经全国中小学教材审定委员会
2006年初审通过

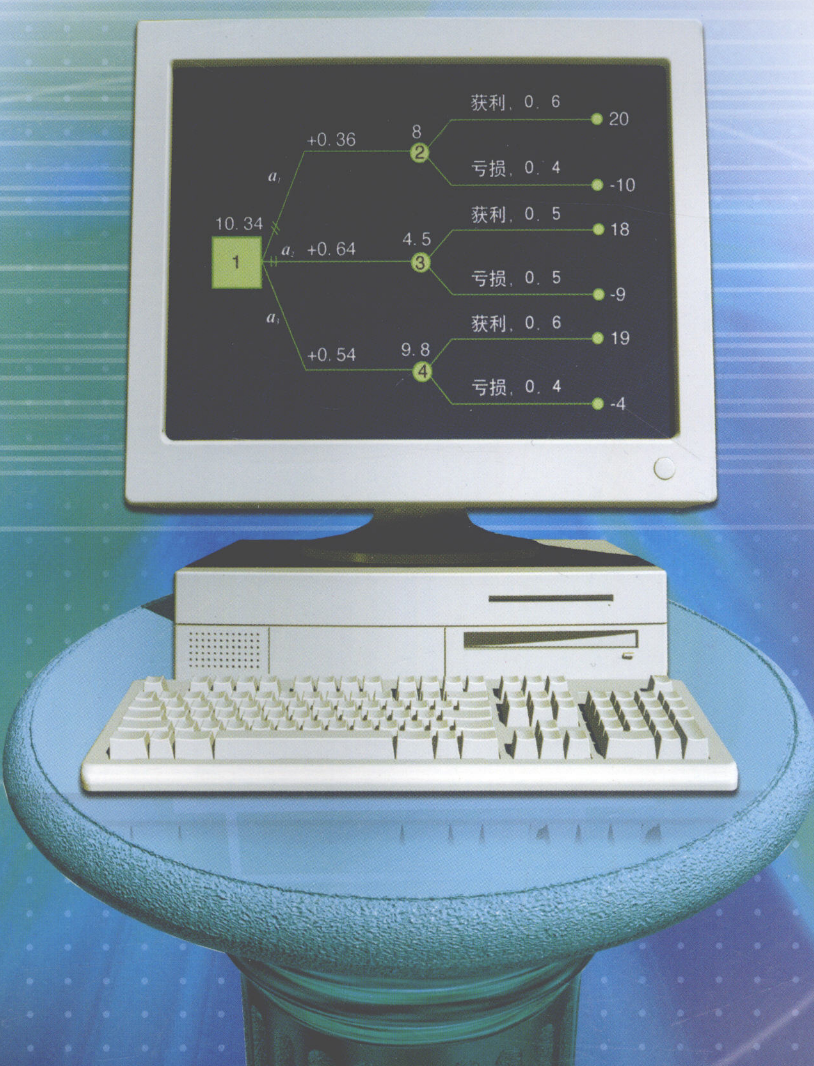
普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 4–9

风险与决策

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学教材实验研究组 编著



人民教育出版社

B版

数学

风险与决策

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 4–9

风险与决策

人民教育出版社 课程教材研究所 中学数学教材实验研究组 编著

人民教育出版社

B版

主　　编　　高存明

编　　者　　高尚华
责任编辑　　张唯一
美术编辑　　李宏庆　王　喆
封面设计　　李宏庆

普通高中课程标准实验教科书
数学
选修 4-9　风险与决策
B 版
人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著
*
人民教育出版社出版发行
网址：http://www.pep.com.cn
人民教育出版社印刷厂印装　全国新华书店经销
*
开本：890 毫米×1 240 毫米　1/16　印张：3　字数：66 000
2006 年 6 月第 1 版　2006 年 11 月第 1 次印刷
ISBN 7-107-19762-2 / G·12812（课）　定价：3.25 元

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与本社出版科联系调换。
（联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼　邮编：100081）

本册导引

高中生王华每逢星期六要到离家较远的科学会堂听数学讲座，讲座早上8：00开始，王华家去科学会堂有两条公共汽车路线．坐1路车路线较长，花费时间较多，但不容易堵车；坐2路车路线较短，但堵车的可能性大．这个星期六，王华7：30出门，时间紧了些，他可能迟到，当王华赶到公共汽车站时，正好1路车和2路车同时进站，他应该坐哪一路公共汽车去科学会堂呢？

根据生活经验和概率知识知道，假如王华坐1路公共汽车，虽说不容易堵车，但并不能保证一定不堵车，万一遇到堵车，那毫无疑问要迟到．假如王华坐2路公共汽车又怎样呢？尽管堵车的可能性大，但还是有机会遇到交通畅通，也就是说有机会赶上讲座开讲，当然这种情况出现的概率不大．

以上分析表明，不管王华坐哪一路公共汽车，他都有可能迟到，或者说，王华面临着迟到的风险．那么，能不能运用数学知识，采取某种合理的方法，帮助王华做出决策，决定坐哪一路公共汽车较好呢？

实际上，在生活中遇到的很多问题，小到个人日常事务的处理，大到治国平天下，往往有多个行动方案可以选择，能不能运用统计决策的思想方法，从中选出一个最佳行动方案，力求得到最圆满的结果，这就是本专题所要解决的问题．

本专题分六讲，第一讲着重说明什么是风险型决策，以下五讲分别介绍最大可能法、期望值法、决策树、灵敏度分析以及马尔可夫型决策，全部内容通过分析多个实例（其中包括王华如何选择坐车路线）展开，以帮助同学们建立初步的风险与决策意识．

目 录

第一讲　风险型决策

决策一词，按中文意思理解，不外乎下列两种含义：①做出决定的意思，这是作为动词来理解；②指做出的决定，这是作为名词来理解．本专题所讲的决策，含义要更加广泛些．

决策是人们在正确认识客观规律的基础上为自己的行动确定目标和选择行动方案的过程，也就是做出决定的过程．在日常生活中，人们几乎时时处处都会遇到决策问题，小到个人的升学、求职、采购、投资，大到政治、经济、军事、教育等领域，存在着大量的决策问题．在企业管理中，决策问题已经成为现代企业管理的核心问题，它贯穿于整个企业管理过程．

在很多决策问题中，未来的情况比较复杂，决策者往往面对多个方案，每个方案又可能各有利弊，这时决策者应尽量避免盲目性，不宜简单的拍板定案．

对于有些决策问题，决策者可以考虑运用统计决策方法，对各个方案加以分析、比较，权衡利弊，进行判断，直至做出正确的决定．

风险型决策是指当未来的外界情况不确定，但其各种状态出现的概率或者已知，或者可以估算出来时，决策者从多个可供选择的行动方案中挑选一个方案的过程．导引中提到的高中生王华决定坐哪一路公共汽车的例子，就是一个风险型决策问题．

一般地讲，风险型决策问题应该具备下列 4 个要素：

①决策的备选方案；

②未来状态及其概率；

③各备选方案在不同状态下的损益值；

④决策准则．

下面通过一个实例来具体分析这些要素．

投资总是具有一定风险的，因此在选择投资方向时，计算其期望收益往往是可供考虑的一种决策方法．某人有 10 万元现金，想通过投资于某项目获利．若投资于项目 A，预计成功的机会为 30%，可得利润 8 万元，失败的机会为 70%，将损失 2 万元，若投资于项目 B，成功的机会为 40%，可得利润 5 万元，失败的机会为 60%，同样损失 2 万元，试问他应该向哪个项目投资呢？

从上面的叙述容易看出，无论他投资于哪个项目，都有可能失败，或者说都承担了一定的风险．把此人看成决策者，决策的备选方案有两个，即

a_1：向项目 A 投资；

a_2：向项目 B 投资．

未来状态有两种，即要么投资成功，要么投资失败，相应概率以及两备选方案在不同状态下的收益值可以归纳如下（这里，收益值取正值，损失值取负值）：

a_1：P(投资成功)$=30\%$，收益 8 万元；

P(投资失败)$=70\%$，收益-2万元.

a_2：P(投资成功)$=40\%$，收益5万元；

P(投资失败)$=60\%$，收益-2万元.

决策准则选用期望值准则，显然，决策者的决策目标是收益越大越好.

综合上面的分析，可以得出结论：这一投资问题是一个风险型决策问题.

下面通过两个实例来简要地介绍期望值准则中“期望”一词的含义.

设某项经营的收益与天气有关. 已知晴天时每天可盈利840元，阴天时每天可盈利300元，雨天将亏损180元. 预测未来一段时间内晴天、阴天、雨天的概率分别是$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$. 这时可以用表格形式来反映每天盈利的情况：设每天经营的收益为X元，于是有

X	840	300	-180
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

通常可称上述X为离散型随机变量，这个表格称为离散型随机变量X的概率分布或分布列.

把X的取值与其对应的概率值相乘，然后把得到的乘积相加，记作$E(X)$，即

$$E(X)=840\times\frac{1}{2}+300\times\frac{1}{3}+(-180)\times\frac{1}{6}=490.$$

$E(X)$称为离散型随机变量X的数学期望，简称期望，它反映了X取值的平均水平，这里的$E(X)=490$意味着，平均说来该项经营每天可望盈利490元.

又例如，为了了解一名射击运动员射击的技术水平，可以用离散型随机变量X表示他在一次射击中的“命中环数”，于是X能取的值是0，1，2，3，…，10. 根据一段较长时间统计他的命中率，X的分布列为

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	0	0	0	0	0	0.02	0.03	0.06	0.08	0.31	0.50

它比较全面地反映了该射击运动员的射击技术水平. 由分布列可以计算X的期望$E(X)$：

$$\begin{aligned}E(X)&=5\times0.02+6\times0.03+7\times0.06+8\times0.08+9\times0.31+10\times0.50\\&=9.13.\end{aligned}$$

意味着他射击一次的期望命中环数是9.13，应该说他的射击技术是相当好的.

风险型决策问题的决策准则是指选择最佳行动方案的标准，对于同一个决策问题，不同的决策准则可能导致选择不同的最佳方案. 为了说明这一点，这里再举一个例子.

根据气象预报，某地区下个月有小洪水的概率为0.25，有大洪水的概率为0.01. 设一公司在建筑工地上有一台大型设备，为保护设备有以下三个方案：

方案a_1：运走设备，此时需花费3 800元；

方案a_2：建一保护围墙，需花费2 000元，但围墙无法防止大洪水，当大洪水来临，设备受损，损失费为60 000元；

方案 a_3：不采取措施，希望不发生洪水. 此时大洪水来临损失 60 000 元，小洪水来临损失 10 000 元.

公司领导应该如何决策呢？

分析前 3 个要素是容易的. 本例有 3 个备选方案，即 a_1，a_2，a_3. 未来状态也有 3 个，即发大洪水，发小洪水，没发洪水. 相应概率为

P(发大洪水)=0.01，

P(发小洪水)=0.25，

P(没发洪水)=1−0.01−0.25=0.74.

3 个方案在 3 个状态下的损失值为

a_1：0，花费 3 800 元；

a_2：60 000 元（发大洪水），0（发小洪水），0（没发洪水），花费 2 000 元；

a_3：60 000 元（发大洪水），10 000 元（发小洪水），0（没发洪水），花费 0 元.

决策者的决策目标是：损失与花费越少越好.

下面先使用最大可能准则来解决上述决策问题.

由上面的分析易见，未来状态为不发生洪水的可能性远远大于发生洪水的可能性，公司领导就把“没发洪水”作为解决问题的基础，于是应该选择方案 a_3，什么也不做，省去了花费. 但是，只要有洪水，就会导致损失，这决策显然承担着风险.

再使用期望值准则讨论这决策问题.

对于方案 a_1，损失为 0，但花费为 3 800 元.

对于方案 a_2，可设损失值为离散型随机变量 X，X 的分布列为

X	60 000	0	0
P	0.01	0.25	0.74

期望损失

$$E(X)=60\ 000\times 0.01+0\times 0.25+0\times 0.74$$
$$=600\ (\text{元}).$$

期望损失与花费之和为

$$600+2\ 000=2\ 600\ (\text{元}).$$

对于方案 a_3，可设损失值为离散型随机变量 Y，Y 的分布列为

Y	60 000	10 000	0
P	0.01	0.25	0.74

期望损失

$$E(X)=60\ 000\times 0.01+10\ 000\times 0.25+0\times 0.74$$
$$=3\ 100\ (\text{元}).$$

由于花费是 0，所以期望损失与花费之和也是 3 100 元.

比较起来，方案 a_2 的期望损失与花费之和最少，公司领导按照期望值准则，应该选

择方案 a_2 为最佳行动方案，这与按照最大可能准则选择方案 a_3 的结果是不同的.

为了行文简洁，以下把使用最大可能准则的风险型决策方法简称为最大可能法，把使用期望值准则的风险型决策方法简称为期望值法，对它们较为详细的讨论将在以下 4 讲中展开.

习题一

1. 某石油公司拟在一片估计含油的荒原上钻探，如果钻井，费用为 150 万元. 若出油（概率为 0.6），收入为 700 万元；若无油（概率为 0.4），则收入为 0. 该公司也可以转让开采权，转让费为 160 万元，公司不承担任何风险. 该公司应如何决策呢？试用风险型决策的 4 个要素分析上面的问题.
2. 某人参加一种猜谜游戏，需猜谜 1 及谜 2 两道谜语. 他可以按照自己选择的先后次序去猜谜，但只有当他猜对第一道谜语时才有资格去猜另一道谜语，已知猜对谜 1 与猜对谜 2 是相互独立的事件. 现假设猜对谜 1 的概率是 0.6，谜 1 的奖金是 200 元；猜对谜 2 的概率是 0.8，谜 2 的奖金是 100 元. 他应该先猜哪道谜语，才能获得较高的期望奖金呢？试用风险型决策的 4 个要素分析上面的问题.

3*. 对第一讲中的投资实例，使用期望值准则，求出投资人的最佳决策.

第二讲　最大可能法

最大可能法是指使用最大可能准则的一种风险型决策方法，简便易行．我们知道，一个事件的概率越大，它发生的可能性就越大．当面对未来情况的各种状态都有可能出现时，由于已经知道它们出现的概率，或者这些概率可以估算出来，决策者就挑选其中概率最大的状态作为考虑问题的出发点，然后再挑选对自己最有利的行动方案．

例 1　某农户要在地里种一种农作物，他可以种玉米、小麦或棉花．根据历年的气象资料了解到天气干旱、天气正常和天气多雨的概率分别为 0.3，0.6，0.1．种三种农作物在三种天气状态下获利情况如表 1 所示．该农户应该如何决策呢？

表 1　农作物在不同天气状态下所获利润　单位：万元

天气状态 / 方案	干　旱	正　常	多　雨
种玉米	0.2	0.4	0.3
种小麦	0.2	0.5	0.4
种棉花	0.3	0.6	0.2

解：该农户的决策目标是获取最大利润．未来天气状态正常的概率是 0.6，远大于干旱年份的概率 0.3 和多雨年份的概率 0.1，使用最大可能法进行决策，应该选定天气正常作为考虑种哪种农作物的出发点．

接下来的问题就容易解决了，在天气正常的年份里，由表 1 中间那一列可知种棉花获利最多（0.6 万元），该农户的最佳行动方案是在这块地里种棉花．

这里需要指出，该农户决定种棉花，并不意味着他就能获得 0.6 万元的利润，毕竟这是一个带有"风险"的决策．运用概率的思想方法不难发现，虽然未来天气多雨的概率只有百分之十，但是天有不测风云，一旦降水量多的年份来临，该农户就只能获利 0.2 万元，比种玉米或小麦的收入要少．

下面介绍损益函数与损益矩阵的概念．

损益函数 $R(a, x)$ 是一个关于两个变量 a，x 的二元函数，其中第一个变量 a 表示决策者可以采取的各种方案．在例 1 中，a_1 表示种玉米，a_2 表示种小麦，a_3 表示种棉花．第二个变量 x 表示未来外界情况可能发生的各种状态．在例 1 中，x_1 表示天气干旱，x_2 表示天气正常，x_3 表示天气多雨．损益函数值 $R(a, x)$ 表示状态 x 出现时采取方案 a 得到的收益值或损失值．在例 1 中 $R(a, x)$ 表示收益值．如，$R(a_3, x_2)=0.6$ 意味着在正常天气状态下种棉花能获利 0.6 万元，例 1 的所有损益函数值是

$R(a_1, x_1)=0.2$，$R(a_1, x_2)=0.4$，$R(a_1, x_3)=0.3$，

$R(a_2, x_1)=0.2$，$R(a_2, x_2)=0.5$，$R(a_2, x_3)=0.4$，

$R(a_3, x_1)=0.3$，$R(a_3, x_2)=0.6$，$R(a_3, x_3)=0.2$.

把这 9 个收益值按照上面的次序用矩阵❶形式表示出来，就得到了损益矩阵，损益矩阵可以记为黑体大写英文字母 $\boldsymbol{R}$，即

注 ❶ 参看附录Ⅰ：矩阵.

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}0.2 & 0.4 & 0.3\\0.2 & 0.5 & 0.4\\0.3 & 0.6 & 0.2\end{bmatrix}.$$

损益函数 $R(a, x)$ 或损益矩阵 $\boldsymbol{R}$ 能充分反映各个备选方案在不同状态下的收益值或损失值，是决策者做风险型决策的重要依据.

例 2 为生产某种产品，投资方有两个基本建设方案，一个是建设大工厂，另一个是建设小工厂. 大工厂需要投资 300 万元，小工厂需要投资 150 万元，两者的使用期限都是 10 年. 估计在此期间，产品畅销的概率是 0.7，产品滞销的概率是 0.3. 两个方案的年度收益情况如表 2 所示. 投资方应该做出怎样的决策呢？

表 2 两个方案的年度收益情况 单位：万元

方案 \ 状态	x_1：产品畅销	x_2：产品滞销
概率	0.7	0.3
a_1：造大工厂	100	-20
a_2：造小工厂	40	20

解：和例 1 类似，投资方的决策目标是获取最大的利润. 由于表 2 给出的是一年的收益情况，为了讨论问题的方便，需要求出工厂投产 10 年的损益函数 $R(a, x)$ 或损益矩阵 $\boldsymbol{R}$.

$R(a_1, x_1)$ 表示大工厂投产 10 年产品畅销的总利润（单位：万元），应该为

$$R(a_1, x_1)=100\times10-300=700;$$

$R(a_1, x_2)$ 表示大工厂投产 10 年产品滞销的总利润（单位：万元），为

$$R(a_1, x_2)=(-20)\times10-300=-500.$$

对于小工厂，类似地有

$$R(a_2, x_1)=40\times10-150=250;$$

$$R(a_2, x_2)=20\times10-150=50.$$

于是可以得到如下的损益矩阵 $\boldsymbol{R}$：

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}700 & -500\\250 & 50\end{bmatrix}.$$

使用概率的记号，由题意，

$$P\text{（产品畅销）}=0.7,$$

$$P\text{（产品滞销）}=0.3.$$

根据最大可能法，应以未来产品畅销的状态作为选择基建方案的出发点.

从损益矩阵 $\boldsymbol{R}$ 表示产品畅销的第 1 列数据易见，造大工厂的总利润 700 万元远大于造小工厂的总利润 250 万元，投资方应该采纳造大工厂的基建方案.

进一步观察损益矩阵 $\boldsymbol{R}$ 可以看出，造大工厂虽然可能获得 700 万元，但承担的风险很大，一旦由于种种始料未及的原因产品滞销，就要遭受亏损 500 万元. 而若建设小工厂，不管产品畅销、滞销，均能获利，但获利的数额相对要小得多. 这个例子表明风险型决策在实际工作中有很大的应用价值.

我们把用最大可能法进行决策的步骤归纳如下：

第一步　明确问题的决策目标；

第二步　确定未来状态 x_1，x_2，…及其概率，确定可供选择的各个方案 a_1，a_2，…；

第三步　确定损益函数 $R(a,\ x)$ 或损益矩阵 $\boldsymbol{R}$；

第四步　由未来状态的概率与 $R(a,\ x)$（或 $\boldsymbol{R}$）从 a_1，a_2，…中选出最佳行动方案.

习题二

1. 某商店准备从南方采购一批西瓜，预测若天晴，则西瓜畅销，可获利20 000元；若天阴，则销路一般，可获利10 000元；若常下雨，则西瓜滞销，将亏损10 000元. 如果该商店改成从新疆采购一批哈蜜瓜，那么预测天晴、天阴、常下雨的获利金额分别为15 000元，10 000元，3 000元. 据天气预报，未来一段日子天晴、天阴、常下雨的概率分别是 0.5，0.2，0.3. 试写出最大可能法的四个具体步骤，从而决定该商店的最佳采购方案.

2. 某时装店为冬季备货，要决定向外地制造商定购若干件高档皮上衣，假定只能发一次定货单，且定购量不能少于 3 件，根据历年当地的销售情况，可以预测这种皮上衣需求量的概率分布如下：

需求量/件	3	4	5	6	7	8
概　率	0.1	0.2	0.3	0.25	0.1	0.05

这种皮上衣的成本为每件2 000元，售价为2 800元，但如果今冬卖不掉的话，只能削价处理，每件售价仅 500 元，可以全部卖完. 试求出这个问题的决策目标与损益矩阵，并用最大可能法帮助该时装店进行决策.

3. 某食品厂生产雪糕，每箱成本为 30 元，可获利 50 元. 若当天剩余一箱未卖出，将损失 30 元. 去年同期日销售量为 100 箱、120 箱、140 箱、160 箱的天数统计结果分别为 18 天、36 天、27 天、9 天. 试估算今年雪糕日销售量的概率分布，求出损益矩阵，并用最大可能法做风险型决策.

4. 某中学高一（1）班 50 名同学中 60% 是女生，当地星期日有一场足球赛，已知 30% 的女生和 70% 的男生得到了足球赛门票. 高一（2）班的几名同学在做这样一个游戏：他们猜在校园中随意遇到的一名高一（1）班同学有没有足球票. 游戏规则是这样的：若该同学有足球票，猜对了得 10 分，猜错了扣 5 分；若该同学没有足球票，猜对了得 8 分，猜错了扣 5 分，高一（2）班的同学应如何做决策呢？

第三讲　期望值法

在风险型决策问题中，当决策目标确定后，可以考虑用离散型随机变量来描述面临的各个行动方案，通过计算期望求出决策目标的期望所得，然后比较这些期望值，得到最优期望值，相应的备选方案就是决策者应采纳的最佳行动方案．上述这种使用期望值准则的风险型决策方法称为期望值法．

例 3　（继续讨论第二讲中例 2）对例 2 的问题，投资方应如何使用期望值法进行风险型决策呢？

解：先不考虑建厂的投资，根据题意，写出两个基建方案的 10 年收益情况如表 3 所示．

表 3　两个方案的 10 年收益情况　单位：万元

方案＼概率＼状态	x_1：产品畅销	x_2：产品滞销	期望值
	0.7	0.3	
a_1：造大工厂	1 000	−200	640
a_2：造小工厂	400	200	340

设离散型随机变量 X_1，X_2 分别表示造大工厂和造小工厂投产 10 年的收益值，由表 3 容易得到 X_1，X_2 的概率分布列如下：

X_1	1 000	−200
P	0.7	0.3

X_2	400	200
P	0.7	0.3

算出它们的期望为

$E(X_1)=1\,000\times0.7+(-200)\times0.3=640$，

$E(X_2)=400\times0.7+200\times0.3=340$.

这两个值反映了投资方采纳不同基建方案时可望得到的收益值，通常称为收益的期望值或期望收益，可以把它们填在表 3 的最后一列中．

投资方采纳造大工厂方案的利润预测为

$E(X_1)-$造大工厂投资$=640-300=340$(万元)；

投资方采纳造小工厂方案的利润预测为

$E(X_2)-$造小工厂投资$=340-150=190$(万元).

两者比较，应该认为造大工厂的基建方案对投资方更为有利，这一结果和用最大可能法（例 2）得到的结果是一致的．

例 4　某公司准备进口一种新产品，根据国内市场以往同类产品的销售情况，具有销路差、销路一般以及销路好三种销售状态，相应的概率分别是 0.4，0.55 以及 0.05．如果进口并投入市场，在三种销售状态下的相应结果是：亏 80 万元，盈 50 万元以及盈 200 万元．当然也可以不进口这种产品，这样公司既不亏损又不盈利．公司应如何使用期望值

法进行决策呢？

解：设离散型随机变量 X 表示进口这种产品并投入市场的收益值（单位：万元），由题意容易得到 X 的概率分布列如下：

X	-80	50	200
P	0.4	0.55	0.05

X 的期望为

$$E(X)=(-80)\times0.4+50\times0.55+200\times0.05=5.5(\text{万元}),$$

反映了销售这种新产品的期望收益．如果不进口这种产品，公司既不亏又不盈，期望收益应该为 0．两者相比，公司可以采纳进口并销售这种产品的方案．当然，做出这样的决策后，应该说面临的风险不小，因为有百分之四十的可能会亏损 80 万元．

这里需要特别指出，今后为了叙述起来方便，我们常常不再设离散型随机变量，而直接写成求各个备选方案损益的期望值，作为比较各方案优劣的基础，下面的例 5、例 6 就是这样做的．

例 5 长江沿岸的某市为了防止洪水对该市的袭击，决定整修一段防护堤．在设计方案时必须考虑不同程度的洪水对该堤的影响．根据当地有记录的洪水资料可得，一般洪水发生的可能性为 70%，它不会对防护堤起破坏作用；较大洪水发生的可能性为 25%，它会对防护堤造成轻微破坏；特大洪水发生的可能性为 5%，它能对防护堤造成严重破坏．工程技术人员经过反复研究，提出了三个可行方案：整修堤岸，增高并加固堤岸，修建混凝土防水墙．每个方案的实施所需费用（包括修建费用和洪水发生后所造成的损失）如表 4 所示．

表 4 三个防洪方案的费用情况 单位：千万元

方案 \ 概率 \ 状态	x_1：一般洪水	x_2：较大洪水	x_3：特大洪水	期望值
	0.70	0.25	0.05	
a_1：整修堤岸	30	40	50	33.5
a_2：增高并加固堤岸	35	38	42	36.1
a_3：修建混凝土防水墙	40	40	45	40.25

该市应如何使用期望值法进行决策呢？

解：由题意可知，该市的决策目标应该是所需费用最小．

由表 4 可得，方案 a_1（整修堤岸）所需费用的期望值为

$30\times0.70+40\times0.25+50\times0.05=33.5$(千万元)；

方案 a_2（增高并加固堤岸）所需费用的期望值为

$35\times0.70+38\times0.25+42\times0.05=36.1$(千万元)；

方案 a_3（修建混凝土防水墙）所需费用的期望值为

$40\times0.70+40\times0.25+45\times0.05=40.25$(千万元)．

本例的损益矩阵为

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}30 & 40 & 50\\35 & 38 & 42\\40 & 40 & 45\end{bmatrix}.$$

把计算结果填入表 4 的最后一列，经比较大小，容易看出，整修堤岸的方案所需期望费用 33.5 千万元最小，方案 a_1 应该作为最佳方案被采纳.

例 6 某工厂为了提高经济效益，决定研制具有现代化管理水平的经营管理信息系统. 根据以往资料分析，该系统用于预测市场行情占 50%，用于处理信息占 40%，还有 10%用于厂内人力资源的调配上. 现有两个方案可供选择，厂方请了专家对各方案的上述三方面的性能进行评估，专家打分情况（满分 100 分）如表 5 所示.

表 5 两个方案的专家打分情况 单位：分

状态 方案	x_1：预测市场	x_2：处理信息	x_3：调配人力
a_1	80	60	100
a_2	50	100	70

试帮助厂方用期望值法决定最佳方案.

解：厂方的决策目标是专家评估的分数越高越好.

由表 5 可以写出损益矩阵

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}80 & 60 & 100\\50 & 100 & 70\end{bmatrix}.$$

由题意，容易算出两个方案的专家打分期望值，以供厂方作比较用.

方案 a_1 的专家打分期望值为

$80\times50\%+60\times40\%+100\times10\%=74$（分）；

方案 a_2 的专家打分期望值为

$50\times50\%+100\times40\%+70\times10\%=72$（分）.

由于方案 a_1 的专家打分期望值 74 分高于方案 a_2 的专家打分期望值 72 分，厂方应采纳方案 a_1 建立经营管理信息系统.

最后归纳一下用期望值法进行风险型决策的步骤如下：

第一步 明确问题的决策目标；

第二步 确定未来状态 x_1，x_2，…及其概率，确定可供选择的各个方案 a_1，a_2，…；

第三步 确定损益函数 $R(a, x)$ 或损益矩阵 $\boldsymbol{R}$；

第四步 求出各个方案 a_1，a_2，…的损益期望值，根据决策目标求出最佳行动方案.

习题三

1. 盒子中装有 3 枚同样大小的硬币，其中 2 枚是普通硬币，另一枚是特制的，它的

两个面的图案都是币值．现从中任意取出1枚，先不观察，而判断它是普通硬币还是特制硬币．规定：如果所取硬币是普通的，而判断为普通的，可得9分；判断为特制的，扣6分．如果所取硬币是特制的，而判断为特制的，可得15分；判断错误则扣12分．希望得分越多越好．若用期望值法应作怎样的判断？（要求具体写出期望值法的四个步骤．）

2. 对习题二中的第1题，应用期望值法决定商店的最佳采购方案．

3. 某公司打算推出一种新设备，正在对该设备的销售前景作调查．公司可以采取出售设备图纸或自己制造两个经营方案，相应的收益列在下表中（单位：万元）：

方案＼状态	x_1：新设备畅销	x_2：新设备滞销
a_1：出售图纸	20	10
a_2：自己制造	50	−25

现在该公司使用期望值法进行决策，试分别在下列两个预测市场前景下决定采纳哪一个可行方案．

(1) 畅销与滞销的可能性相同；

(2) 畅销的概率是滞销的两倍．

（假定未来的销售前景只有畅销和滞销两种状态．）

4. 对习题二中的第4题，试用期望值法帮助高一（2）班的同学做出最优决策．