学习 同步辅导 同步提高

同步辅导系列

高教版·吴大正主编

信号与线性系统分析

（第4版）

习题解析

刘鹏 李敬社

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

同步辅导系列

信号与线性系统分析
（第 4 版）

习题解析

刘 鹏　李敬社　编著

西安交通大学出版社

内容提要

本书是吴大正主编的《信号与线性系统分析》(第4版)(高等教育出版社)教材的同步学习参考书。每章给出了章节的知识构架,对教材的每一道习题都给出了简洁明了的解析。习题的解法与教材内容密切配合,且数据准确、附图齐全。

本书可作为讲授、学习"信号与线性系统"课程师生的配套参考书,也可供考研志士参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统分析(第4版)习题解析/ 刘鹏,李敬社编著.—西安:西安交通大学出版社,2007.11
(同步辅导系列)
ISBN 978-7-5605-2491-7

Ⅰ.信… Ⅱ.①刘… ②李… Ⅲ.①信号理论-高等学校-解题②线性系统-系统分析-高等学校-解题
Ⅳ.TN911.6-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第101854号

书　　名　信号与线性系统分析(第4版)习题解析
编　　著　刘鹏　李敬社
出版发行　西安交通大学出版社
地　　址　西安市兴庆南路10号　(邮编:710049)
电　　话　(029)82668357　82667874(发行部)
　　　　　　(029)82668315　82669096(总编办)
印　　刷　陕西宝石兰印务有限责任公司
字　　数　355千字
开　　本　880mm×1230mm　1/32
印　　张　9.5
版　　次　2007年11月第1版　2007年11月第1次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5605-2491-7/TN·97
定　　价　16.80元

前　　言

《信号与线性系统》课程是电子信息类专业的一门重要的专业基础课，主要研究信号与线性系统的基础理论、基本概念和基本分析方法，为后续课程的学习和今后工作实践准备必要的基础知识。

本课程是一门理论性和系统性很强的课程，涉及数学知识较多，并有广泛的实际工程应用背景。要学好这门课，首先要对基本概念和基本理论有较好的把握，注重数学和物理概念的结合；其次要注重学练相结合，需要做大量的习题，解题过程就是进一步领悟的过程，就是深入理解并掌握知识的过程，做大量习题是学好该课程的关键。为适应该课程改革的需要，高等教育出版社推出吴大正教授主编的教材《信号与线性系统分析》(第 4 版)，该教材配备有大量的习题，这些习题对于初学者有一定难度，为配合该课程的学习，我们编写了配套的课程辅导及习题解析一书。希望本书能够帮助初学者更好地掌握信号与系统的分析方法，并能够满足研究生入学考试的需求。

本书对吴大正教授主编的《信号与线性系统分析》(第 4 版)教材中的每一道习题都给出了详细的解析。与该课程其他同类型教辅材料相比，本书具有以下特点。

1. 每章开头给出了章节的知识构架，便于学生总体把握学习内容。

2. 习题的解析方法与教材中各章、节讲述的内容密切配合。主要用当前章节所讲述的内容及已学内容求解，以方便读者掌握该章节所讲授的基本概念和基本分析方法。

3. 每题给出的解题方法力求概念清晰、简洁明了、数据准确、附图齐全。

4. 对易于出现错误的地方加了注解和说明，以帮助初学者正确理

解和掌握相关内容。

5. 所用公式、符号及解题格式与教材保持一致。

愿本书对你的信号与线性系统的学习有所裨益；在考研时能助你一臂之力。

本书在编写过程中得到空军工程大学理学院电子科学系王曙钊教授的大力协助和西安交通大学出版社的大力支持，在此表示感谢！对《信号与线性系统分析》教材的作者吴大正教授，表示衷心的感谢！

限于编者水平，书中难免有不妥或错误之处，恳请读者指正。

编　者

2007 年 6 月

目　　录

第一章　信号与系统

知识构架

一、信　号

1. 信号的定义

信号是随时间变化的物理量所表示的消息。电信号是随时间变化的电压或电流所表示的消息。

2. 信号的分类

确定性信号是一种理想化的模型，是研究随机信号的理论基础。确定信号有以下几种分类方法：

(1) 根据信号定义域的特点可分为连续时间信号与离散时间信号；

(2) 根据信号按时间自身的变化规律可分为周期信号和非周期信号；

(3) 根据信号的物理可实现性可分为实信号与复信号；

(4) 根据信号的能量性质可分为能量信号与功率信号。

3. 信号的基本运算

(1) 信号加　信号 $f_1(\cdot)$ 和 $f_2(\cdot)$ 之和，即 $f(\cdot) = f_1(\cdot) + f_2(\cdot)$；

(2) 信号相乘　信号 $f_1(\cdot)$ 和 $f_2(\cdot)$ 之积，即 $f(\cdot) = f_1(\cdot)f_2(\cdot)$；

(3) 反转(反折)　将信号以纵轴为对称轴反转，即将信号 $f(t)$ 或 $f(k)$ 中的变量 t 或 k 变成 $-t$ 或 $-k$；

(4) 平移(移位)　对于连续信号 $f(t)$，延时信号 $f(t+t_0)$，若 $t_0 > 0$，则信号将沿 t 轴负方向平移 t_0 时间；若 $t_0 < 0$，则信号将沿 t 轴正方向平移 $|t_0|$ 时间。对于离散时间信号 $f(k)$，情况类似，需要指出，离散时间信号平移的时间单位必须为整数。

(5) 尺度变换　对于变换后的信号 $f(at)$，若 $a > 1$，则 $f(at)$ 是将原信号 $f(t)$ 以原点($t = 0$)为基准，沿横轴压缩到原来的 $\frac{1}{a}$；若 $0 < a < 1$，则 $f(at)$ 是将原信号

$f(t)$ 以原点为基准，沿横轴展宽至原来的 $\frac{1}{a}$ 倍；若 $a<0$，则 $f(at)$ 是将原信号反转，并沿横轴压缩或展宽到原来的 $\left|\frac{1}{a}\right|$ 倍。对于离散信号 $f(k)$ 展缩运算可能引起信息丢失。

二、阶跃信号与冲激信号及其性质

1. 单位阶跃信号(unit step function)

(1) 定义 $\varepsilon(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t<0\end{cases}$

(2) 性质　具有起始信号性，即截取性，即

$$f(t)\varepsilon(t)=\begin{cases}f(t) & t>0\\ 0 & t<0\end{cases};\qquad f(t)\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}f(t) & t>t_0\\ 0 & t<t_0\end{cases}$$

注意：利用单位阶跃信号的截取性，可方便地写出分段函数的闭合表达式。

2. 单位冲激信号 $\delta(t)$ (unit impulse function)

(1) 定义 $\begin{cases}\delta(t)=0 & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{0_-}^{0_+}\delta(t)\mathrm{d}t=1 & t=0\end{cases}$

(2) 性质

① 抽样性　$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$，$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{0_-}^{0_+}f(0)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$

$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$，$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=\int_{t_{0_-}}^{t_{0_+}}f(t_0)\delta(t)\mathrm{d}t=f(t_0)$

② 尺度变换性　$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$，　$a\neq 0$

③ $\delta(t)$ 是偶函数　即 $\delta(-t)=\delta(t)$

(3) $\delta(t)$ 与 $\varepsilon(t)$ 的关系

$$\delta^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\varepsilon(t),\quad \frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}=\varepsilon'(t)=\delta(t)$$

$$\delta^{(-1)}(t-t_0)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau-t_0)\mathrm{d}\tau=\varepsilon(t-t_0),\quad \varepsilon'(t-t_0)=\delta(t-t_0)$$

注意：对图形微分时，若在某一时刻图形发生跃变，在这一时刻将会出现冲激，且冲激强度等于跃变幅度。

3. 冲激信号的导数 $\delta'(t)$

(1) 定义　$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$

(2) 性质

① 抽样性 $f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) f(t)\mathrm{d}t = -\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f'(t)\mathrm{d}t = -f'(0)$$

② $\delta'(t)$ 为奇函数 $\delta'(t) = -\dfrac{\delta(t)}{t}$

三、系 统

1. 定 义

系统是由若干相互作用的单元组成能完成特定功能的整体。电系统是对电信号进行处理的物理装置。

2. 分 类

(1) 动态系统与即时系统　含有动态元件的系统为动态系统，描述动态系统的数学模型为微分方程。其响应不仅与该时刻的激励有关，还与该时刻以前的激励有关；没有动态元件的系统为即时系统，其数学模型为代数方程，其响应仅与该时刻的激励有关。

(2) 因果系统与非因果系统　因果系统的响应是由激励引起的，激励是响应的原因，响应是激励的结果；响应与激励具有因果关系的系统也称为物理可实现系统。如果响应出现在激励之前，系统为非因果系统也称为物理不可实现系统。

另外，$t < 0$ 时为零的信号称为因果信号，对于因果系统，在因果信号激励下，响应也为因果信号。

(3) 连续时间系统与离散时间系统　激励与响应均为连续时间信号的系统是连续时间系统，也称模拟系统；激励与响应均为离散时间信号的系统是离散时间系统，也称数字系统。

(4) 线性系统与非线性系统　线性系统满足三个条件：

① 响应可分解性　$y(t) = y_{zi}(t) + y_{zs}(t)$ 其中 $y_{zi}(t)$ 为零输入响应，$y_{zs}(t)$ 为零状态响应。

② 零输入线性　若$x_k(0) \longleftrightarrow y_{zik}(t), k = 1,2,\cdots,n$，则

$$\sum_{k=1}^{n} a_k x_k(0) \rightarrow y_{zi}(t) = \sum_{k=1}^{n} a_k y_{zik}(t)$$

③ 零状态线性　若$f_k(t) \longleftrightarrow y_{zsk}(t), k = 1,2,\cdots,n$，则

$$\sum_{k=1}^{n} b_k f_k(t) \rightarrow y_{zs}(t) = \sum_{k=1}^{n} b_k y_{zsk}(t)$$

(5) 时变系统与非时变系统

① 时变系统　组成系统的元件参数随时间变化。

② 非时变系统　组成系统的元件参数不随时间变化。在初始状态为零的情况下，系统响应与激励加入的时刻无关，即

若 $f(t) \rightarrow y_{zs}(t)$，则有 $f(t-t_0) \rightarrow y_{zs}(t-t_0)$

注意：线性时不变(LTI)系统满足微积分特性，即

若 $f(t) \rightarrow y_{zs}(t)$，则 $f'(t) \rightarrow y'_{zs}(t)$，$f^{(-1)}(t) \rightarrow y_{zs}^{(-1)}(t)$

习题解析

1.1　画出下列各信号的波形(式中 $r(t) = t\varepsilon(t)$ 为斜升函数)。

(1) $f(t) = (2-3e^{-t})\varepsilon(t)$　　(2) $f(t) = e^{-|t|}, -\infty < t < \infty$

(3) $f(t) = \sin(\pi t) \cdot \varepsilon(t)$　　(4) $f(t) = \varepsilon(\sin t)$

(5) $f(t) = r(\sin t)$　　(6) $f(k) = \begin{cases} 2^k, & k < 0 \\ (0.5)^k, & k \geq 0 \end{cases}$

(7) $f(k) = (2)^k \varepsilon(k)$　　(8) $f(k) = (k+1)\varepsilon(k)$

(9) $f(k) = \sin\left(\frac{k\pi}{4}\right)\varepsilon(k)$　　(10) $f(k) = [1+(-1)^k]\varepsilon(k)$

解　各信号的波形如题解 1.1 图所示。

1.2　画出下列各信号的波形(式中 $r(t) = t\varepsilon(t)$ 为斜升函数)。

(1) $f(t) = 2\varepsilon(t+1) - 3\varepsilon(t-1) + \varepsilon(t-2)$

(2) $f(t) = r(t) - 2r(t-1) + r(t-2)$

(3) $f(t) = \varepsilon(t)r(2-t)$

(4) $f(t) = r(t)\varepsilon(2-t)$

(5) $f(t) = r(2t)\varepsilon(2-t)$

(6) $f(t) = \sin(\pi t)[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)]$

(7) $f(t) = \sin(\pi(t-1))[\varepsilon(2-t) - \varepsilon(-t)]$

(8) $f(k) = k[\varepsilon(k) - \varepsilon(k-5)]$

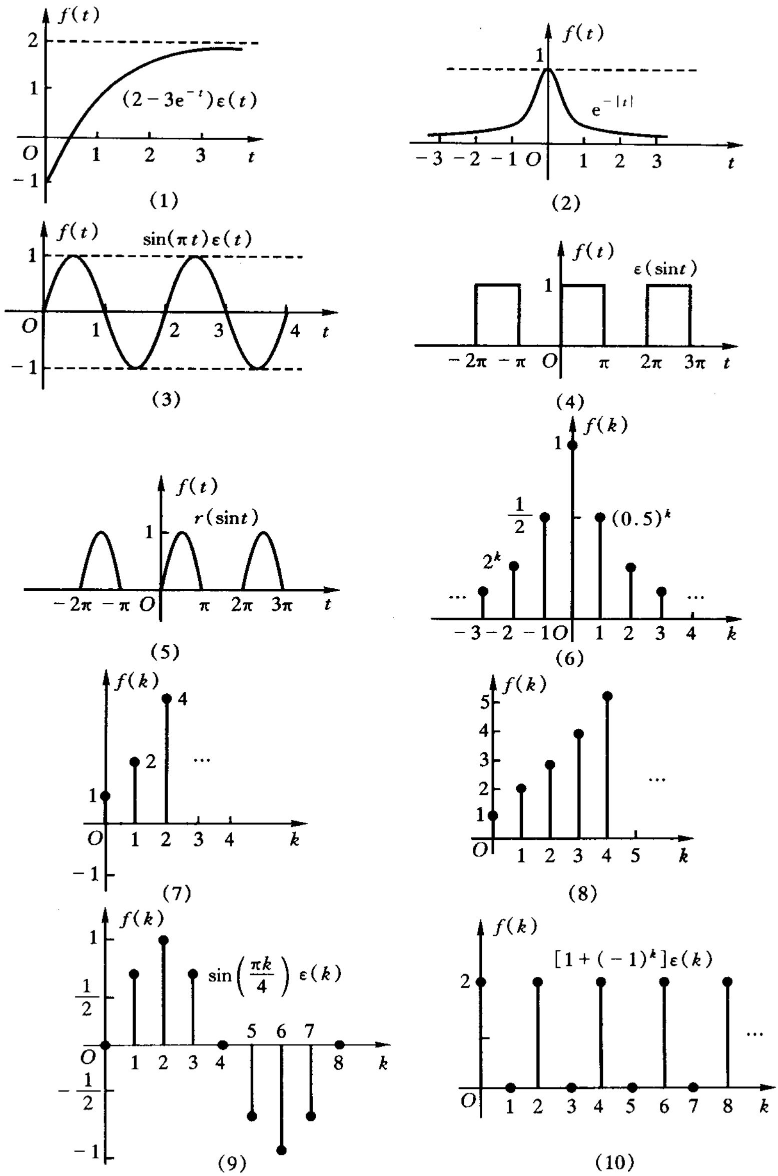
(9) $f(t) = 2^{-k}\varepsilon(k)$

(10) $f(k) = 2^{-(k-2)}\varepsilon(k-2)$

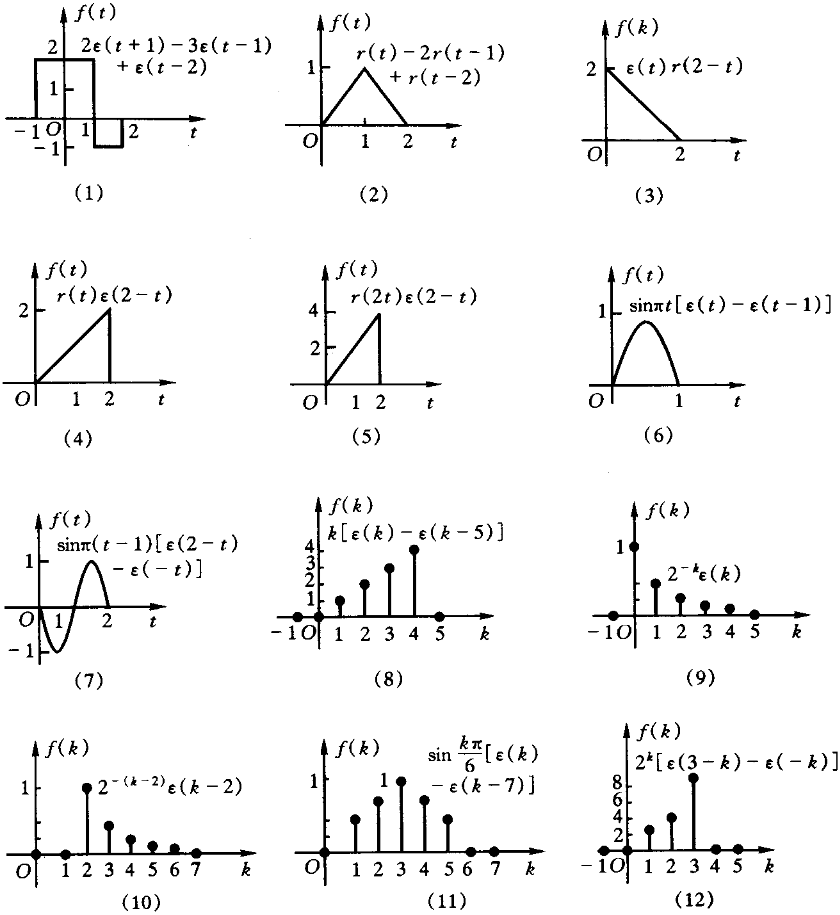
(11) $f(k) = \sin\left(\frac{k\pi}{6}\right)[\varepsilon(k) - \varepsilon(k-7)]$

(12) $f(k) = 2^k[\varepsilon(3-k) - \varepsilon(-k)]$

解　各函数波形如题解 1.2 图所示。


f(t)
(2−3e^{−t})ε(t)
(1)
f(t)
e^{−|t|}
(2)
f(t)
sin(πt)ε(t)
(3)
f(t)
ε(sint)
(4)
f(t)
r(sint)
(5)
f(k)
2^k
(0.5)^k
(6)
f(k)
(7)
f(k)
(8)
f(k)
sin(πk/4) ε(k)
(9)
f(k)
[1+(−1)^k]ε(k)
(10)

题解 1.1 图



题解 1.2 图

1.3 写出题 1.3 图示各波形的表达式。

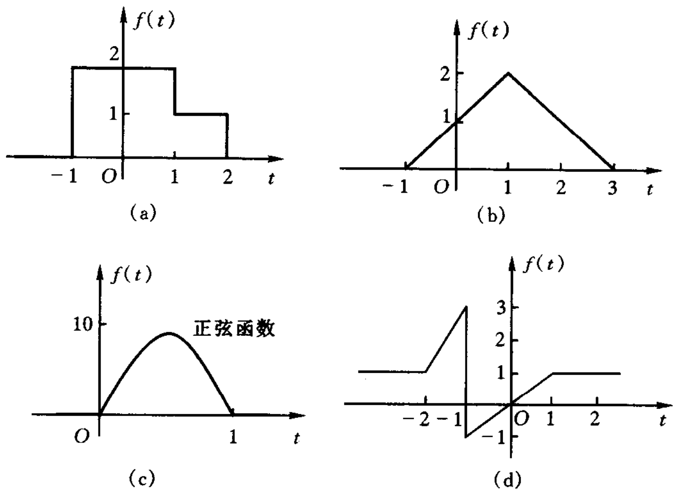
解 各波形表达式如下

(a) $f(t)=2\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)$

(b) $f(t)=r(t+1)-2r(t-1)+r(t-3)$

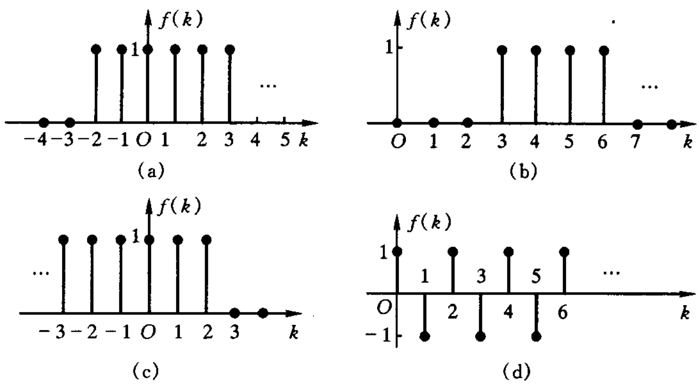
(c) $f(t)=10\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

(d) $f(t)=1+2(t+2)[\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t+1)]+(t-1)[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)]$



题 1.3 图

1.4 写出题 1.4 图示各序列的封闭表达式。



题 1.4 图

解 各波形表达式如下

(a) $f(k)=\varepsilon(k+2)$　　(b) $f(k)=\varepsilon(k-3)-\varepsilon(k-7)$

(c) $f(k)=\varepsilon(-k+2)$　　(d) $f(k)=(-1)^k\varepsilon(k)$

1.5 判别下列各序列是否为周期性的。如果是，确定其周期。

(1) $f_1(k)=\cos\left(\frac{3\pi}{5}k\right)$

(2) $f_2(k)=\cos\left(\frac{3\pi}{4}k+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}k+\frac{\pi}{6}\right)$

(3) $f_3(k)=\sin\left(\frac{1}{2}k\right)$

(4) $f_4(k)=e^{j\frac{\pi}{3}k}$

(5) $f_5(t)=3\cos t+2\sin(\pi t)$

(6) $f_6(t)=\cos\pi t\varepsilon(t)$

解　若信号 $f(k)=A\cos(\omega_0 k+\varphi)$ 以 N 为周期，则有 $f(k+N)=f(k)$，即

$$A\cos(\omega_0(k+N)+\varphi)=A\cos(\omega_0 N+\omega_0 k+\varphi)=A\cos(\omega_0 k+\varphi)$$

则需 $\omega_0 N=2\pi m$，即 $N=\frac{2\pi}{\omega_0}m$；

当① $\frac{2\pi}{\omega_0}=n$ 为整数时，取 $m=1$，则 $N=n$，$f(k)$ 为周期序列，且周期为 n；

② $\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{p}{q}$ 为有理数时，取 $m=q$，则 $N=p$，$f(k)$ 为周期序列，且周期为 p；

③ $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为无理数时，找不到 N，$f(k)$ 为非周期序列。

(1) 由于 $\frac{2\pi}{\frac{3\pi}{5}}=\frac{10}{3}$，所以 $f_1(k)$ 为周期序列，周期为 10。

(2) $\frac{2\pi}{\frac{3\pi}{4}}=\frac{8}{3}$，$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$，所以 $\cos\left(\frac{3\pi}{4}k+\frac{\pi}{4}\right)$ 的周期为 8，$\cos\left(\frac{\pi}{3}k+\frac{\pi}{6}\right)$ 的周期为 6，$f_2(k)$ 的周期应为 $\cos\left(\frac{3\pi}{4}k+\frac{\pi}{4}\right)$ 与 $\cos\left(\frac{\pi}{3}k+\frac{\pi}{6}\right)$ 周期的最小公倍数，所以该序列的周期为 24。

(3) $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$ 为无理数，故该序列为非周期序列。

(4) $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$，该序列为周期序列，周期为 6。

(5) 该函数为非周期的。因为 $\cos t$ 的周期为 2π，$\sin(\pi t)$ 的周期为 2，无最小公倍数。

(6) 该函数不是无始无终的，故不是周期的。属于有始周期信号。

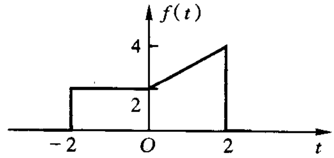
1.6 已知信号 $f(t)$ 的波形如题 1.6 所示，画出下列各函数的波形。

(1) $f(t-1)\varepsilon(t)$　　(2) $f(t-1)\varepsilon(t-1)$

(3) $f(2-t)$　　(4) $f(2-t)\varepsilon(2-t)$

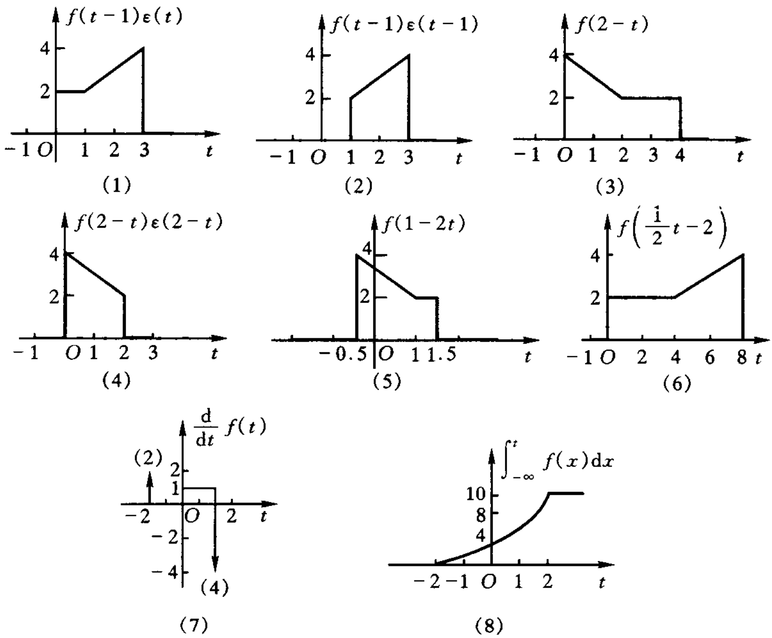
(5) $f(1-2t)$　　(6) $f\left(\frac{1}{2}t-2\right)$

(7) $\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$　　(8) $\int_{-\infty}^{t} f(x)\mathrm{d}x$



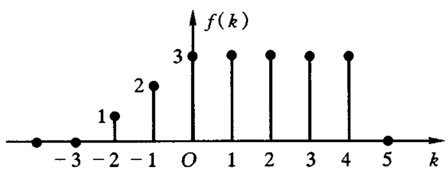
题 1.6 图

解　各波形如题解 1.6 图所示



题解 1.6 图

1.7 已知序列 $f(k)$ 的图形如题 1.7 图所示，画出下列各序列的图形。



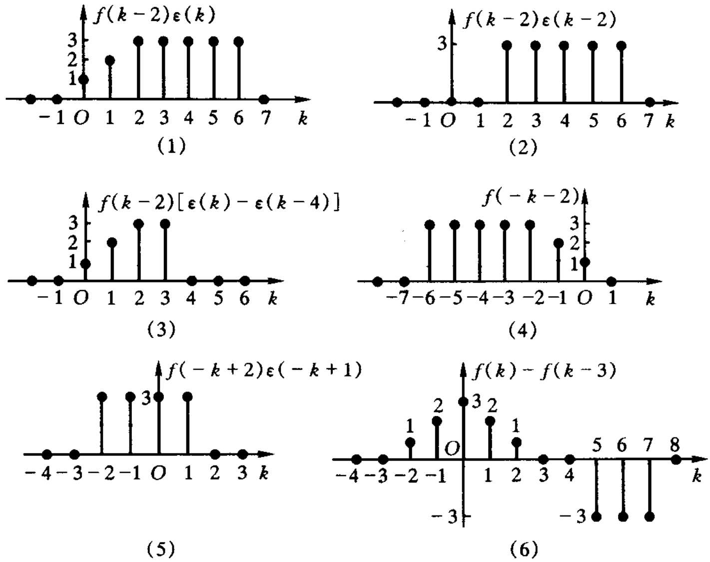
题 1.7 图

(1) $f(k-2)\varepsilon(k)$　　(2) $f(k-2)\varepsilon(k-2)$

(3) $f(k-2)[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-4)]$　　(4) $f(-k-2)$

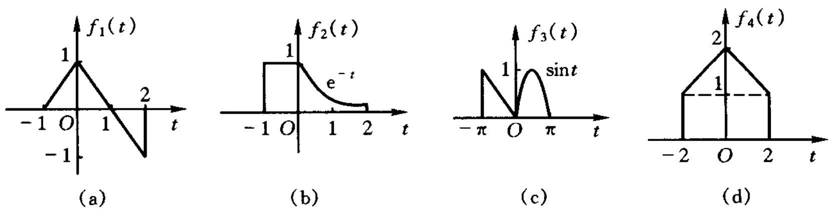
(5) $f(-k+2)\varepsilon(-k+1)$　　(6) $f(k)-f(k-3)$

解　各序列图形如题解 1.7 图所示



题解 1.7 图

1.8　求题 1.8 图所示各信号的一阶导数,并画出其波形。



题 1.8 图

解　(a) $f_1(t)=(1+t)[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t)]+(1-t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$

$$f_1'(t)=\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t)+(1+t)[\delta(t+1)-\delta(t)]$$
$$-[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]+(1-t)[\delta(t)-\delta(t-2)]$$

$$= \varepsilon(t+1) - 2\varepsilon(t) + \varepsilon(t-2) + \delta(t-2)$$

(b) $f_2(t) = [\varepsilon(t+1) - \varepsilon(t)] + e^{-t}[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)]$

$$f'_2(t) = [\delta(t+1) - \delta(t)] - e^{-t}[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)] + e^{-t}[\delta(t) - \delta(t-2)]$$

$$= \delta(t+1) - e^{-t}[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)] - e^{-2}\delta(t-2)$$

(c) $f_3(t) = -\dfrac{t}{\pi}[\varepsilon(t+\pi) - \varepsilon(t)] + \sin t(\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\pi))$

$$f'_3(t) = -\frac{1}{\pi}[\varepsilon(t+\pi) - \varepsilon(t)] - \frac{t}{\pi}[\delta(t+\pi) - \delta(t)]$$

$$+ \cos t(\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\pi)) + \sin t(\delta(t) - \delta(t-\pi))$$

$$= -\frac{1}{\pi}[\varepsilon(t+\pi) - \varepsilon(t)] + \delta(t+\pi) + \cos t(\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\pi))$$

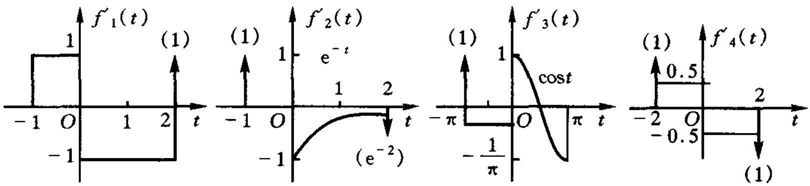
(d) $f_4(t) = \left(2 + \dfrac{t}{2}\right)[\varepsilon(t+2) - \varepsilon(t)] + \left(2 - \dfrac{t}{2}\right)[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)]$

$$f'_4(t) = \frac{1}{2}[\varepsilon(t+2) - \varepsilon(t)] + \left(2 + \frac{t}{2}\right)[\delta(t+2) - \delta(t)]$$

$$+ \left(-\frac{1}{2}\right)[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)] + \left(2 - \frac{t}{2}\right)[\delta(t) - \delta(t-2)]$$

$$= \frac{1}{2}[\varepsilon(t+2) - \varepsilon(t)] + \delta(t+2) - \frac{1}{2}[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)] - \delta(t-2)$$

各导数波形见题解 1.8 图。

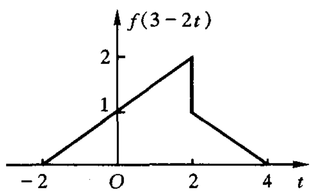


题解 1.8 图

1.9 已知信号的波形如题 1.9 图所示，分别画出 $f(t)$ 和 $\dfrac{df(t)}{dt}$ 的波形。

解 欲求 $f'(t)$ 的波形，需先求 $f(t)$ 的波形。

由 $f(3-2t)$ 根据尺度变换特性做出 $f(3-t)$ 的波形如题解 1.9 图(a) 所示；



题 1.9 图