除法解题.

例15 下列函数在 $x=0$ 处连续的是

()

A. $f(x) = \begin{cases} -1, & x \leq 0 \\ x-1, & x > 0 \end{cases}$

B. $f(x) = \ln x$

C. $f(x) = \frac{|x|}{x}$

D. $f(x) = \begin{cases} -1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$

[解析] 抓住连续定义,有极限,并且极限值等于函数值,逐个排除, B、C 在 $x=0$ 时没有意义,而 D 项在 $x=0$ 时,左右极限不相等.



故选 A.



[名师点睛] 此题可用函数连续定义进行排除. 抓住三方面的有关知识: 一是在该点处函数有定义, 二是在该点处存在极限, 三是此处的极限值等于函数值, 三者缺一不可.

例 11 设集合 $A = \{(x, y) | x, y, 1-x-y \text{ 是三角形的三边长}\}$, 则 A 所表示的区域是图 2-1-3 中的 ()

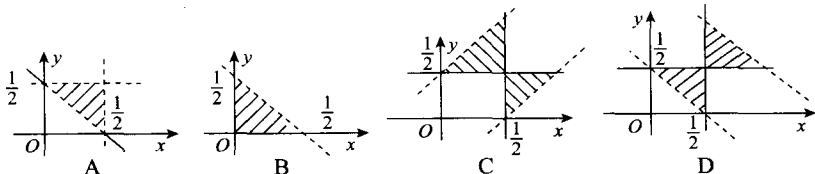


图 2-1-3

[解析] 由 $x, y, 1-x-y$ 为三角形的三边, 可知三数均大于零, 所以 B 错. 又当 $x=y=\frac{1}{2}$ 时, 边长 $1-x-y=0$ 不成立, 故排除 C、D.

故选 A.



[名师点睛] 解决线性规划问题, 要抓住图形中具有特殊位置的点或线进行验证排除即可得出正确结论.

例 12 一般的, 家庭用电量(千瓦时)与气温($^{\circ}\text{C}$)有一定的关系. 如图 2-1-4(1) 所示为某年 12 各月中每月的平均气温, 图 2-1-4(2) 所示为某家庭在这 12 个月中每月的用电量. 根据这些信息, 以下关于该家庭用电量与气温间的关系的叙述中正确的是 ()

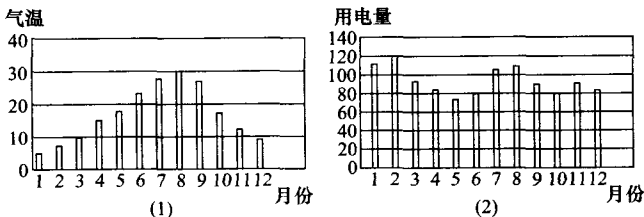


图 2-1-4

- A. 气温最高时, 用电量最多
- B. 气温最低时, 用电量最少
- C. 当气温大于某一值时, 用电量随气温的增高而增加
- D. 当气温小于某一值时, 用电量随气温的降低而增加

[解析] 气温最高时为 8 月, 用电量不是最多, 排除 A 选项. 气温最低为 1 月, 用



智慧
短语

平凡是最难演得好的角色。

电量也不是最少,排除 B 选项. 比较 C、D, 气温降低, 用电量波动很大, 故排除 D.

故选 C.



[名师点睛] 找到气温最高时, 用电量的多少进行排除; 同时应用气温最低时, 用电量是否最少再进行排除即可. 如果直接对图形进行分析比较麻烦, 采用排除法简单、快捷, 变繁为简, 容易接受.



例 11 向高为 H 的水瓶中注水, 注满为止, 如果注水量 V 与水深 h 的函数关系如图 2-1-5 所示, 那么水瓶的形状是图 2-1-6 中的 ()

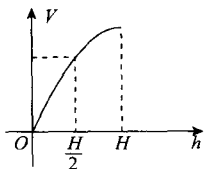


图 2-1-5

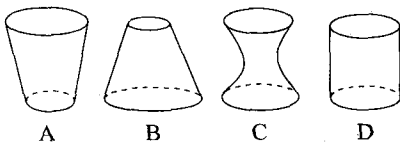


图 2-1-6

[解析] 由图 2-1-5 观察知, 高度一半时, 体积过半, 说明水瓶的形状为下而大, 上而小, 排除 A、C、D.

故选 B.



[名师点睛] 由图象进行分析, 发现高度过半的时候, 体积过半, 进行排除. 处理实际问题要根据题意特点, 针对给出的实际图形, 观察其合理性, 找到其特点, 进行有针对性的筛选即可.

例 12 用记号“ $\oplus$ ”表示求两个实数 a 与 b 的算术平均数的运算, 即 $a \oplus b = \frac{a+b}{2}$. 已知数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1=0, x_2=1, x_n=x_{n-1} \oplus x_{n-2} (n \geq 3)$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n =$ ()

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. 1

[解析] 在数轴上, x_n 的对应点是以 x_{n-1} 和 x_{n-2} 的对应点为端点的线段的中点, 极易排除 A、D, 由 $x_3 = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{1}{2}$, 则 $x_4 = \frac{x_3+x_2}{2} = \frac{3}{4}$. 同理得: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n > \frac{1}{2}$, 故排除 B.

故选 C.



[名师点睛] 正确理解 $\oplus$ 的意义. 在信息给予题中要根据题中所给, 读懂符号的真实意义, 这是解此类题的关键.



例 13 若数列 $\{a_n\}$ 的前 8 项的值各异, 且 $a_{n+8} = a_n$ 对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$ 都成立, 则下列中可取遍 $\{a_n\}$ 前 8 项值的数列为 ()

不要用贪婪、瞋怒、愚痴的眼睛看这个世界, 别忘了你还有美丽、智慧、悲悯、宽恕的另一只眼。

智慧
短语



A. $\{a_{2k+1}\}$

B. $\{a_{3k+1}\}$

C. $\{a_{4k+1}\}$

D. $\{a_{6k+1}\}$

【解析】 由于 $a_{n+8}=a_n$ 对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ 都成立, 可知数列 a_n 以 8 为周期. 选项 A 中 $2k+1$ 为奇数, 则数列只能取到原数列的奇数项, 同理可排除 C、D.

故选 B.

名师点睛 由所给的式子进行分析, 可知满足周期为 8 的倍数的就是答案, 否则不是. 根据题意进行排除这是最简单明了的方法, 不过有时还得深层挖掘题意, 否则会造成错误的意识.

例 21 已知两点 $M(1, \frac{5}{4})$, $N(-4, -\frac{5}{4})$, 给出下列曲线方程① $4x+2y-1=0$, ② $x^2+y^2=3$, ③ $\frac{x^2}{2}+y^2=1$, ④ $\frac{x^2}{2}-y^2=1$, 在曲线上存在点 P 满足 $|MP|=|NP|$ 的所有曲线方程是 ()

A. ①③

B. ②④

C. ①②③

D. ②③④

【解析】 $k_{MN} = \frac{1}{2}$, MN 的中点坐标为 $(-\frac{3}{2}, 0)$, 则满足 $|MP|=|NP|$ 的方程 $l: y = -2(x + \frac{3}{2})$, 即 $l: 2x + y + 3 = 0$, 显然它与①无交点, 应排除 A、C. 而根据 B、D 选项可知 l 与②④一定有公共点, 下面只要判断 l 与③是否有公共点即可, 经判断 l 与③有公共点.

故选 D.

名师点睛 先用中点坐标 $(-\frac{3}{2}, 0)$ 进行验证排除, 再进一步验证剩余的选项的正确与否. 采用筛选法的好处是变繁为简, 变难为易, 缩短解题时间, 提高解题效率.

例 22 曲线 $\frac{x^2}{10-m} + \frac{y^2}{6-m} = 1 (m < 6)$ 与曲线 $\frac{x^2}{5-m} + \frac{y^2}{9-m} = 1 (5 < m < 9)$ 的

A. 焦距相等

B. 离心率相等

C. 焦点相同

D. 准线相同

【解析】 $\because 5 < m < 9, \therefore \frac{x^2}{5-m} + \frac{y^2}{9-m} = 1$ 为双曲线, 同理 $\frac{x^2}{10-m} + \frac{y^2}{6-m} = 1 (m < 6)$ 为椭圆, 它们离心率不可能相等, 排除 B, 而焦点也不同, 一个在 x 轴上, 一个在 y 轴上, 同时准线也就不同了, 故排除 C、D.

故选 A.

名师点睛 在判定圆锥曲线的有关问题, 首先判定曲线的类型, 再判定

曲线的焦点是在 x 轴还是在 y 轴上,便可排除错误的选择支.

例23 如图 2-1-7 所示, $OM \parallel AB$, 点 P 在由射线 OM , 线段 OB 及 AB 的延长线围成的阴影区域内(不含边界), 且 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$, 则实数对 (x, y) 可以是 ()

A. $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

B. $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$

C. $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

D. $(-\frac{1}{5}, \frac{7}{5})$

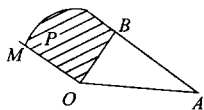


图 2-1-7

[解析] $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{OP}$ 满足平行四边形法则, 故 $x < 0$ 时, 点 P 在阴影部分, 排除 A, 将三组点的坐标代入, 分别在平面内确

定点 P 的位置. 实际上对应的坐标为对应向量的方向及长度, 如 $-\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}$ 表示与 $\overrightarrow{OA}$ 反向, 模为 $|\overrightarrow{OA}|$ 的 $\frac{2}{3}$ 的向量. 作图可排除 B、D.

故选 C.

[名师点睛] 可根据函数图象进行筛选. 此类问题中, 图象的特点是排除的主要依据.

例24 曲线 $y^2 = 4x$ 关于直线 $x = 2$ 对称的曲线方程是 ()

A. $y^2 = 8 - 4x$

B. $y^2 = 4x - 8$

C. $y^2 = 16 - 4x$

D. $y^2 = 4x - 16$

[解析] 原点关于 $x = 2$ 的对称点坐标为 $(4, 0)$, 将 $x = 4, y = 0$ 代入选项方程中可排除 A、B. 又抛物线开口应向左, 排除 D.

故选 C.

[名师点睛] 找曲线上特殊点 $(0, 0)$, 用其关于直线 $x = 2$ 的对称点 $(4, 0)$ 进行筛选, 再利用对称的图象特点判断可得. 此类题目要明确对称的性质、简单的对称点及对称方程等问题, 这些已有的知识体系是我们使用筛选法的重要依据.

例25 双曲线与椭圆 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 共焦点, 且一条渐近线方程是 $\sqrt{3}x - y = 0$, 则此双曲线方程是 ()

A. $y^2 - \frac{x^2}{3} = 1$

B. $\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$

C. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

D. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

[解析] 双曲线与椭圆 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 共焦点, 所以双曲线的焦点在 x 轴上, 排除 A、B. 又因为一条渐近线方程是 $\sqrt{3}x - y = 0$, 所以排除 D.

