

高校精品教材

通信

TONGXIN
YUANLI
XUEXIZHIDAO

原理学习指导

◎ 蒋 青 于秀兰 编著



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

通信原理学习指导

蒋 青 于秀兰 编著

人民邮电出版社
北 京

图书在版编目 (CIP) 数据

通信原理学习指导/蒋青, 于秀兰编著. —北京: 人民邮电出版社, 2007. 5

ISBN 978-7-115-15802-4

I. 通... II. ①蒋...②于... III. 通信理论—高等学校—教材 IV. TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 012880 号

内 容 提 要

本书是学习通信原理课程的教学辅导用书, 旨在为学习该课程的学生提供指导和帮助。

本书以蒋青、于秀兰编著的《通信原理》教材为主要参考书, 同时还参考了其他相关教材。

全书共分为两部分, 第一部分涵盖了通信原理课程的重点内容, 共 10 章, 每章由重点难点分析、典型例题和习题详解组成。第二部分为 5 套模拟试题, 并给出了必要的解题过程和答案。

本书可作为高等学校通信工程、电子信息工程和其他相近专业本科生课程学习指导书, 也可作为报考硕士研究生的复习辅导书, 还可作为有关教师的教学参考书。

通信原理学习指导

◆ 编 著 蒋 青 于秀兰

责任编辑 陈万寿

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号

邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

北京通州大中印刷厂印刷

新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本: 787×1092 1/16

印张: 13.25

字数: 328 千字

2007 年 5 月第 1 版

印数: 1-3 000 册

2007 年 5 月北京第 1 次印刷

ISBN 978-7-115-15802-4/TN

定价: 23.00 元

读者服务热线: (010) 67129258 印装质量热线: (010) 67129223

前 言

“通信原理”课程是通信工程、电子信息工程等专业的一门重要的专业基础课，也是通信与信息系统、信号与信息处理等专业硕士研究生入学考试科目之一。它是一门理论性和实践性都很强的课程，对学生在通信与信息系统领域的基础知识和独立工作能力都有较高的要求。学生不但应该掌握通信系统的基本原理和基本分析方法，还应该熟记重要结论并灵活应用。此书旨在帮助学生理解本课程的主要内容，熟悉多种题型，掌握解题技巧。

本书以蒋青、于秀兰编著，人民邮电出版社出版的精品教材《通信原理》为主要参考书，同时参考了其他相关教材。全书共分为两部分，第一部分涵盖了“通信原理”课程的重点内容，共10章，内容包括绪论、信号与噪声分析、模拟调制系统、模拟信号的数字传输、数字信号的基带传输、数字信号的载波传输、多路复用及多址技术、现代数字调制技术、信道编码和同步系统。每章由重点难点分析、典型例题和习题详解组成。第二部分包含5套模拟试题，并给出了必要的解答过程和答案。

本书由蒋青担任主编，并编写第一部分第1、2、3、5、6、10章，于秀兰编写第4、7、8、9章；蒋青和于秀兰合作编写第二部分。在本书的编写过程中得到刘光明教授、通信原理课程组陈善学副教授、张祖凡副教授等多位同行的帮助；在出版过程中得到了人民邮电出版社的大力支持，在此一并表示诚挚的谢意。

本书编者都是在一线长期从事“通信原理”课程教学的教师，在编写过程中注重突出基本理论、基本概念、基本方法和重要结论，同时注重通信系统的整体知识和解题的思路与技巧。所选题目内容广泛、难度适中，力求文字通俗易懂，概念清楚明了，内容重点突出。

书中错误和不妥之处在所难免，恳请广大读者给予批评指正。

作 者

2006年12月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 重点难点	1
1.1.1 基本概念	1
1.1.2 通信系统模型	1
1.1.3 信息及其度量	2
1.1.4 通信系统的主要性能指标	3
1.1.5 信道及其容量	4
1.2 典型例题	8
1.3 习题详解	10
第2章 信号与噪声分析	15
2.1 重点难点	15
2.1.1 确知信号分析	15
2.1.2 随机变量分析	17
2.1.3 随机过程的分析	18
2.1.4 随机过程通过系统的分析	21
2.1.5 窄带高斯噪声	22
2.1.6 正弦波加窄带高斯噪声	24
2.2 典型例题	24
2.3 习题详解	28
第3章 模拟调制系统	37
3.1 重点难点	37
3.1.1 线性调制	37
3.1.2 线性调制系统的解调	39
3.1.3 线性调制系统的抗噪声性能分析	40
3.1.4 非线性调制系统的原理及抗噪声性能	42
3.2 典型例题	44
3.3 习题详解	49
第4章 模拟信号的数字传输	56
4.1 重点难点	56
4.1.1 PCM通信系统的组成	56
4.1.2 抽样	57
4.1.3 量化	58

4.1.4 编码	60
4.1.5 脉冲编码调制系统	63
4.1.6 语音压缩编码	63
4.1.7 图像压缩编码	64
4.2 典型例题	64
4.3 习题详解	70
第5章 数字信号的基带传输	78
5.1 重点难点	78
5.1.1 数字基带信号的码型	78
5.1.2 数字基带信号的功率谱密度	78
5.1.3 数字基带信号的传输与码间串扰	80
5.1.4 无码间串扰基带传输系统的抗噪声性能	83
5.1.5 最佳基带传输系统	84
5.1.6 眼图	84
5.1.7 改善数字基带系统性能的措施	84
5.2 典型例题	85
5.3 习题详解	90
第6章 数字信号的载波传输	98
6.1 重点难点	98
6.1.1 二进制数字调制原理	98
6.1.2 二进制频移键控(2FSK)	100
6.1.3 二进制相移键控(2PSK)和二进制差分移相键控(2DPSK)	101
6.1.4 二进制数字调制系统的抗噪声性能	104
6.1.5 多进制数字调制系统	105
6.2 典型例题	107
6.3 习题详解	113
第7章 多路复用及多址技术	122
7.1 重点难点	122
7.1.1 多路复用和多址技术的概念	122
7.1.2 频分复用	122
7.1.3 时分复用和多路数字电话系统	123
7.1.4 码分复用	124
7.1.5 多址技术	126
7.1.6 码分多址	126
7.2 典型例题	128
7.3 习题详解	131
第8章 现代数字调制技术	137
8.1 重点难点	137

8.1.1 偏移四相相移键控(OQPSK)	137
8.1.2 $\pi/4$ 四相相移键控($\pi/4$ -QPSK)	138
8.1.3 MSK 调制	138
8.1.4 GMSK 调制	140
8.1.5 正交幅度调制(QAM)	141
8.1.6 正交频分复用(OFDM)	141
8.2 典型例题	142
8.3 习题详解	145
第9章 信道编码	151
9.1 重点难点	151
9.1.1 信道编码的基本概念	151
9.1.2 线性分组码	151
9.1.3 循环码	153
9.1.4 卷积码	154
9.2 典型例题	154
9.3 习题详解	159
第10章 同步系统	167
10.1 重点难点	167
10.1.1 载波同步	167
10.1.2 位同步	168
10.1.3 群同步	169
10.1.4 网同步	171
10.2 典型例题	172
10.3 习题详解	173
模拟试题一	177
模拟试题二	179
模拟试题三	182
模拟试题四	184
模拟试题五	186
模拟试题一答案	190
模拟试题二答案	192
模拟试题三答案	195
模拟试题四答案	197
模拟试题五答案	199
附录 傅里叶变换	202
参考文献	204

第 1 章 绪 论

1.1 重点难点

1.1.1 基本概念

1. 通信：通信就是异地间人与人、人与机器、机器与机器进行信息的传递和交换。通信的目的在于信息的传递和交换。

2. 信息：信息是人类社会和自然界中需要传递、交换、存储和提取的抽象内容。由于信息是抽象的内容，为了传递和交换信息，必须通过语言、文字、图像和数据等将它表示出来，即信息通过消息来表示。

3. 消息：消息是信息的载荷者。消息有不同的形式，例如语言、文字、符号、数据、图片等。

4. 信号：信号是消息的表现形式，消息是信号的具体内容。信号是消息的载体，是表示消息的物理量。

5. 通信系统：我们把实现信息传输过程的全部设备和传输媒介所构成的总体称为通信系统。

1.1.2 通信系统模型

1. 一般模型

我们把实现信息传输所需一切设备和传输媒介所构成的总体称为通信系统。以点对点通信为例，通信系统的一般模型如图 1-1 所示。

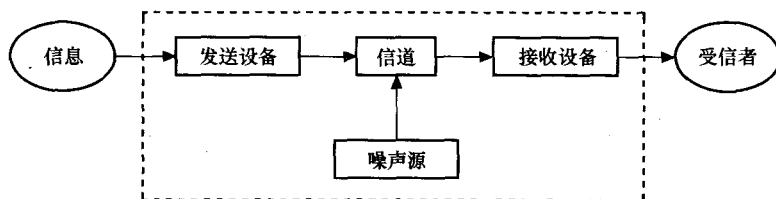


图 1-1 通信系统的一般模型

发送设备的作用一方面是把信息转换成原始电信号，该原始电信号称为基带信号；另一方面将原始电信号处理成适合在信道中传输的信号，即进行编码、调制等。

信道是指信号传输通道，按传输媒介的不同，可分为有线信道和无线信道两大类。

接收设备的功能与发送设备相反，即进行解调、译码等。它的任务是从带有干扰的接收信号中恢复出相应的原始电信号，并将原始电信号转换成相应的信息，提供给受信者。

2. 模拟通信系统模型

传输模拟信号的系统称为模拟通信系统。如图 1-2 所示。

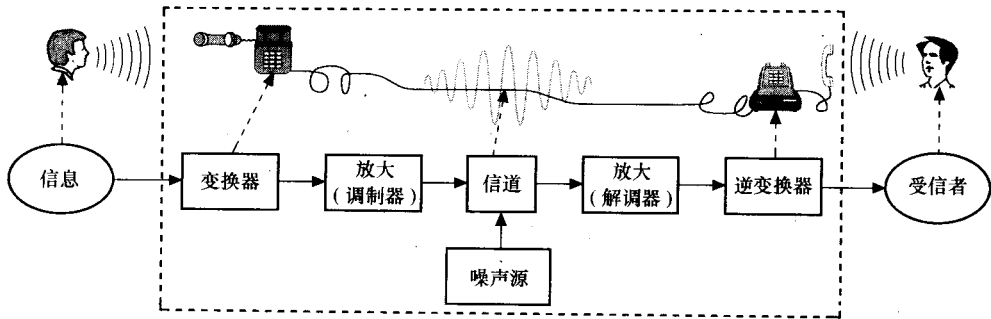


图 1-2 模拟通信系统模型

变换器将语音信息变成电信号（模拟信源），然后电信号经放大设备后可以直接在信道中传输。为了提高频带利用率，使多路信号同时在信道中传输，原始的电信号（基带信号）一般要进行调制才能传输到信道中去。

调制是信号的一种变换，通常是将不便于信道直接传输的基带信号变换成适合信道中传输的信号，这一过程由调制器完成，经过调制后的信号称为已调信号。在接收端，经解调器和逆变换器还原成语音信息。

3. 数字通信系统模型

数字通信系统是利用数字信号来传递信息的通信系统，如图 1-3 所示。

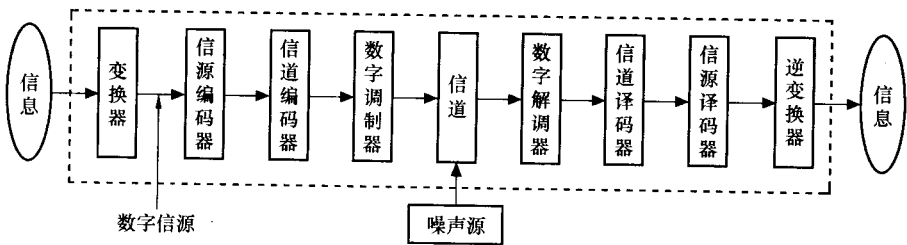


图 1-3 数字通信系统模型

变换器的作用是把信息转换成数字基带信号。

信源编码的主要任务是提高数字信号传输的有效性。接收端信源译码则是信源编码的逆过程。

信道编码的任务是提高数字信号传输的可靠性。接收端信道译码是其相反的过程。

数字通信系统还有一个非常重要的控制单元，即同步系统（图 1-3 没有画出）。它可以使通信系统的收、发两端或整个通信系统，以精度很高的时钟提供定时，以使系统的数据流能与发送端同步、有序而准确地接收与恢复原信息。

1.1.3 信息及其度量

通信系统中传输信息的多少采用“信息量”来度量。

1. 单符号离散消息 x 的信息量

单符号离散消息 x 的信息量 I 与消息 x 出现的概率 $p(x)$ 的关系式为

$$I = \log_a \frac{1}{p(x_i)} = -\log_a p(x_i) \quad (1-1)$$

I 代表两种含义：当事件 x 发生以前，表示事件 x 发生的不确定性；当事件 x 发生后，表示事件 x 所含有（或所提供）的信息量。

信息量的单位由对数底 a 的取值决定。若对数以 2 为底时单位是“比特”（bit 为 binary unit 的缩写）；若以 e 为底时单位是“奈特”（nat 为 nature unit 的缩写）；若以 10 为底时单位是“哈特”（Hart 为 Hartley 的缩写）。通常采用“比特”作为信息量的实用单位。

2. 多符号离散消息序列的信息量

设离散信息源是由 n 个符号组成的集合，称符号集。符号集中的每一个符号 x_i 在消息中是按一定概率 $p(x_i)$ 独立出现的，又设符号集中各符号出现的概率为

$$\left[\begin{array}{cccc} x_1, & x_2, & \cdots, & x_n \\ p(x_1), & p(x_2), & \cdots, & p(x_n) \end{array} \right], \text{ 且有 } \sum_{i=1}^n p(x_i) = 1$$

于是，该信源每个符号所含信息量的统计平均值，即平均信息量（又称信源的熵）为

$$H(x) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 p(x_i) \quad (\text{bit/符号}) \quad (1-2)$$

当离散信源的每一符号等概率出现时，即 $p(x_i) = 1/n (i = 1, 2, \dots, n)$ ，此时的熵最大。最大熵值为 $\log_2 n$ (bit/符号)。

1.1.4 通信系统的主要性能指标

通信的有效性和可靠性是通信系统中最主要的性能指标。

所谓有效性，是指消息传输的“速度”问题。

可靠性主要是指消息传输的“质量”问题。在实际通信系统中，对有效性和可靠性这两个指标的要求经常是矛盾的，提高系统的有效性会降低可靠性，反之亦然。因此在设计通信系统时，对两者应统筹考虑。

模拟通信系统的有效性指标用所传信号的有效传输带宽来表征。模拟通信系统的可靠性指标用整个通信系统的输出信噪比来衡量。信噪比是信号的平均功率 S 与噪声的平均功率 N 之比。信噪比越高，说明噪声对信号的影响越小。显然，信噪比越高，通信质量就越好。

数字通信系统的有效性指标用传输速率和频带利用率来表征。

1. 传输速率

传输速率有两种表示方法：码元传输速率 R_B 和信息传输速率 R_b 。

(1) 码元传输速率 R_B （又称为码元速率），简称传码率，它是指系统每秒钟传送码元的数目，单位是波特（Baud），常用符号“Baud”表示。

(2) 信息传输速率 R_b （又称为信息速率），简称传信率，它是指系统每秒钟传送的信息量，单位是比特/秒，常用符号“bit/s”表示。

在 N 进制下，设信息速率为 R_b (bit/s)，码元速率为 R_{BN} (Baud)，由于每个码元或符号通常都含有一定比特的信息量，因此码元速率和信息速率有确定的关系，即

$$R_b = R_{BN} H(x) \quad (\text{bit/s}) \quad (1-3)$$

式中, $H(x)$ 为信源中每个符号所含的平均信息量 (熵)。当离散信源的每一个符号等概率出现时, 熵有最大值 $\log_2 N$ (bit/符号), 信息速率也达到最大, 即

$$R_b = R_{BN} \log_2 N \quad (\text{bit/s}) \quad (1-4)$$

或

$$R_{BN} = \frac{R_b}{\log_2 N} \quad (\text{Baud}) \quad (1-5)$$

式中, N 为符号的进制数, 在二进制下, 码元速率与信息速率数值相等, 但单位不同。

2. 频带利用率 η

在比较不同通信系统的有效性时, 单看它们的传输速率是不够的, 还应看在这样的传输速率下所占信道的频带宽度。频带利用率有两种表示方式: 码元频带利用率和信息频带利用率。

码元频带利用率是指单位频带内的码元传输速率, 即

$$\eta = \frac{R_B}{B} \quad (\text{Baud/Hz}) \quad (1-6)$$

信息频带利用率是指每秒钟在单位频带上传输的信息量, 即

$$\eta = \frac{R_b}{B} \quad (\text{bps/Hz}) \quad (1-7)$$

数字通信系统的可靠性指标用差错率来衡量。差错率越小, 可靠性越高。差错率也有两种表示方法: 误码率和误信率。

1. 误码率

误码率指接收到的错误码元数和总的传输码元个数之比, 即在传输中出现错误码元的概率, 记为

$$P_e = \frac{\text{接收的错误码元数}}{\text{传输总码元数}} \quad (1-8)$$

2. 误信率

误信率又叫误比特率, 是指接收到的错误比特数和总的传输比特数之比, 即在传输中出现错误信息量的概率, 记为

$$P_b = \frac{\text{接收的错误比特数}}{\text{传输总比特数}} \quad (1-9)$$

1.1.5 信道及其容量

1. 信道的定义与分类

信道是以传输媒质为基础的信号通道。它可分为狭义信道和广义信道。

(1) 狭义信道: 指信号的传输媒质。如对称电缆、同轴电缆、超短波及微波视距传播路径、短波电离层反射路径、对流层散射路径以及光纤等。

(2) 广义信道: 将传输媒质和各种信号形式的转换、耦合等设备都归纳在一起, 包括发送设备、接收设备, 馈线与天线、调制器等部件和电路在内的传输路径或传输通路, 这种范围扩大了的信道称为广义信道。

广义信道按照它包含的功能, 可以划分为调制信道与编码信道。

调制信道: 指图 1-4 中调制器输出端到解调器输入端的部分。

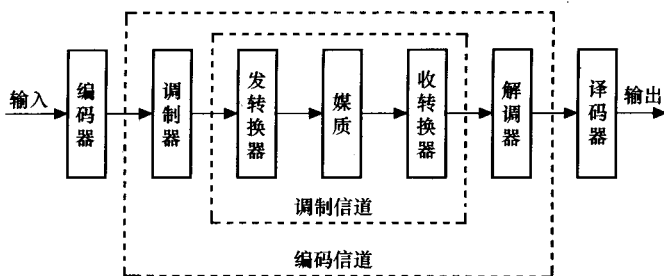


图 1-4 调制信道和编码信道

编码信道：指图 1-4 中编码器输出端到译码器输入端的部分。

2. 信道数学模型

(1) 调制信道模型

调制信道可以用一个线性时变网络来表示，如图 1-5 所示。

图 1-5 中输入与输出之间的关系可以表示为

$$e_0(t) = f[e_i(t)] + n(t) = k(t)e_i(t) + n(t) \quad (1-10)$$

式中， $e_i(t)$ 是输入的已调信号； $e_0(t)$ 是信道的输出； $n(t)$ 为加性噪声（或称加性干扰），它与 $e_i(t)$ 不发生依赖关系，或者说， $n(t)$ 独立于 $e_i(t)$ 。

由式 (1-10) 可见，信道对信号的影响可归纳为两点：一是乘性干扰 $k(t)$ ；二是加性干扰 $n(t)$ 。如果了解了 $k(t)$ 和 $n(t)$ 的特性，则信道对信号的具体影响就能确定。信道的不同特性反映在信道模型上有不同的 $k(t)$ 和 $n(t)$ 。

在分析研究乘性干扰 $k(t)$ 时，可以把调制信道粗略地分为两大类：一类称为恒参信道（恒定参数信道），即它们的 $k(t)$ 可看成不随时间变化或变化极为缓慢；另一类则称为随参信道（随机参数信道，或称变参信道），其 $k(t)$ 随时间随机快变。

(2) 编码信道模型

编码信道的模型可用数字信号的条件转移概率来描述。在常见的二进制数字传输系统中，编码信道的简单模型如图 1-6 所示。之所以称这个模型是“简单的”，是因为已经假定此编码信道是无记忆信道，即前后码元的差错发生是相互独立的。

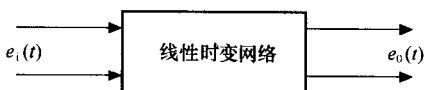


图 1-5 调制信道模型

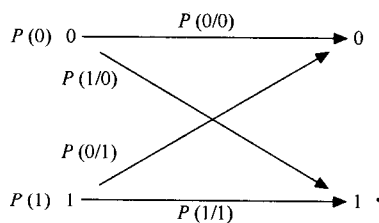


图 1-6 二进制编码信道模型

图 1-6 的模型中， $P(0)$ 和 $P(1)$ 分别表示发送“0”符号和“1”符号的先验概率， $P(0/0)$ 与 $P(1/1)$ 是正确转移的概率，而 $P(1/0)$ 与 $P(0/1)$ 是错误转移的概率。

由概率论的性质可知

$$P(0/0) + P(1/0) = 1$$

$$P(1/1) + P(0/1) = 1$$

由于编码信道包含调制信道，且它的特性也紧密地依赖于调制信道，故我们主要讨论调制信道特性对信号传输的影响。

3. 调制信道特性对信号传输的影响

(1) 恒参信道对信号传输的影响

由于恒参信道对信号传输的影响是确定的或者是变化极其缓慢的, 因此, 其传输特性可以等效为一个线性时不变网络, 该线性网络的传输特性可以用幅度—频率特性 $|H(\omega)| \sim \omega$ 和相位—频率特性 $\varphi(\omega) \sim \omega$ 来表征。

由线性网络传输特性 $H(\omega)$ 的表达式

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{j\varphi(\omega)} \quad (1-11)$$

知, 要使任意一个信号通过线性网络不产生波形失真, 网络的传输特性 $H(\omega)$ 应该具备以下两个理想条件:

① 网络的幅度—频率特性 $|H(\omega)|$ 是一个不随频率变化的常数, 如图 1-7 (a) 所示, 其中 A 为常数。

② 网络的相位—频率特性 $\varphi(\omega)$ 应与频率成直线关系, 如图 1-7 (b) 所示, 其中 K 为常数。

网络的相位—频率特性常用群时延—频率特性 $\tau(\omega)$ 来表示。所谓群时延—频率特性是指相位—频率特性的导数, 即

$$\tau(\omega) = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad (1-12)$$

可见, 对于理想的无失真信道, 如果相频特性是线性的, 则群时延—频率特性是一条水平直线, 如图 1-7 (c) 所示。

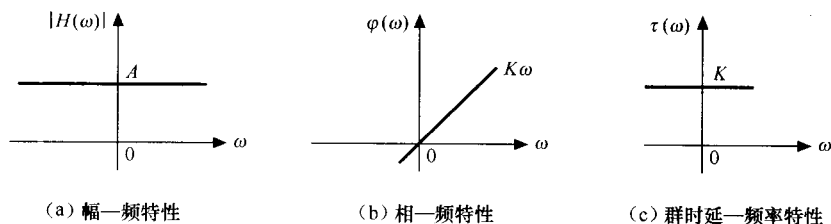


图 1-7 理想的幅—频特性、相—频特性、群时延—频率特性

信号经过恒参信道时, 若信道的幅度特性在信号频带内不是常数, 则信号的各频率分量通过信道后将产生不同的幅度衰减, 从而引起信号波形的失真, 我们称这种失真为幅—频失真; 幅—频失真对模拟通信影响较大, 导致信噪比下降。

若信道的相频特性在信号频带内不是频率的线性函数, 则信号的各频率分量通过信道后将产生不同的时延, 从而引起波形的群时延失真, 我们称这种失真为相—频失真。相—频失真对语音通信影响不大, 但对数字通信影响较大, 会引起严重的码间干扰, 造成误码。

(2) 随参信道对信号传输的影响

随参信道的参数随时间随机快速变化, 所以它的特性比恒参信道要复杂, 对传输信号的影响也较为严重。影响信道特性的主要因素是传输媒介, 如电离层的反射和散射, 对流层的散射等。随参信道的传输媒介有以下三个特点:

- ① 对信号的衰减随时间而变化;
- ② 传输的时延随时间而变化;
- ③ 多径传播。

多径传播对信号传输质量的影响最大。由发射点出发的电波可能经多条路径到达接收

点, 这种现象称为多径传播, 如图 1-8 所示。由于每条路径对信号的衰落和时延都随电离层和对流层的机理变化而变化, 所以接收信号将是衰减和时延随时间变化的各路径信号的合成。

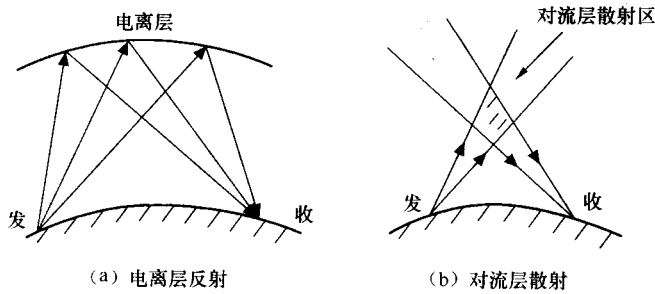


图 1-8 多径传播示意图

多径传播对信号传输的影响有:

① 瑞利衰落 (快衰落)。从波形上看, 多径传播的结果使发射信号 $A\cos\omega_0 t$ 变成了包络和相位随机缓慢变化的窄带信号, 这样的信号称之为衰落信号, 如图 1-9 (a) 所示。

② 频率弥散。从频谱上看, 多径传播引起了频率弥散, 即由单个频率变成了一个窄带频谱, 如图 1-9 (b) 所示。

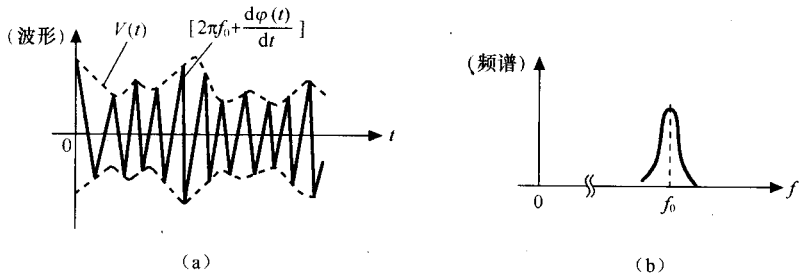


图 1-9 衰落信号的波形与频谱示意图

③ 频率选择性衰落。

第①、②两个影响是假设发射单一频率正弦信号 $A\cos\omega_0 t$, 它经过 n 条路径传播到接收端, 则接收信号 $R(t)$ 可用下式表示

$$R(t) = V(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)] \tag{1-13}$$

$V(t)$ 是合成信号 $R(t)$ 的包络, $\varphi(t)$ 是合成信号 $R(t)$ 的相位。

多径传播不仅会造成上述的衰落和频率弥散, 同时还可能发生频率选择性衰落。

所谓频率选择性衰落是指随参信道对不同频率的信号的衰减大小不同, 且是随时间变化的。

设信道最大多径时延差为 $\tau_{\max}$, 则定义多径传播信道的相关带宽为

$$B_c = \frac{1}{\tau_{\max}} \tag{1-14}$$

相关带宽表示信道传输特性相邻两个零点之间的频率间隔。如果信号的带宽比相关带宽宽, 则将产生严重的频率选择性衰落。为了减小频率选择性衰落, 就应使信号的带宽小于相关带宽。在工程设计中, 为了保证接收信号质量, 通常选择信号带宽为相关带宽的 $1/5 \sim 1/3$ 。

随参信道的衰落, 将会严重地影响系统的性能。为了抗快衰落, 通常可采用多种措施,

例如, 各种抗衰落的调制解调技术、抗衰落接收技术及扩频技术等, 其中较为有效且常用的抗衰落措施是分集接收技术。

4. 信道容量

信道容量是指信道可能传输的最大信息速率, 它是信道能够达到的最大传输能力。

高斯白噪声连续信道的信道容量为

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \quad (\text{bit/s}) \quad (1-15)$$

式中, B 为信道带宽; S 为信号的平均功率; N 为高斯白噪声的平均功率; S/N 为信噪比。

由于噪声功率 N 与信道带宽 B 有关, 若设单位频带内的噪声功率为 n_0 , 单位为 W/Hz (n_0 又称为单边功率谱密度)。则噪声功率 $N = n_0 B$ 。因此, 香农公式的另一种形式为

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{n_0 B} \right) \quad (\text{bit/s}) \quad (1-16)$$

1.2 典型例题

【例 1-1】 同时抛一对质地均匀的骰子, 每个骰子各面朝上的概率均为 $1/6$ 。试求:

- (1) 事件“3 和 5 同时发生”的信息量;
- (2) 事件“两个 1 同时发生”的信息量;
- (3) 事件“两个点数中至少有一个是 1”的信息量。

解: 对于质地均匀的骰子, 扔的某一点数面朝上的概率是相等, 其概率为 $1/6$ (骰子共 6 个面, 6 种点数), 同时抛一对质地均匀的骰子, 这两个事件是相互独立的, 所以两骰子面朝上点数的状态共有 $6 \times 6 = 36$ 种, 其中任一状态的分布都是等概率的, 出现的概率为 $1/36$ 。

(1) 设“3 和 5 同时发生”为事件 A , 则 A 的发生有两种情况: 甲 3 乙 5, 甲 5 乙 3。因此事件 A 发生的概率为

$$p(A) = \frac{1}{36} \times 2 = \frac{1}{18}$$

故事件 A 的信息量为

$$I(A) = -\log_2 p(A) = \log_2 18 = 4.17(\text{bit})$$

(2) 设“两个 1 同时发生”为事件 B , 则 B 的发生只有一种情况: 甲 1 乙 1。因此事件 B 发生的概率为

$$p(B) = \frac{1}{36}$$

故事件 B 的信息量为

$$I(B) = -\log_2 p(B) = \log_2 36 = 5.17(\text{bit})$$

(3) 设“两个点数中至少有一个是 1”为事件 C , 则 C 发生的概率为

$$p(C) = 1 - \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{11}{36}$$

故事件 C 的信息量为

$$I(C) = -\log_2 p(C) = \log_2 \frac{36}{11} = 1.17(\text{bit})$$

【例 1-2】 国际莫尔斯电码用点和划的序列发送英文字母，划用持续 3 单位的电流脉冲表示，点用持续 1 个单位的电流脉冲表示；且划出现的概率是点出现概率的 1/3。

(1) 计算点和划的信息量；

(2) 计算点和划的平均信息量。

解：(1) 设点和划出现的概率分别为 $p_{\text{点}}$ 和 $p_{\text{划}}$ ，由已知条件知 $p_{\text{划}} = \frac{1}{3}p_{\text{点}}$ ，且 $p_{\text{划}} + p_{\text{点}} = 1$ ，所以 $p_{\text{划}} = \frac{1}{4}$ ， $p_{\text{点}} = \frac{3}{4}$ 。

则点的信息量为

$$I_{\text{点}} = \log_2 \frac{1}{p_{\text{点}}} = \log_2 \frac{4}{3} = 0.415 \text{ bit}$$

划的信息量为

$$I_{\text{划}} = \log_2 \frac{1}{p_{\text{划}}} = \log_2 4 = 2 \text{ bit}$$

(2) 点和划的平均信息量为

$$H(x) = -\left[\frac{3}{4} \log_2 \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4}\right] = 0.81 (\text{bit/符号})$$

【例 1-3】 设一个信号源输出八进制等概率符号，其码元宽度为 $100 \mu\text{s}$ 。试求其码元速率和信息速率。

解：由于码元宽度为 $100 \mu\text{s}$ ，则码元速率为

$$R_{\text{B}} = \frac{1}{T_{\text{s}}} = \frac{1}{100 \times 10^{-6}} = 10^4 (\text{Baud})$$

由 $R_{\text{b}} = R_{\text{B}} \log_2 N (\text{bit/s})$ ，得其信息速率为

$$R_{\text{b}} = R_{\text{B}} \log_2 N = 10^4 \times \log_2 8 = 3 \times 10^4 (\text{bit/s})$$

【例 1-4】 设某恒参信道可用图 1-10 所示的线性二端口网络来等效。试求它的传输函数 $H(\omega)$ ，并说明信号通过该信道时会产生哪些失真？

解：该信道的传输函数为

$$H(\omega) = \frac{R}{\frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$\text{幅频特性为} \quad |H(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$\text{相频特性为} \quad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg \omega RC$$

由于该信道的幅频特性 $|H(\omega)|$ 不为常数，且相频特性 $\varphi(\omega)$ 与 ω 为非线性关系，所以信号经该信道传输会产生幅频失真和相频失真。

【例 1-5】 某一待传输的图片约含 2.25×10^6 个像元。为了很好地重现图片，需要 12 个亮度电平。假若所有这些亮度电平等概出现，试计算用 3 分钟传送一张图片时所需的信道带宽（设信道中信噪功率比为 30dB）。

解：因为每一像元需要 12 个亮度电平，所以每个像元所含的平均信息量为

$$H(x) = \log_2 12 = 3.58 \text{ bit/符号}$$

每张图片的平均信息量为

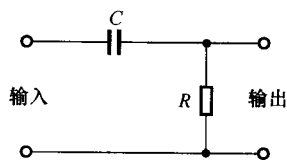


图 1-10

$$I = 2.25 \times 10^6 \times 3.58 = 8.07 \times 10^6 \text{ bit}$$

用 3min 传送一张图片所需的传信率为

$$R_b = \frac{I}{T} = \frac{8.07 \times 10^6}{3 \times 60} = 4.48 \times 10^4 \text{ bit/s}$$

由信道容量 $C \geq R_b$ ，得到

$$C = B \log_2(1 + \frac{S}{N}) \geq R_b$$

所以

$$B \geq \frac{R_b}{\log_2(1 + \frac{S}{N})} = \frac{4.48 \times 10^4}{\log_2(1 + 1000)} \approx 4.49 \times 10^3 \text{ Hz}$$

即信道带宽至少应为 4.49kHz。

1.3 习题详解

1-1 设有四个消息 A, B, C, D 分别以概率 1/4, 1/8, 1/8 和 1/2 传送，每个消息的出现是互相独立的。试计算其平均信息量。

解：每个消息的平均信息量为

$$\begin{aligned} H(x) &= -\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} - 2 \times \frac{1}{8} \log_2 \frac{1}{8} - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} \\ &= 1.75 \text{ bit/符号} \end{aligned}$$

1-2 掷两粒骰子，当其向上的面的小圆点数之和是 3 时，该消息所包含的信息量是多少？当小圆点数之和是 7 时，该消息所包含的信息量是多少？

解：(1) 两粒骰子向上面的小圆点数之和为 3 时有 (1, 2) 和 (2, 1) 两种可能，总的组合数为 $C_6^1 \times C_6^1 = 36$ ，则圆点数之和为 3 出现的概率为

$$p_3 = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

故包含的信息量为

$$I(3) = -\log_2 p_3 = -\log_2 \frac{1}{18} = 4.17 \text{ (bit)}$$

(2) 小圆点数之和为 7 的情况有 (1, 6) (6, 1) (2, 5) (5, 2) (3, 4) (4, 3)，则圆点数之和为 7 出现的概率为

$$p_7 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

故包含的信息量为

$$I(7) = -\log_2 p_7 = -\log_2 \frac{1}{6} = 2.585 \text{ (bit)}$$

1-3 一个由字母 A, B, C, D 组成的字，对于传输的每一个字母用二进制脉冲编码，00 代替 A, 01 代替 B, 10 代替 C, 11 代替 D，每个脉冲宽度为 10ms。