



MATLAB应用技术

小波分析理论与

MATLAB R2007

MATLAB APPLICATION

葛哲学 沙 威 编著
飞思科技产品研发中心 监制

实现



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

小波分析理论与



实现



葛哲学 沙 威 编著
飞思科技产品研发中心 监制

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是“MATLAB 应用技术”系列丛书之一,以最新推出的 MATLAB 中的小波分析工具箱 Wavelet Toolbox 3.0 版本为基础。全书共分为三部分共 20 章,第 1 部分着重介绍了小波理论基础,包括小波基础知识、连续小波变换、离散小波变换、多分辨率分析与正交小波变换、小波变换和多采样滤波器组、二维小波变换与图像处理,以及小波包的基本原理等;第 2 部分重点说明了小波分析工具箱的详细使用方法,包括图形用户接口、小波通用函数、一维小波变换的 MATLAB 实现、二维小波变换的 MATLAB 实现、小波包变换的 MATLAB 实现、信号和图像的降噪和压缩,以及最新的信号和图像的提升小波变换等内容;第 3 部分主要介绍了小波工具箱的应用基础和小波变换在语音和生物医学信号处理、故障诊断、数字水印,以及矩阵方程求解中的应用方法。

本书既可作为理工科各专业的高年级本科生、研究生学习小波分析的辅助教材,也可作为研究和应用这一领域的科技工作者的参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

小波分析理论与 MATLAB R2007 实现 / 葛哲学等编著. —北京:电子工业出版社, 2007.10

(MATLAB 应用技术)

ISBN 978-7-121-05018-3

I. 小… II. 葛… III. 小波分析—计算机辅助计算—软件包, MATLAB R2007 IV. O177

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 141145 号

责任编辑:王树伟

印 刷:北京东光印刷厂

装 订:三河市皇庄路通装订厂

出版发行:电子工业出版社

北京海淀区方寿路 173 信箱 邮编:100036

开 本:787×1092 1/16 印张:31.5 字数:806.4 千字

印 次:2007 年 10 月第 1 次印刷

印 数:5 000 册 定价:43.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010) 88258888。

关注计算机科学，不断创作解决理论与应用之需的 MATLAB 精品图书

MATLAB 是当今最优秀的科技应用软件之一，它以强大的科学计算与可视化功能、简单易用、开放式可扩展环境，特别是所附带的 30 多种面向不同领域的工具箱支持，使得它在许多科学领域中成为计算机辅助设计和分析、算法研究和应用开发的基本工具和首选平台。

MATLAB 具有其他高级语言难以比拟的一些优点，编写简单，编程效率高，易学易懂，因此 MATLAB 语言也被通俗地称为演算纸式的科学算法语言。在控制、通信、信号处理及科学计算等领域中，MATLAB 都被广泛地应用，已经被认可为能够有效提高工作效率、改善设计手段的工具软件，掌握了 MATLAB 就好比掌握了开启这些专业领域大门的钥匙。

电子工业出版社长期致力于出版推荐计算机科学的优秀图书，一直重视 MATLAB 各个版本、各个应用领域的专业图书的出版，我们作为电子工业出版社旗下的计算机研发部，联合国内优秀的科研资深人士，编写出版了多种图书，受到了广大读者的喜爱，在图书市场的表现一直位居国内同类书前茅。

2002—2003 年，我们曾推出如下图书：	2005—2006 年，我们再度推出：
1. MATLAB 6.5 辅助神经网络分析与设计	1. MATLAB 7 基础与提高
2. MATLAB 6.5 辅助优化计算与设计	2. 神经网络理论与 MATLAB 7 实现
3. MATLAB 6.5 辅助图像处理	3. 小波分析理论与 MATLAB 7 实现
4. MATLAB 6.5 应用接口编程	4. MATLAB 7 辅助控制系统设计与仿真
5. MATLAB 6.5 辅助小波分析与应用	5. MATLAB 7 辅助信号处理技术与应用
	6. MATLAB 7.x 界面设计与编译技巧

2007 年 3 月，MathWorks 公司推出了 MATLAB R2007 版本的最新产品，升级了 MATLAB、Simulink 和其他模块，增加了多达 350 个新特性，支持基于 Intel 的 Mac、Windows Vista 及 64 位 Sun Solaris SPARC 平台，并支持多核处理器的多线程并行计算。MATLAB R2007 版本不仅提高了产品质量，同时也提供了数据分析、大规模建模、固定点开发、编码等新特性。

在 R2007 版推出之后，我们针对读者急需，在继承和发扬前期作品的优势上，陆续推出如下图书：

1. MATLAB R2007 基础与提高	4. 精通 MATLAB R2007
2. 神经网络理论与 MATLAB R2007 实现	5. MATLAB R2007 图像处理技术与应用
3. 小波分析理论与 MATLAB R2007 实现	

这些图书的推出,相信将在 MATLAB 新版本软件和使用之间架起一座桥梁,让国内的工程技术人员无须花费太多的时间和精力,就能尽快掌握该软件及其新特性、新功能,并通过大量的实例告诉使用者如何解决面临的实际问题。

它们涵盖了 MATLAB 使用基础、高级编程和重要领域的应用,相信这套丛书的推出,将为 MATLAB 工程技术人员提供最权威、最系统的知识参考,帮助他们快速解决学习、科研和工程实际中面临的问题。

本书的主要内容

小波是一种建立在泛函分析、调和分析、傅里叶分析基础上的时频原子。其在时域和频域同时具有良好的局部化特性和多分辨率特性,被誉为信号分析的“数学显微镜”。近十多年来,小波分析的理论和方法在信号处理、语音分析、模式识别、数据压缩、图像处理、数字水印、量子物理、数值计算等专业和领域得到了蓬勃发展和广泛应用。

MATLAB 是一款强大的工程计算和仿真软件,是广大科研工作者和工程人员解决学术问题和工程问题不可或缺的得力助手。刚刚发布的 R2007 产品族比以往任何版本功能都更加强,其中的小波工具箱 (Wavelet Toolbox 3.0) 在计算速度、函数功能、界面设置上也有了长足的进步,增加了很多新的功能,如提升小波分析、多信号分析,多尺度主分量分析和多元消噪分析等,基本上囊括了目前比较成熟的小波分析方法。使用 MATLAB 软件和小波工具箱,用户只需选择合适的命令和函数,或者进行简单的图形用户界面操作,就可实现各种小波分析方法,大大降低了小波理论的使用门槛,也节省了编写代码的大量时间。这些方便的特性,可以使科研工作者更好地专注于新思想的产生或者不同方法的融合,也可以使工程人员较快地确定实际工程问题的解决方案。

本书从工程应用的角度论述了小波分析的基本理论与算法,跟踪了小波应用发展的前沿技术,详细介绍了小波变换的 MATLAB 实现和有代表性的工程应用,是一本小波理论联系工程实践的书籍。本书共分为三大部分:

- 第 1 部分:小波理论基础篇。共有 7 章,分别讲述了小波基础知识、连续小波变换、离散小波变换、多分辨率分析与正交小波变换、小波变换和多采样滤波器组、二维小波变换与图像处理,以及小波包的基本原理等小波理论和算法。
- 第 2 部分:MATLAB 小波分析篇。共有 8 章,分别讲述了小波图形用户接口、小波通用函数、一维小波变换的 MATLAB 实现、二维小波变换的 MATLAB 实现、小波包变换的 MATLAB 实现、信号和图像的降噪和压缩,以及最新的信号和图像的提升小波变换等内容。
- 第 3 部分:小波工程应用篇。共有 5 章,分别讲述了小波工具箱的应用基础、小

波变换在语音和生物医学信号处理中的应用、小波变换在故障诊断中的应用、小波变换在数字水印中的应用，以及小波变换在矩阵求解中的应用。

全书在介绍了基础理论知识的基础上，全面介绍了小波工具箱里面的主要函数，并以大量的 MATLAB 实例教会读者如何用 MATLAB 实现各种小波变换和处理方法，而对于某些难点和重点则用了较多的实例进行深入的剖析，使读者能够快速建立小波分析的知识框架。第 3 部分讲述了小波具有代表性的工程应用，每个例子都提供了可以直接运行的源代码，并做了详细的解释。

该版本结合最新的小波理论进展和 MATLAB R2007 小波工具箱，对前一版本图书进行了更新升级，涉及的内容主要包括：

(1) 纠正了理论部分的一些疏漏和公式中的错误，添加了一些我们在小波学习过程中的经验和体会，并给出了两个关于“连续小波变换”和“正交离散小波变换”的底层程序，使读者对小波理论有更好的理解和把握；

(2) 添加了第二代小波“提升法”的理论内容，使读者对提升法的来龙去脉有清楚的认识；

(3) 添加了最新小波 GUI 工具箱的使用说明，包括多信号处理、多元消噪、多尺度主分量分析，为对统计信号处理感兴趣的读者提供方便；

(4) 考虑到小波在数值计算方面的重要进展和强大作用，添加了“小波变换在矩阵方程求解中的应用”这一章，并给出详细的源代码。

全书图文并茂，深入浅出，可读性强。相信通过本书的学习，读者不仅可以掌握小波分析的基础理论，而且能精通使用 MATLAB 实现小波分析的具体过程，取得“即学即会”、“学以致用”的学习效果，真正做到“事半功倍”。对于广大学习小波理论和技术的人员来说，能在理论学习的同时提高工程实践能力。

本书的第一版由飞思科技产品研发中心策划并组织编写，葛哲学、廖剑利、李浩明等负责全书统稿工作。廖剑利、张建、肖俊同志负责第 1 部分的第 1 章到第 7 章的编写；葛哲学、刘瑛、邱忠等负责第 2 部分的第 8 章到第 15 章及第 3 部分的第 16 章的编写；陈仲生、张丽娜、安卫华负责本书第 17 章和第 18 章的编写，孙志强、杨勇、潘薇负责本书的第 19 章的编写。此外，安莹、孙金华、刘美琴、张珏琼、谢光军、朱国强、郭玉玲、卿慧玲、王勇、葛诚、胡雷、胡艳、黄朝峰等负责书稿的材料整理和测试工作，并提供了大量的帮助与意见。另外，还有很多同志在本书的编校过程中付出了大量的劳动，在此一并表示衷心的感谢。


本书修订版主要由葛哲学、沙威、陈明生编写和修订。新添加的小波 GUI 新功能，由沙威、葛哲学编写；新添加的提升法理论和第 20 章的内容，由沙威、陈明生负责编写；新添加的程序由沙威提供和整理。

本书可以作为信号处理、自动控制、机械电子、机械制造与自动化、电力电气、通信

工程等专业领域广大在校本科生和研究生的教学用书，也可以作为广大科研学者、工程技术人员掌握和精通 MATLAB 的自学用书和解决工程实际问题的参考用书。

由于小波理论处于不断的发展中，MATLAB 所涉及的知识面极为广泛，加之作者水平有限，所以错误和疏漏之处在所难免。在此，诚恳地期望得到各领域专家和广大读者的批评指正。

编 著 者

 联系方式

咨询电话：(010) 68134545 88254160

电子邮件：support@fecit.com.cn

服务网址：<http://www.fecit.com.cn> <http://www.fecit.net>

通用网址：计算机图书、飞思、飞思教育、飞思科技、FECIT

读者意见调查表

亲爱的读者，您好！感谢您对电子工业出版社飞思品牌图书的喜爱与支持！您对我们图书的关注是我们前进的动力，期望您对我们的图书提出宝贵的建议或意见，以帮助我们提升图书质量和改善相关服务。

请将此份读者意见反馈表认真填写并寄送给我们，或者登录 www.fecit.com.cn 填写电子版的读者意见反馈表，每月我们将从读者来信中抽取 10 名幸运读者，寄送飞思精美笔记本，同时所有填写意见反馈表的读者都可优先参加我们不定期举行的相关技术讲座或读者交流会。

电子工业出版社北京易飞思信息技术有限公司主办本次活动，拥有最终解释权。

购买图书的名称：_____日期：_____

购买的直接原因：_____

姓名：_____性别：_____年龄：_____学历：_____

单位：_____职业：_____

联系电话：_____电子邮件：_____

联系地址（请填写完整，以便寄送礼品）：_____

邮编：_____

1. 您是以哪种方式购买到我们图书的：

- 大型书店、书城 专业书店 行业展会 个体小书店 / 书摊
网上书店 网址是：_____ 出版社邮购
其他

2. 您对本书的满意度：

- 从技术角度 很满意 比较满意 一般 不满意 改进意见
从文字角度 很满意 比较满意 一般 不满意 改进意见
从版式封面设计角度 很满意 比较满意 一般 不满意 改进意见

3. 您最常用的技术/语言：

- C/C++ Java . NET ASP Visual Basic
JSP Jbuilder 其他

4. 您较感兴趣/经常购买的计算机图书类别有：

- 程序设计 网站开发/网页设计 数据库开发与管理 编程语言
操作系统/网络系统 网络技术 考试认证 其他

5. 您选购计算机图书更关注（可多选）

- 内容质量 印装质量 封面版式 价格 是否引进版
增值服务 作者知名度 出版社品牌 其他

6. 您选购计算机图书时能接受的价格是:

- 20 元以下 20-29 元 30-39 元 40-49 元 50-59 元
60-69 元 70 元及以上 不确定

7. 如果给图书配备光盘, 您认为多媒体光盘的内容最好是:

- 对该书知识的教学演示 对该书知识的扩充应用 相关的素材内容
书中范例的视频演示 其他

8. 您希望我们提供哪些更多的服务:

- 网络答疑解惑 更多下载服务(如所需素材下载)
作者讲座 及时勘误书中内容
定向推荐新书或重点书 读者交流会 其他

9. 您愿意参加的图书活动方式(可多选):

- 作者签售会 图书作者技术讲座
图书作者网络交流讨论 新书推介会
促销活动 其他

10. 您获得图书信息的渠道及您较为关注的媒介有:

- 网络书店 门市书店 技术论坛 校园海报
专业报刊杂志 大众报刊杂志 其他

11. 您最常光顾的技术网站(可多填):

12. 您感兴趣或希望增加的图书题材有:

邮政地址: 北京市万寿路南口金家村 288 号院华信大厦 604 邮编: 100036

邮件上请注明: “读者意见反馈表”

电话: 010-88254161-1851 或 88254155 E-mail: market@fecit.com.cn 网址: www.fecit.com.cn

第 1 部分 小波理论基础篇	
第 1 章 基础知识	3
1.1 小波分析的数学基础	3
1.1.1 函数空间与基	4
1.1.2 傅里叶变换	9
1.1.3 时频分析方法	10
1.2 MATLAB 和小波	
工具箱介绍	18
1.2.1 MATLAB 简介	18
1.2.2 小波工具箱及其 新特性	21
1.3 MATLAB 相关基础	
知识介绍	22
1.3.1 信号的产生和显示	22
1.3.2 MATLAB R2007 的 基本图像类型与 相互转换	24
第 2 章 连续小波变换	29
2.1 连续小波变换及性质	29
2.1.1 连续小波基函数	29
2.1.2 连续小波变换的 定义和性质	33
2.2 几种常用的小波	40
第 3 章 离散小波变换	51
3.1 尺度和位移的离散化方法	51
3.2 小波框架理论	53
3.2.1 框架	53
3.2.2 小波框架	56
3.3 二进小波变换	59
3.3.1 二进小波变换及其 逆变换	59
3.3.2 二进小波的性质	60
3.3.3 二进正交小波	62
第 4 章 多分辨率分析与 正交小波变换	63
4.1 多分辨率分析	63
4.2 尺度函数和小波函数	68
4.2.1 尺度函数及其空间	68
4.2.2 小波函数及其 小波空间	68
4.2.3 尺度函数 $\phi(t)$ 和小波 函数 $\psi(t)$ 的性质	69
4.3 二尺度方程及多分辨率滤波器组	71
4.3.1 二尺度差分方程	71
4.3.2 滤波器系数 h_{0k} 和 h_{1k} 的性质	73
4.4 二进正交小波 变换的 Mallat 算法	76
4.4.1 Mallat 算法的 信号分解过程	77
4.4.2 Mallat 算法的 信号重建过程	79

4.4.3	Mallat 算法的 频带分解特点	82
第 5 章	小波变换和多采样滤波器组	87
5.1	多采样数字信号处理的 一些基本关系	87
5.2	双通道多采样率滤波器 组的理想重建条件	91
5.3	正交镜像滤波器与 共轭正交滤波器	95
5.3.1	正交镜像对称滤波器组 (Quadrature Mirror Filter Bank, 简称 QMF)	95
5.3.2	共轭正交滤波器组 (Conjugate Quadrature Filter Bank, 简称 CQF)	96
5.4	双正交滤波器组与 双正交小波	101
第 6 章	二维小波变换与图像处理	105
6.1	二维小波变换	105
6.2	二维多分辨率分析及 小波子空间分析	108
第 7 章	小波包的基本理论	115
7.1	小波包的基本原理	116
7.1.1	小波包的定义	116
7.1.2	小波包的正交性质	118
7.2	小波包的子空间分解	119
7.2.1	小波包的子空间 分解过程	119
7.2.2	子空间的频带	121
7.3	小波包的分解与重建	122
7.4	最优小波包基的选择	123
第 2 部分 MATLAB 小波分析篇		
第 8 章	MATLAB 小波图形 用户接口	129
8.1	小波 GUI 的启动和简介	129
8.1.1	小波 GUI 的 启动和功能	129
8.1.2	小波 GUI 的 基本说明	131
8.2	小波 GUI 中的小波和 小波包显示	137
8.2.1	小波信息显示	137
8.2.2	小波包信息显示	139
8.3	小波 GUI 中的信号和 图像延拓	140
8.3.1	信号延拓	140
8.3.2	图像延拓	143
8.4	一维小波变换	143
8.4.1	一维连续小波变换	144
8.4.2	一维连续复 小波变换	148
8.4.3	一维离散小波变换	149
8.4.4	一维小波包变换	159
8.5	一维小波变换专用工具	166
8.5.1	一维平稳小波降噪	166
8.5.2	一维小波密度估计	168
8.5.3	一维回归估计	171
8.5.4	一维小波系数选取	173
8.5.5	一维 FBM 信号产生	176
8.6	二维小波分析 GUI	177
8.6.1	二维小波分解	177
8.6.2	二维小波包分解	184
8.7	二维小波专用工具	184
8.7.1	二维平稳小波降噪	185
8.7.2	二维小波系数选择	185
8.7.3	图像融合	187
8.8	MATLAB R2007 GUI 新功能	188
8.8.1	多信号分析工具	189
8.8.2	多元消噪	191
8.8.3	多尺度主分量分析	193
第 9 章	小波通用函数和小波函数	195
9.1	小波通用函数	196

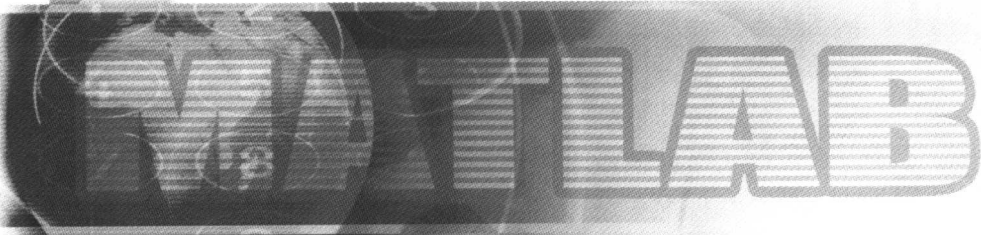
9.2	小波函数.....	227	第 12 章	小波包变换的 MATLAB 实现.....	317
第 10 章	一维小波变换的 MATLAB 实现.....	241	第 13 章	信号和图像的 降噪与压缩.....	333
10.1	一维连续小波变换.....	241	13.1	使用小波进行降噪和 压缩.....	333
10.1.1	一维连续小波 变换的函数.....	241	13.1.1	小波降噪和 压缩函数.....	334
10.1.2	一维连续小波变换 命令行实现方法.....	244	13.1.2	信号的小波降噪.....	354
10.1.3	综合应用实例.....	246	13.1.3	信号的小波压缩.....	357
10.2	一维离散小波分析.....	248	13.1.4	图像的小波降噪.....	358
10.2.1	一维离散小波 变换的函数.....	248	13.1.5	图像的小波压缩.....	360
10.2.2	一维离散小波变换 命令行实现方法.....	263	13.2	使用小波包进行 降噪和压缩.....	364
10.3	一维信号延拓.....	268	13.2.1	小波包降噪和 压缩函数.....	365
10.3.1	延拓函数介绍.....	268	13.2.2	信号的小波包降噪.....	369
10.3.2	信号延拓的 命令行实现.....	269	13.2.3	信号的小波包压缩.....	370
10.4	一维平稳小波变换.....	271	13.2.4	图像的小波包降噪.....	371
10.4.1	一维平稳小波 变换的函数.....	271	13.2.5	图像的小波包压缩.....	372
10.4.2	一维 SWT 的命令 行实现方法.....	274	第 14 章	信号和图像的 提升小波变换.....	375
第 11 章	二维小波变换的 MATLAB 实现.....	281	14.1	引言.....	375
11.1	二维离散小波变换.....	281	14.2	提升法理论.....	377
11.1.1	二维离散小波 函数介绍.....	281	14.3	MATLAB 7 的提升 小波函数介绍.....	381
11.1.2	二维离散小波 变换的命令行实现.....	297	第 15 章	小波工具箱的其他功能.....	399
11.1.3	综合应用实例.....	302	15.1	小波工具箱的其他函数.....	399
11.2	二维离散平稳小波变换.....	304	15.2	自定义小波基函数的 添加.....	403
11.2.1	二维离散平稳 小波函数介绍.....	304	15.2.1	准备工作.....	403
11.2.2	二维离散平稳小波 变换的命令行实现.....	308	15.2.2	添加一个新 小波函数.....	405
11.2.3	综合应用实例.....	314	15.2.3	添加新小波 函数之后.....	405
			15.3	面向对象的设计.....	406

第3部分 小波工程应用篇

第16章 小波工具箱的应用基础.....	411
16.1 一维小波分析的应用.....	411
16.1.1 小波分解在普通 信号分析中的应用.....	411
16.1.2 小波变换在信号 特征检测中的应用.....	427
16.2 二维小波分析的应用.....	433
16.2.1 小波分析在图像 平滑中的应用.....	434
16.2.2 小波分析在图像 增强中的应用.....	435
16.2.3 小波分析在图像 融合中的应用.....	436
16.3 小波包分析的应用.....	439
16.3.1 小波包在信号时频 分析中的应用.....	439
16.3.2 小波包在图像边缘 检测中的应用.....	444
第17章 小波变换在语音和生物 医学信号处理中的应用.....	447
17.1 小波变换在语音信号 处理中的应用.....	447
17.1.1 小波变换在语音 增强中的应用.....	447
17.1.2 小波变换在语音 压缩中的应用.....	448
17.2 小波变换在生物医学 信号处理中的应用.....	451
17.2.1 基于小波变换的 ECG信号压缩.....	451
17.2.2 基于小波变换的EEG 信号多分辨率分析.....	453
第18章 小波变换在故障 诊断中的应用.....	455
18.1 引言.....	455

18.2 基本原理.....	456
18.3 小波变换在轴承 故障诊断中的应用.....	458
18.3.1 轴承外环故障诊断.....	458
18.3.2 轴承滚动体 故障诊断.....	462
18.4 小波变换在齿轮故障诊断 中的应用.....	465
18.5 小波包在轴承故障诊断 中的应用.....	467
18.5.1 轴承外环故障诊断.....	467
18.5.2 轴承滚动体 故障诊断.....	468
18.6 小波包在转子碰摩 故障诊断中的应用.....	470
18.6.1 尖锐碰摩故障 早期检测.....	470
18.6.2 局部碰摩故障 早期检测.....	473
第19章 小波变换在数字 水印中的应用.....	477
19.1 数字水印技术简述.....	477
19.2 基于小波变换的数字 水印的实现.....	479
19.2.1 基本原理.....	479
19.2.2 例程分析.....	481
第20章 小波变换在矩阵方程 求解中的应用.....	485
20.1 小波变换用于快速 矩阵方程求解的理论.....	486
20.2 小波变换用于快速 矩阵方程求解的实例.....	488
参考文献.....	491

第 1 部分 小波理论基础篇



本书共分为三大部分：小波理论基础篇、MATLAB 小波分析篇和小波工程应用篇。这是第 1 部分，主要讲述小波的理论基础，以帮助掌握小波的各种概念和各种变换方法，对于更为深入的理论，本书没有做介绍，感兴趣的读者可以参考其他相关专业书籍。

本部分主要内容包括：

- 基础知识
- 连续小波变换
- 离散小波变换
- 多分辨率分析与正交小波变换
- 小波变换和多采样滤波器组
- 二维小波变换与图像处理
- 小波包的基本理论



第1章 基础知识

小波从来都不是一个“全新”的概念，而是各个领域不同概念形式的一种集合、浓缩和升华。小波理论的发展是多领域、多学科交叉的产物，是数学家、物理学家、工程学家集体智慧的结晶。因此，谈及小波我们不能回避其工程背景和数学基础，对这两方面知识的掌握，是全面理解小波分析的奠基石。本章将围绕小波分析的数学基础和 MATLAB 工程基础进行介绍，为后面的小波理论学习和 MATLAB 小波工具箱学习做准备。

本章主要内容：

- 小波分析的数学基础
- MATLAB R2007 和小波工具箱 4.0 介绍
- MATLAB 相关基础知识介绍

1.1 小波分析的数学基础

当学者 Harr 提出一种非连续可微的正交分解、物理学家 Levy 开始用 Harr 变换去研究分子的布朗运动、Grossman 和 Morlet 给出“小波”这个名字、Mallat 和 Meyer 成就了多分辨率分析、Daubechies 千辛万苦构造出了具有里程碑意义的紧支撑小波、Sweldens 创新性地提出了第二代小波、有人担心小波分析会“过时”的时候，一系列方向性小波，如 ridgelet、curvelet、contourlet、bandelet、wedgelet、shearlet，即第三代小波得到飞速发展。多分辨率分析和多尺度几何分析的结合已经成为目前学术界热门课题，小波的去、现在和未来都散发着勃勃生机，吸引着人们去不断去探索。

小波分析 (Wavelet Analysis) 或多分辨分析 (Multiresolution Analysis) 是傅里叶分析发展史上里程碑式的进展，也是调和和分析这一数学领域半个世纪以来工作的结晶。其基础理论知识涉及到泛函分析、数值分析、统计分析，涉及到电子工程、电气工程、通信工程和计算机工程等，其同时具有理论深刻和工程应用十分广泛的双重意义。在此书的开头，我们首先将小波变换基本理论介绍给广大读者，基于这种思想，我们尽量避免繁琐的数学证明及推导，采用工程观点及数学概念较为直观地叙述其思想，以揭示小波变换的实质，使读者可以透过复杂的数学公式来窥探小波的精髓。

本节主要内容：

- 函数空间与基
- 傅里叶变换
- 时频分析方法

1.1.1 函数空间与基

在这里我们首先简要介绍一下与小波分析有关的泛函分析的基础知识。泛函分析是 20 世纪初发展起来的一个重要数学分支，其中一个非常重要的基本概念就是函数空间。函数空间就是由函数构成的集合。在此，我们给出了集合中最简单最常用的函数空间的定义，并列出了它们的主要性质，然后再给出空间的基和算子的概念。

在本书中，我们将采用如下标准符号：

Z 代表整数集， R 代表实数集， C 代表复数集， Z_+ 代表正整数集， R^n 代表 n 维欧氏空间，内积为 $\langle x, y \rangle = \int_R x(t) \cdot \overline{y(t)} dt$ ， \overline{y} 为 y 的共轭（ y 的共轭也可以写成 y^* ）。

1. 函数空间

在此，我们介绍几种常用的函数空间。

(1) 距离空间

定义：设 X 是任一集合，如果 X 中任意两个元素 x 与 y ，都对应一个实数 $\rho(x, y)$ ，而且满足：

①非负性： $\rho(x, y) \geq 0$ ，当且仅当 $x = y$ 时， $\rho(x, y) = 0$ ；

②对称性： $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ ；

③三角不等式：对于任意的 $x, y, z \in X$ ，有 $\rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(z, y)$

则称 $\rho(x, y)$ 为 x 与 y 之间的距离，而称 X 为以 $\rho(x, y)$ 为距离的距离空间。对于同样的 X ，我们可以定义出不同的距离空间。

常用的距离空间有如下几种：

① n 维欧氏空间。设 R^n 表示 n 维向量 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的全体所构成的集合，称为 n 维欧氏空间，其中 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 都是实数。

对于任意的 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n), y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in R^n$ ，定义

$$\rho(x, y) = \left[\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1-1)$$

为 R^n 空间的距离，因此，按照 $\rho(x, y)$ ， R^n 是一个距离空间。

② 连续函数空间 $C[a, b]$ 。令： $C[a, b] = \{x(t) \mid x(t) \text{ 是 } [a, b] \text{ 上的连续函数}\}$ ，则称 $C[a, b]$ 为 $[a, b]$ 上的连续函数空间，在 $C[a, b]$ 上定义

$$\rho(x, y) = \max |x(t) - y(t)| \quad t \in [a, b]; x, y \in C[a, b] \quad (1-2)$$

可以证明 $\rho(x, y)$ 满足距离的三个条件，故 $C[a, b]$ 按照距离 $\rho(x, y)$ ，是一个距离空间。