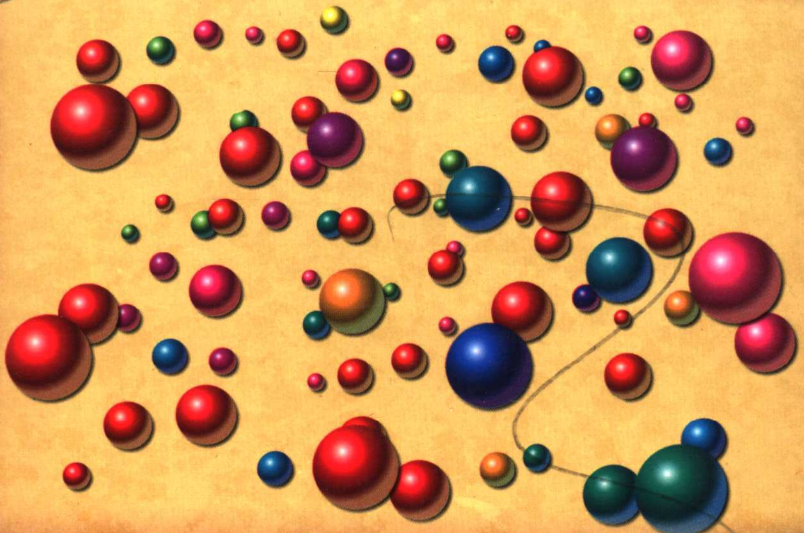
TURING 图灵数学·统计学丛书 17



Introduction to Probability Models

应用随机过程

概率模型导论

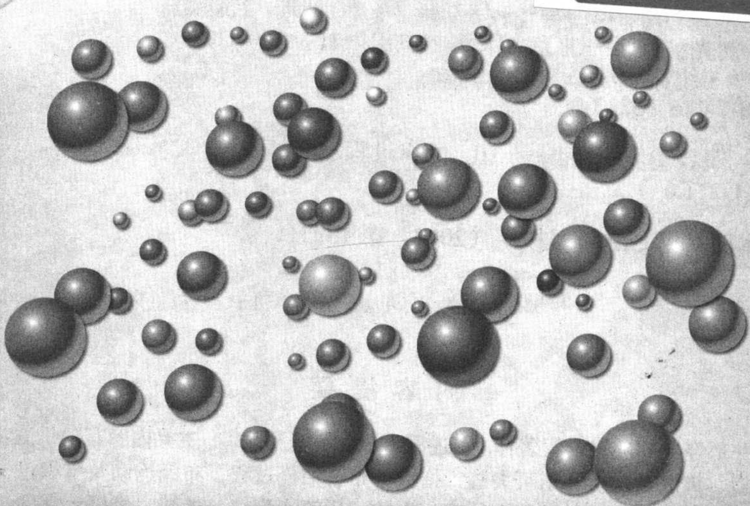
（第 9 版）

[美] Sheldon M. Ross 著

龚光鲁 译

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

TURING 图灵数学·统计学丛书 17



Introduction to Probability Models

应用随机过程

概率模型导论

（第9版）

[美] Sheldon M. Ross 著

龚光鲁 译

人民邮电出版社

北 京

图书在版编目（CIP）数据

应用随机过程：概率模型导论：第9版 /（美）罗斯（Ross，S.M.）著；龚光鲁译．—北京：人民邮电出版社，2007.12
（图灵数学·统计学丛书）
ISBN 978-7-115-16733-0

Ⅰ. 应…　Ⅱ. ①罗…②龚…　Ⅲ. 随机过程—高等学校—教材　Ⅳ. O211.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 133311 号

内容提要

本书是一部经典的随机过程著作，叙述深入浅出、涉及面广．主要内容有随机变量、条件概率及条件期望、离散及连续马尔可夫链、指数分布、泊松过程、布朗运动及平稳过程、更新理论及排队论等；也包括了随机过程在物理、生物、运筹、网络、遗传、经济、保险、金融及可靠性中的应用．特别是有关随机模拟的内容，给随机系统运行的模拟计算提供了有力的工具．本书有约700道习题，其中带星号的习题还提供了解答．

本书可作为概率论与数理统计、计算机科学、保险学、物理学、社会科学、生命科学、管理科学与工程学等专业随机过程基础课教材．

图灵数学·统计学丛书

应用随机过程：概率模型导论（第9版）

◆ 著　[美]Sheldon M. Ross
　译　龚光鲁
　责任编辑　明永玲

◆ 人民邮电出版社出版发行　北京市崇文区夕照寺街14号
　邮编　100061　电子函件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　北京隆昌伟业印刷有限公司印刷
　新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本：700×1000　1/16
　印张：38.75
　字数：757千字　2007年12月第1版
　印数：1 – 4 080册　2007年12月北京第1次印刷

著作权合同登记号　图字：01-2007-2133号

ISBN 978-7-115-16733-0/O1

定价：89.00元

读者服务热线：(010)88593802　印装质量热线：(010)67129223

1
反

版权声明

Introduction to Probability Models, 9th Edition by Sheldon M. Ross, ISBN: 0-12-598062-0.

Authorized Simplified Chinese translation edition published by the Proprietor.

ISBN: 978-981-259-925-4.

Elsevier (Singapore) Pte Ltd.

3 Killiney Road

08-01 Winsland House I

Singapore 239519

Tel：(65)6349-0200

Fax：(65)6733-1817

First Published 2007

2007 年初版

译者介绍

龚光鲁 1959年毕业于北京大学数学力学系. 毕业后留校任教至1987年. 其后调至清华大学应用数学系. 1990年被评为博士生导师. 1981—1982年在美国明尼苏达大学数学系做访问研究. 1985年在美国IMA、1988年在德国BIBOS研究所做短期合作研究. 1990年在美国密苏里大学数学系讲授一个学期的常微分方程和数理统计. 多次访问美国、日本、新加坡、加拿大、法国和英国. 长期从事随机过程、随机分析、随机算法和金融数学的研究与教学工作. 撰写专著与教材6本, 发表论文50余篇. 培养了博士生3人, 硕士生30余人. 主持过国家自然科学基金6次. 曾任中国概率论与数理统计学会常务理事.

译 者 序

Sheldon M. Ross 所著的*Introduction to Probability Models*, 初版于 1972 年, 篇幅仅有 272 页, 以后在 1980、1985、1989、1993、1997、2000、2003 及 2006 年不断地再版, 对于正文、习题、参考文献及附录都做了大量与时俱进的增删与修改, 到 2006 年的第 9 版增至 782 页, 并增加了许多新内容, 如各种极限定理、保险破产问题、股票期权的定价、隐马尔可夫模型和随机模拟等.

本书叙述深入浅出, 极具亲和力, 作者旁征博引, 内容涉及面广, 从概率论一瞥开始, 不仅论述了随机过程的主要论题, 也包括了随机过程在物理、生物、运筹、网络、遗传、经济、保险、金融和可靠性等多方面的应用.

译者尽量使译文忠实于原文, 对于原文中的个别印刷错误也作了修正. 如译文有不当处, 请批评指正.

龚光鲁
2006 年 12 月

前　　言

本教材是初等概率论与随机过程的一个引论, 特别适用于这样的人群, 他们想要知道如何用概率论研究诸如工程、计算机科学、管理科学、物理和社会科学以及运筹学等领域中的种种现象.

大家普遍地感觉到, 学习概率论有两种方法. 一种是直观而不严格的方法, 其意图是培养学生对学科的直观感觉, 以使其能 " 从概率论角度思考". 另一种方法试图用测度论工具严格地研究概率论. 本教材用的是第一种方法. 然而, 因为能 "从概率论角度思考" 对概率论的理解与应用都极为重要, 所以本教材对于那些主要对第二种方法感兴趣的学生也是有用的.

本版更新

第 9 版包含下列新的小节.

- 3.7 节关注的是形如 $S_N=\sum_{i=1}^{N}X_i$ 的复合泊松随机变量, 其中 N 独立于独立同分布随机变量列 $X_i, i\geqslant 1$. 它从推导一个有关复合随机变量的恒等式和这个恒等式在 X_i 都是正整数值的情形的一个推论开始. 然后将这个推论用于后面各节以得到 S_N 的概率质量函数的递推公式, 其中 N 服从泊松分布 (3.7.1 节)、二项分布 (3.7.2 节) 或负二项分布 (3.7.3 节).
- 4.11 节处理隐马尔可夫链. 这种模型假定马尔可夫链每次进入一个状态时, 就发射一个随机信号, 这个信号的分布依赖于进入的状态. 这样的马尔可夫链在下面意义下是隐藏起来的, 即假定只有信号是可观测的而这个链的状态是不可观测的, 作为这个模型分析的一部分, 在 4.11.1 节中我们介绍给定前 n 个信号下, 确定前 n 个状态的最可能序列的 Viterbi 方法.
- 8.6.4 节在工作的服务线随机地失效并且需要修理的假定下, 分析了泊松到达的单服务线排队系统.

几乎所有的章节都有新增内容, 其中加进的较重要的材料如下.

- 例 5.9 是关于到所有的癌细胞都被杀死时正常细胞的期望个数. 这个例子假定每个细胞各有一个权重, 而且一个给定的活细胞是下一个被杀细胞的概率与它的权重成比例.
- 基于泊松过程的时间抽样, 5.4.1 节介绍一个新方法以推导非时齐泊松过程发生在任意指定的区间中的事件个数的概率质量分布.
- 在 8.3 节中包含有关 M/M/1 排队系统的新内容. 其中我们推导了一个在系

统中呆了时间 t 才离开的顾客在系统中最初看到的顾客数的条件分布 (这个条件分布是泊松分布). 在例 8.3 中, 通过得到在某个特定时间后第一个到达的顾客在系统中看到的顾客数的概率分布, 我们剖析了检验悖论.

适用课程

理想状态下, 本教材可用于一年的概率模型课程. 其他可能的课程是一学期的概率论引论 (包括第 1~3 章及其他章的部分内容) 或初等随机过程. 本教材设计得足够灵活, 以便能使用于各种可能的课程. 例如, 我曾用第 5 章与第 8 章, 佐以第 4 章与第 6 章中的零零总总, 作为基本内容开设排队论的一个引论课程.

例题和习题

全书有很多例题及解答, 还有大量供学生解决的习题. 有 100 多个带 * 号的习题, 它们的解答放在正文的最后. 这些带 * 号的习题, 可以用作独立学习与测试的准备. 包含所有习题解答的教师手册, 将免费提供给使用本教材上课的教师.

组织结构

第 1 章与第 2 章介绍概率论的基本概念. 在第 1 章中介绍了公理化框架, 而在第 2 章引入了重要的随机变量概念. 2.6.1 节给出了正态数据样本的样本均值与样本方差的联合分布的简单推导.

第 3 章涉及条件概率和条件期望的主题. "取条件" 是概率论关键性的工具, 也是本书自始至终强调的. 在使用得当时, 取条件的方法使我们能够容易地解决乍看起来似乎很难的问题. 这章的最后介绍了在 (1) 电脑列表问题, (2) 随机图, (3) 波利亚坛子模型以及它与 Bose-Einstein 分布的联系. 3.6.5 节介绍 k 记录值以及惊人的 Ignatov 定理.

在第 4 章我们遇到第一个随机过程, 这是众所周知的马尔可夫链, 它被广泛用于研究现实世界的许多现象. 我们介绍了它在遗传学与生育过程中的应用. 引入了时间可逆的概念, 并对它的用处作了阐述. 4.5.3 节基于随机游动理论介绍了一个可满足性问题的概率算法分析. 4.6 节处理马尔可夫链在其暂态上的平均停留时间. 4.9 节引入马尔可夫链蒙特卡罗方法. 在最后一节中, 我们考虑一个最优地做出决策的模型, 这是熟知的马尔可夫决策过程.

在第 5 章中, 我们致力于研究一类称为计数过程的随机过程. 特别地, 我们研究一种称为泊松过程的计数过程, 讨论了这种过程与指数分布间的紧密联系. 讨论了

泊松过程和非时齐泊松过程的新的衍生物. 有关贪婪算法的分析、公路上超车次数最小化、奖券的收集、AIDS 病毒寻踪的例子以及复合泊松过程的材料也都包含在这一章中. 5.2.4 节给出了指数型随机变量的卷积的简单推导.

第 6 章考虑连续时间的马尔可夫链, 特别强调生灭模型. 如同离散时间的马尔可夫链的研究一样, 时间可逆性被证实是一个有用的概念. 6.7 节介绍了在计算中重要的均匀化技巧.

第 7 章是更新理论, 它涉及比泊松过程更为一般的一类计数过程. 利用更新报酬过程, 得到了极限的结论, 并将它应用于不同的领域. 7.9 节介绍了当观察一系列独立同分布的随机变量时, 直至某种模式出现的时间的分布. 在 7.9.1 节中我们将揭示, 更新理论怎样能用来推导, 直至一个特定的模式出现的时间长度的均值和方差, 以及一个有限个数的特定模式出现的平均时间. 在 7.9.2 节中, 我们假定随机变量有相同的机会取 m 个可能值的任意一个, 并计算了直至 m 个不同值都出现时的平均时间的表达式. 在 7.9.3 节中, 我们假定随机变量是连续的, 并导出了出现 m 个连续递增值时的平均时间的表达式.

第 8 章处理排队论, 或等待线的理论. 在对基本价格等式和极限概率的类型做了预备性的处理后, 我们考察指数排队模型, 并说明如何分析这个模型. 在模型中我们研究的是重要的一类 —— 众所周知的排队网络. 然后, 我们转而研究允许某些分布函数为任意的模型. 8.6.3 节处理优化问题, 涉及单条服务线的一般的服务时间的队列; 8.8 节涉及单条服务线的一般的服务时间的队列, 其到达源是有限个潜在的使用者.

第 9 章涉及可靠性理论. 工程师和运筹工作者可能对这一章最有兴趣. 9.6.1 节阐述了确定部件不必独立的平行系统的期望寿命一个上界的方法, 而 9.7.1 节分析串联结构可靠性模型, 这时当有一个部件失效时, 其他部件进入一种带有暂缓行为的状态.

第 10 章涉及布朗运动以其应用. 讨论了期权定价理论. 介绍了套利定理及其与线性规划的对偶定理的关系. 我们说明了套利定理如何导出 Black-Sholes 期权定价公式.

第 11 章处理统计模拟, 这是对于用解析方法难以处理的随机模型进行分析的有力工具. 讨论了生成任意分布的随机变量的值的方法, 和降低方差以增加模拟的有效性的方法. 11.6.4 节引入了重要抽样这个重要的模拟技术, 并且指出了在应用此方法时倾斜分布的用处.

致 谢

我们感谢对本教材提出有益的建议的许多审稿人. 在我们致力于不断改进本书的过程中, 他们的意见发挥了重大作用, 我们感激下面这些审稿人以及其他许多不

知名的人士：

纽约市立大学的 Mark Brown
南佛罗里达大学的 Tapas Das
加州技术学院的 Jay Devore
纽约州立大学石溪分校的 Eugene Feinberg
缅因大学的 Ramesh Gupta
密歇根州立大学的 Marianne Huebner
里海大学的 Garth Isaak
威斯康星大学白水分校的 Jonathan Kane
宾州州立大学的 Amarjot Kaur
Concordia 大学的 Zohel Khalil
波士顿大学的 Eric Kolaczyk
加州州立大学长滩分校的 Melvin Lax
宾州大学的 Jean Lemaire
密歇根大学的 George Michailidis
伊利诺伊大学的 Krzysztof Osfaszewski
波士顿大学的 Erol Pekoz
西拉丘兹大学的 Evgeny Poletsky
维多利亚大学的 Anthony Quas
卡尔加里大学的 David Scollnik
西北密苏里州立大学的 Mary Shepherd
华盛顿大学的 Galen Shorack
爱荷华大学的 Osnat Stramer
Bowling Green 州立大学的 Gabor Szekeley
普度大学的 Marlin Thomas
Binghamton 大学的 Zhenyuan Wang
维多利亚大学的 Julie Zhou
Butler 大学的 Donald Minassian 极其用心地阅读了全文, 在此致以特别的感谢.

目　录

第 1 章　概率论引论

1.1　引　　言

现实世界的现象的任何实际模型, 必须考虑到随机性的可能. 就是说, 往往我们所关注的量并不是事先可料的, 这种量所展示的内在变化必须考虑在模型之中. 为此, 通常使用的模型实质上是概率性的, 这样的模型自然而然就称为概率模型.

本书的多数章节会涉及自然现象中不同的概率模型. 显然, 为了既能掌握 "如何建立模型", 又能掌握随后对于这些模型的分析, 我们必须具有某些基本概率论的知识. 这章其余的内容和随后的两章是关于这个主题的探讨.

1.2　样本空间与事件

假设我们将完成一个试验, 其结果是预先不可料的. 然而, 尽管试验的结果并不是预先知道的, 但是, 我们可以假定所有可能的结果(outcome) 的集合是已知的. 一个试验的所有可能的结果的集合称为该试验的样本空间, 并记为S. 以下是一些例子.

1. 如果试验由抛掷一枚硬币所构成, 那么

$$S = \{\mathrm{H}, \mathrm{T}\}$$

此处 H 表示抛掷的结果是正面 (Head), 而 T 表示抛掷的结果是反面 (Tail).

2. 如果试验由掷一颗骰子所构成, 那么样本空间是

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

此处的结果 i 表示骰子掷出的是 i, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

3. 如果试验由抛掷两枚硬币所构成, 那么样本空间由以下 4 个点组成

$$S = \{(\mathrm{H}, \mathrm{H}), (\mathrm{H}, \mathrm{T}), (\mathrm{T}, \mathrm{H}), (\mathrm{T}, \mathrm{T})\}$$

如果两枚硬币都出现正面, 结果就是 (H, H). 如果第一枚硬币出现正面, 且第二枚硬币出现反面, 结果就是 (H, T). 如果第一枚硬币出现反面, 且第二枚硬币出现正面, 结果就是 (T, H). 如果两枚硬币都出现反面, 结果就是 (T, T).

4. 如果试验由掷两颗骰子所构成, 那么样本空间由下列 36 个点组成

$$S=\left\{\begin{array}{l}(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1.6)\\(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)\\(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)\\(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)\\(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)\\(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\end{array}\right\}$$

此处结果 (i,j) 称为发生, 如果第一颗骰子掷出 i, 且第二颗骰子掷出 j.

5. 如果试验由测量一辆汽车的寿命所构成, 那么样本空间由所有的非负实数构成. 即

$$S=[0,\infty)$$ ① ■

样本空间 S 的任意子集 E 称为一个事件(event). 以下是事件的一些例子.

1′ 在上述例 1 中, 如果 $E=\{\mathrm{H}\}$, 那么 E 是掷一枚硬币出现正面这一事件. 类似地, 如果 $E=\{\mathrm{T}\}$, 那么 E 是掷一枚硬币出现反面这一事件.

2′ 在例 2 中, 如果 $E=\{1\}$, 那么 E 是骰子点数为 1 这一事件. 如果 $E=\{2,4,6\}$, 那么 E 是骰子点数为偶数这一事件.

3′ 在例 3 中, 如果 $E=\{(\mathrm{H},\mathrm{H}),(\mathrm{H},\mathrm{T})\}$, 那么 E 是第一枚硬币出现正面这一事件.

4′ 在例 4 中, 如果 $E=\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$, 那么 E 是两颗骰子点数和为 7 这一事件.

5′ 在例 5 中, 如果 $E=(2,6)$, 那么 E 是一辆汽车耐用 2 年到 6 年这一事件. ■

对于样本空间 S 的任意两个事件 E 和 F, 我们也可以定义如下的新事件 $E\cup F$, $E\cup F$ 由所有在 E 中或在 F 中的结果所组成. 也就是说, 如果 E 或 F 中有一个发生, 事件 $E\cup F$ 就发生. 例如, 在例 1 中, 如果 $E=\{\mathrm{H}\}$ 且 $F=\{\mathrm{T}\}$, 那么 $E\cup F=\{\mathrm{H},\mathrm{T}\}$. 也就是说, $E\cup F$ 是整个样本空间 S. 在例 2 中, 如果 $E=\{1,3,5\}$ 且 $F=\{1,2,3\}$, 那么 $E\cup F=\{1,2,3,5\}$. 因此 $E\cup F$ 发生, 如果掷骰子的结果是 1 或 2 或 3 或 5 . 事件 $E\cup F$ 常常称为事件 E 与事件 F 的并(union).

对于样本空间 S 的任意两个事件 E 和 F, 我们也可以定义如下的新事件 EF, 有时写为 $E\cap F$, 称为 E 与 F 的交(intersection). EF 由所有既在 E 中也在 F 中

① 集合 (a,b) 定义为由满足 $a<x<b$ 的所有的点 x 所构成. 集合 $[a,b]$ 定义为由满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的所有的点 x 所构成. 集合 $(a,b]$ 及 $[a,b)$ 分别定义为由满足 $a<x\leqslant b$ 的所有的点 x 及满足 $a<x\leqslant b$ 的所有的点 x 所构成.

的结果所组成. 也就是说, 只有 E 和 F 两个都发生, 事件 EF 才发生. 例如, 在例 2 中, 如果 $E=\{1,3,5\}$ 且 $F=\{1,2,3\}$, 那么 $EF=\{1,3\}$.

因此, 在掷骰子的结果是 1 或 3 时, EF 就发生. 在例 1 中, 如果 $E=\{H\}$ 且 $F=\{T\}$, 那么事件 EF 将不包含任何结果, 因此它不可能发生. 为了给这样的事件一个称谓, 我们称它为*不可能事件*(null event), 并记为 $\emptyset$. (即, $\emptyset$ 是指不包含任何结果的事件.) 如果 $EF=\emptyset$, 则 E 与 F 称为*互不相容* (mutually exclusive).

以同样的方式, 我们也定义两个以上事件的并和交. 如果 $E_1, E_2, \cdots$ 都是事件, 那么这些事件的并, 记为 $\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$, 定义为这样的一个事件, 它由至少包含 E_n 中的一个值的所有结果所构成, $n=1,2,\cdots$. 类似地, 事件 E_n 的交, 记为 $\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n$, 定义为这样的一个事件, 它由所有 E_n 中的共同结果所构成, $n=1,2,\cdots$.

最后, 对于任意事件 E, 我们定义一个新的事件 E^c, 称为 E 的*对立事件* (complement), 它由样本空间中不属于 E 中的所有结果所构成. 也就是说, E^c 发生当且仅当 E 没有发生. 在例 4 中, 如果 $E=\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$, 那么 E^c 在两颗骰子的点数和不等于 7 时发生. 再注意, 因为试验必然会导致某些结果, 这就推出 $S^c=\emptyset$.

1.3 定义在事件上的概率

考察一个以 S 为样本空间的试验. 对于样本空间 S 的每一个事件 E, 我们假定一个满足以下 3 个条件的数 $\mathrm{P}(E)$:

(i) $0 \leqslant \mathrm{P}(E) \leqslant 1$. (ii) $\mathrm{P}(S)=1$.

(iii) 对于任意互不相容的事件序列 $E_1, E_2, \cdots$, 即当 $n \neq m$ 时, $E_n E_m=\emptyset$ 的事件序列, 有

$$\mathrm{P}\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n\right)=\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{P}(E_n)$$

我们将 $\mathrm{P}(E)$ 称为*事件E的概率*.

例 1.1 在掷硬币的例子中, 如果我们假定硬币出现正面与出现反面是等可能的, 那么我们有

$$\mathrm{P}(\{\mathrm{H}\})=\mathrm{P}(\{\mathrm{T}\})=1/2$$

另一方面, 如果我们有一枚不均匀的硬币, 它出现正面的可能是出现反面的两倍, 那么我们有

$$\mathrm{P}(\{\mathrm{H}\})=2/3,\ \mathrm{P}(\{\mathrm{T}\})=1/3 \qquad \blacksquare$$

例 1.2 在掷骰子的例子中, 如果我们假定 6 个数的出现都是等可能的, 那么我们