

贵州省基础教育科学研究省级重点课题  
遵义师范学院科学研究课题资助项目

# 数学文化 与 基础教育课程改革

幸克坚

西南师范大学出版社

贵州省基础教育科学研究省级重点课题  
遵义师范学院科学研究课题 资助项目

# 数学文化与基础教育课程改革

李克坚

西南师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学文化与基础教育课程改革/幸克坚. —重庆:

西南师范大学出版社, 2006. 8

ISBN 7-5621-3724-2

I. 数... II. 幸... III. 数学课—教学改革—研究  
—中小学 IV. G633. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 103278 号

## 数学文化与基础教育课程改革

幸克坚

---

责任编辑:朱乃明 李虹利

封面设计:谭 玺

版式设计:谭 玺

出版、发行:西南师范大学出版社

(重庆·北碚 邮编:400715)

网 址:<http://www.xscbs.com>

印 刷:西南政法大学印刷厂

开 本:890mm×1240mm 1/32

印 张:20.25

字 数:500 千字

版 次:2006 年 8 月第 1 版

印 次:2006 年 8 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7-5621-3724-2/G·2264

---

定 价:40.00 元



本书是“2005 年贵州省基础教育科研课题”——省级重点课题：“数学史、数学文化与基础教育课程改革”（课题编号 2005A011）和“2004 年遵义师范学院科研课题”——“数学史、数学哲学与数学方法论”（课题编号 200418）的资助项目。是基于基础教育课程改革的理念和当前方兴未艾的数学文化观念之间有极大的共性这一特点，试图扼要探讨和介绍数学文化观、基础教育课程的理念和两者的联系等内容，包括正文与附录两部分。

正文部分包含五章，主要论述了数学的文化观念、课程的概念、基础教育课程改革的理念以及数学文化与基础教育课程改革的关系等内容，力图说明：数学是文化，并且探讨了数学文化与基础教育课程改革的关系。

附录部分分为四章，用“数学的文化价值”为题集中论述了数学在整个人类文化中的作用，力图说明数学的应用遍及人类文化和文明的各个领域。

本书可作为师范院校素质教育通选课——“数学文化”课的教材或参考书，也可作为在职中小学教师职后教育的培训教材。

## 序一

自古以来,无论中外,数学一直是人们从小就要学习并且是一生中学习时间最长的学科之一,这事实本身就说明了数学在人类教育中的基础地位.正因为如此,怎样教数学历来是教学改革关注的课题,在近期国内外的数学教学改革中,这个问题更多地被放到文化的层面上来加以考察了.

数学本身是一种文化.由于其无可比拟的计算精确性和逻辑严密性,数学已成为人类精密思维的一种典范;同时由于其广泛的应用性,数学越来越成为一种普遍的科学语言与工具,并越来越渗透到生产、艺术和人们生活的方方面面.作为一门科学的数学所表现出的文化特征,决定了其在人类文明史上的独特地位.作为人类文化的重要组成部分,数学始终作为一种重要力量,推动着人类物质文明和精神文明的进步.

从根本上来说,数学教育应该让学生在掌握数学知识、技能的同时,接受数学的文化熏陶,了解数学的文化价值,领会数学的精神实

质,唯其如此,才能变单纯的知识传授为全面的素质教育,变学生的被动接受为自主学习,使学生能够真正培养起对终生发展所必需的数学素养.这也就是为什么新的教学改革积极提倡在基础教育数学课程中加强“数学文化”方面的学习要求的原因.

数学教学与数学文化的结合,无论对数学教育工作者还是数学家来说,都不啻是一种挑战.这决不仅仅是简单地增添、插补一些故事、花絮和阅读材料,更不是生搬硬套的文化说教,而应该是一种有机的渗透、融通.这就对数学师资队伍建设和数学教科书的编写提出了新的、很高的要求.近年来,国内学界在这方面已有一些探讨,基础教育中也已开始这方面的实践(如中学数学教科书及课外读物中数学文化内容的编写、数学史等有关选修课程的开设).但总的来说,“数学文化与基础教育课程改革”,在我国无论是理论或实践都尚处于尝试和探索的过程中,仍然是亟待开拓的课题.

在这样的情况下,幸克坚所著《数学文化与基础教育课程改革》,无疑是一部适时之作.作者根据近30年从事师范院校数学教育的实践,将自己关于数学哲学、数学史、数学方法和数学教育的思考以数学文化为纲熔为一炉,对于数学文化与当前基础教育数学课程改革的关系不仅作了全面的论述,而且提出了自己的见解,并有翔实的资料佐证.本书博采众说,视角新颖,对于处于基础教育第一线的中小学教师和师范院校师生正确认识数学、树立正确的数学文化观,推进基础教育数学课程改革,都具有积极意义和阅读价值.值此书完成付印之际,聊述数语,以志庆贺.

中国科学院数学与系统科学研究院

李 士 林

2006年8月12日

## 序二

19 世纪恩格斯对数学的高度概括——数学是研究空间形式和数量关系的科学——已经成为数学界内界外公认的名言。随着社会进步和数学的发展,数学已经成为多元的概念。有人说,数学就是一堆理论,也有人说,数学是工具。这不错,但是不完全。对于所有人而言,数学都是一种思维方式,她是理性精神的化身,她是文化的反映。当今世界,数学与现代人的生活、文化、工作已经越来越密切,她甚至已经渗透到以前由权威、习惯、风俗所统治的领域,而且取代它们成为思想和行动的指南。

回顾人类文明的发展史,我们可以毫不夸张地说,在人类文明历史长河里,数学以其深刻而独特的思维方式、抽象而严谨的表征形式、广泛而深入的应用价值,在人们的心目中烙下了深深的科学印记。随着数学自身的发展和数学对于人类社会、文化、经济影响的日益深入,许多数学家、数学教育家越来越关注数学的人文

意义,关注数学的文化性格.他们对于数学在人类文化中的地位、数学与文化的关系、数学对人的发展的影响等问题进行了探索和研究,提出了许多真知灼见.日本数学家米山国藏认为,“科学工作者所需要的数学知识,相对来说是不多的,而数学的研究精神,数学的发明、发现所需要的思想方法,大脑的数学思维训练,对科学工作者是绝对必要的”.著名数学家、原武汉大学校长齐民友教授说,“一个没有现代数学的文化是注定要衰落的”.也正因为数学是推动人类进步的最重要的思维学科之一,联合国教科文组织于1992年在里约热内卢郑重宣布“2000年是世界数学年”.

不过,整个社会对“数学”本身的理解与认识却是滞后或者片面的.正如美国数学家 M. 克莱因所指出的,“……几乎每个人都知 道,数学在工程设计中具有极其重要的实用价值.但是却很少有人懂得数学在科学推理中的重要性,以及它在重要的物理科学理论中所起的核心作用.至于数学决定了大部分哲学思想的内容和研究方法,摧毁和构建了诸多宗教教义,为政治学说和经济理论提供了依据,塑造了众多流派的绘画、音乐、建筑和文学风格,创立了逻辑学,而且为我们必须回答的人和宇宙的基本问题提供了最好的答案,这些就更加鲜为人知了……在人类文明中,数学如果脱离了其丰富的文化基础,就会简化成一系列的技巧,它的形象也就被完全歪曲了……这样一来的结果是,对于数学这样一门基础性的、富有生命力的、崇高的学科,就连一些受过良好教育的人也持无视甚至轻蔑的态度”.

在我国 20 世纪 80 年代后期,“数学文化”一词开始见诸于报端,特别地,由于随着新一轮基础教育课程改革在全国开展,数学文化一词出现的频率大为增加.“数学文化”在逐渐更新着人们对

数学的认识。数学文化为现代人打开了一个特殊的理解数学的视野。

但不可否认,即使在当今社会,能够从文化的角度来理解数学、研究数学,从文化的层面来开展数学教育活动,还是不多。德国数学家柯朗早在1941就已指出的诸如“数学的教学,逐渐流于无意义的单纯演算习题的训练,固然,这可以发展形式演算的能力,但却无助于对数学的真正理解,无助于提高思考的能力。数学的研究,有过度专门化和过度抽象化的倾向,忽视了应用以及与其他领域之间的联系”等现象依然未消除。

数学不断被严谨化、形式化的同时,数学本身的文化特性,数学中所蕴涵的火热思考被滤去了许多。这一现象在我国基础教育的数学教育中更加突出地存在着。1993年,群论专家、原西南师范大学校长陈重穆教授和我就深感基础教育存在诸多弊端,并多次撰文表达我们的一种观点——“多年来我国学习苏联,数学教学相当重视数学的概念和理论。逻辑性、严密性、系统性成了教学的首要原则,即科学性原则。这对基础教育中数学教学的影响是深刻的,总的来看也是积极的。但有时过分强调,做得过分,也产生了一些消极成分”。为此提出了基础教育中学数学教学中要“淡化形式、注重实质”,当时这一似乎惊世骇俗的观点一度成为国内数学界和数学教育界讨论的热点。在我们看来,“形式化”确实是数学的特点,但这是针对数学本身而言,如果从数学教育是为了学生持续和谐发展这样的目标出发,数学教育,尤其是基础教育中的数学教育过分注重“形式化”,就会淡化数学的人文价值,从而就会淡化数学的本质。数学课程,尤其是基础教育中的数学教育更要体现数学的文化价值,即应让学生理解、吸收和掌握具有文化意蕴的优

秀的数学,这已成为时代的主旋律。著名数学教育家、华东师范大学张奠宙教授也多次指出,“避免因为过分形式化的冰冷美丽而忽视数学中的火热思考……如何点燃和激起学生的火热思考,能够欣赏数学的冰冷的美丽,实在是数学教育的一项根本任务”。后来,我们的观点逐渐被人们接受,在中小学数学教材编写和实施中得到了体现,尤其是在新一轮的数学课程改革中被采纳并被作为数学新课程的一个基本理念。

《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》强调指出:“数学是一种文化,它的内容、思想、方法和语言是现代文明的重要组成部分”,《高中数学课程标准》更将“体现数学的人文价值”作为十大基本理念之一。两“标准”都规定数学课程应该介绍数学发展的历史、应用和趋势,注意体现数学的社会需要、数学家的创新精神、数学科学的思想体系、数学的美学价值,以帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用,逐步形成正确的数学观,并使之成为正确世界观的组成部分。高中课程还特别设立了数学文化专题,在内容上体现了数学文化的内容。这既体现了新一轮基础教育课程改革以人为本的基本理念,也体现了人们对于数学人文价值的新认识,体现了人们数学观和数学课程观的新变化。

2002年8月,国际数学家大会在北京召开,数学科学的进步再次成为全球社会关注的焦点。中国数学的路向何方?中国数学教育如何完成数学文化建设的使命?中国如何在新一轮基础教育课程改革中推进数学化?……这历史地摆在数学教育工作者面前。而是否重视数学教学在人格塑造中的作用,是否发挥数学教学中的人文教育因素,也成为数学教师的教育观正确与否的标志之一。因此,我们必须深入研究数学文化的内涵,研究数学与文化、

数学与教育、数学与史学、数学与哲学、数学与社会学、数学与管理学、数学与高科技等关系,尤其要研究如何将数学文化融入到当前基础教育课程,把作为文化素质的数学教育与作为科学素质的数学教育结合起来,构成完整的数学科学文化素质教育。关于前者,已经有许多学者进行了很有价值的工作,其中不乏数学界和数学教育界有影响的名家。而对于后者,能够真正对实践有较大指导意义的研究还很是欠缺,研究步伐尚须加快。

遵义师范学院的幸克坚同志在数学文化与基础教育课程结合方面收集整理了大量相关资料,为我们进一步研究数学文化的相关课题提供了一个参考,这反映出作者较强的学术洞察力和对数学教育发展的责任感,毕竟这样的工作是一个有意义的开端呵!

克坚同志是西南大学数学与统计学院的老校友,几次邀我为本书作序,我实在盛情难却,在为其潜心研究学术的精神深感欣慰之际,写了上面这些想法,权为之序。

期盼克坚同志更新的研究成果尽快面世。

中国教育学会副会长

全国高师数学教学专业委员会副理事长

西南大学教授、博士生导师、常务副校长



2006年7月

## 前 言

笔者从事师范院校数学教育近 30 年,多年接触现实中的数学教育,从小学到大学基本上都是“概念——定理——例题——习题”的模式,将思路与视野限制在计算和推理之上.人们常说“学数学的人会算”,“数学晦涩难懂、枯燥乏味”……说明传统数学教学模式形成社会对数学的偏见——数学仅是计算和推理工具,数学教育也只是传授数学知识而已,这无疑是数学的悲哀和数学教育的失败.尤为可悲的是,上述偏见不但在社会上普遍存在,而且在每天从事数学教与学的教师和学生中亦复如此——整天沉浸在概念和题目的海洋里,陷入“不识庐山真面目,只缘身在此山中”的盲目状态,对数学学科整体的面貌、它发展所经过的历史、它与整个人类文明的关系等,基本上一无所知,数学知识在头脑中是零碎、不成系统的.这无疑只能使数学教育越来越跟不上当今社会日新月异变化的步伐.

作为西部省区贵州的一名师范院校数学教师,笔者深知我们的学生一旦踏上基础教育的工作岗位,限于各方面条件,不大可能有充足的资料、时间和精力来补上“正确认识数学”这一课。因此,有责任通过自己的努力让今后将从事基础教育的学生对数学有一个正确的认识,在学生心目中还数学以本来面目。如果能将数学在人类文化中的地位和作用问题进行较为系统的阐述,并整合在一本书中,献给那些没有足够的条件得到和阅览较多书籍资料的、正在和即将从事基础教育的数学教师,即在职中小学教师和师范院校学生,使他们能够通过阅读一本书,对数学有一个基本正确和完整的认识,无疑是一个有意义的举措和尝试。这种想法和准备,早在几年前就已经开始。当前正在铺开的新一轮基础教育课程改革,其中《义务教育数学课程标准》中提出:“数学是人类的一种文化,它的内容、思想、方法和语言是现代文明的重要组成部分”;而《高中数学课程标准》特别指出:“体现数学的文化价值——数学是人类文化的重要组成部分。数学课程应适当反映数学的历史、应用和发展趋势,数学对推动社会发展的作用,数学的社会需求,社会发展对数学发展的推动作用,数学科学的思想体系,数学的美学价值,数学家的创新精神。数学课程应帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用,逐步形成正确的数学观”。说明基础教育课程改革已经关注到了“数学文化”理念的传播。

2004年5月,笔者参加了在西安召开的“第一届全国数学史与数学教育会议”,通过听讲座和阅读论文的形式,广泛听取了数学界、数学教育界著名专家及同仁的见解,更坚定了笔者的信念。回来后恰逢贵州省教育厅征集“2005年贵州省基础教育科研课题”,笔者以“数学史、数学文化与基础教育课程改革”为题申报,获

准立项为省级重点课题(课题编号 2005A011)。于是,基于上述多方面的原因和动力,最终导致了“数学文化”与“基础教育课程改革”的结合。在贵州省教育厅和笔者所在学校——遵义师范学院的政策支持和资助下,笔者开始了本课题的集中研究和本书的写作。

鉴于上述想法,笔者尽可能着力把本书写成较系统地论述数学的文化观念和尝试探讨数学文化与基础教育课程改革联系的著作,着重于“数学文化”而不是“数学知识”。为了减少非数学专业的读者阅读本书的困难,增加本书的可读性和宏观性,书中尽可能少出现数学公式和具体的数学问题,让行文表述尽量多带些人文色彩。这样的想法源于一些著名大学如北京大学、南开大学所开设的素质教育通选课的作法。如北京大学开设的素质教育通选课《数学的精神、方法和应用》就“开成一门数学文化课,即从哲学、历史 and 文化的角度讲述数学文化的发展及其对人类文明的影响”<sup>①</sup>;南开大学开设的校公共选修课“数学文化”课则“既要着眼于提高学生的数学素质,又要着眼于提高学生的文化素质”。笔者希望数学专业的学生阅读本书后,能从多年陷入数学“题海”的辛苦中超脱出来,扩展视野,达到“不畏浮云遮望眼,只缘身在最高层”的境界。而非数学专业的学生则可通过阅读本书,形成对数学较为正确的认识。

“数学文化”概念相当宽泛,从视野上说,包含“数学在人类文化中的地位和作用”两方面,前者是说“数学是文化”,而后者则是说“数学对整个人类文化各个领域的作用”。与数学相关的传统学科如数学史、数学教育、数学方法论和数学哲学等,严格说来都属

---

① 张顺燕:《数学的美与理》,北京大学出版社,2004年版,序。

于数学文化的范畴.因此,要想在一本书中将这些内容都介绍是不现实的.好在这些学科都各有一些专著甚至是比较经典的著作,读者只需要各读一本就可以了解该领域的概况.而以“数学文化”为主题的专著,虽然也有不少,但由于视角不同,像笔者所设想的着重论述数学是文化并且集中归纳数学的文化价值以及论述数学文化与基础教育课程改革的联系的书籍还没有看见.因此,本书就是想在这三个方面做一些尝试,在正文部分(前五章)着重讨论了“数学是文化”以及与基础教育课程改革的关系;为了保持主题的清晰,而对“数学在整个人类文明中的作用”,则以“数学的文化价值”为题,安排为附录(后四章),为读者了解数学的文化价值提供一些补充读物.可以认为:前五章集中阐述“数学是文化”以及“数学文化与基础教育课程改革的关系”,而附录部分的四章与前五章中的一、二章合起来,是比较系统地阐述“数学文化”这个题目,可以看作“数学文化概论”.

本书可作为师范院校素质教育课程的“数学文化”参考教材,也可作为中小学教师拓展自身视野的读物.对于师范院校数学专业的学生而言,将本书内容结合数学史、数学哲学进行提纲挈领的介绍,可以说能较好地起到扩展视野、正确认识数学的作用.

遵义师范学院 幸克坚

2006年7月30日于红花岗麓

|                                   |       |
|-----------------------------------|-------|
| <b>目 录</b>                        |       |
| <b>第一章 概论——数学·文化·课程</b> .....     | (1)   |
| 第一节 数学及其特点 .....                  | (1)   |
| 第二节 文化与文明 .....                   | (21)  |
| 第三节 课程与课程论研究 .....                | (43)  |
| <b>第二章 数学文化观</b> .....            | (60)  |
| 第一节 数学文化观 .....                   | (60)  |
| 第二节 数学文化观念形成的历程与背景 .....          | (78)  |
| 第三节 数学文化研究的特点与数学文化理论的特征 .....     | (90)  |
| 第四节 树立数学文化观念的意义 .....             | (106) |
| 第五节 数学文化的外延与数学史的意义 .....          | (119) |
| <b>第三章 基础教育及其课程改革</b> .....       | (131) |
| 第一节 基础教育课程改革的背景 .....             | (131) |
| 第二节 新课程观与基础教育课程改革的理念 .....        | (140) |
| 第三节 基础教育课程改革的目标 .....             | (159) |
| 第四节 课程改革中教师观念的转变 .....            | (166) |
| <b>第四章 基础教育中的数学教育及其课程改革</b> ..... | (188) |
| 第一节 数学教育的目标 .....                 | (189) |

|     |                       |       |
|-----|-----------------------|-------|
| 第二节 | 数学教育的典型理论与实践·····     | (198) |
| 第三节 | 数学课程改革的动因与背景·····     | (207) |
| 第四节 | 数学教育及其改革的历史·····      | (218) |
| 第五节 | 数学课程改革的理念·····        | (237) |
| 第六节 | 基础教育课程改革中的数学教师·····   | (256) |
| 第七节 | 国际数学课程改革的若干特点与趋势····· | (272) |

## **第五章 数学文化与基础教育课程改革 ····· (291)**

|     |                        |       |
|-----|------------------------|-------|
| 第一节 | 课程改革的文化意义·····         | (292) |
| 第二节 | 数学文化观与基础教育课程改革的理念····· | (306) |
| 第三节 | 在新课程中展现数学的文化属性·····    | (318) |
| 第四节 | 在课程改革中融入数学文化观的探索·····  | (329) |
| 第五节 | 从新课程标准看数学史的教育意义·····   | (343) |

## **附录**

### **第六章 数学的文化价值总论····· (363)**

|     |                 |       |
|-----|-----------------|-------|
| 第一节 | 概 述·····        | (363) |
| 第二节 | 作为知识和工具的数学····· | (373) |
| 第三节 | 作为思想与方法的数学····· | (380) |
| 第四节 | 作为精神的数学·····    | (413) |
| 第五节 | 作为技术的数学·····    | (430) |

### **第七章 数学与社会科学**

|                    |       |
|--------------------|-------|
| ——数学的文化价值分论之一····· | (440) |
| 第一节 数学与社会科学·····   | (440) |
| 第二节 数学与哲学·····     | (452) |
| 第三节 数学与经济学·····    | (472) |