

面向 21 世纪 课程 教材  
Textbook Series for 21st Century

# 新编大学物理

张景昌 等编著

兵器工业出版社

面向 21 世纪 课程 教材

Textbook Series for 21st Century

# 新编大学物理

张景昌 李红 王秀杰 编著  
王庭太 张玉广

兵器工业出版社

## 内 容 简 介

本书是一本普通本科院校使用的面向 21 世纪课程教材。其内容分为力学、分子运动论与热力学、电磁学、振动和波、物理光学、近代物理等 6 个部分，共计 15 章。每章最后都附有知识结构图，把这些章节的主要概念和核心知识有机地串接在一起，既便于学生学习、掌握好的学习方法，又便于老师教学。

本书在写作上，从新知识、新技术实际应用的角度自然引入物理基本定律与概念，既展示了物理知识的来龙去脉，又保持了物理学特有的知识的完整性和系统性；同时注重了古典物理基础概念与现代科技的衔接、物理学与生活实际的贴近；并融入了一些物理学家的思想和研究方法，以及教师们的部分科研成果。本书对激发学生学习物理兴趣、使教师们在教学理论联系实际有很大帮助。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

新编大学物理/张景昌等编著. —北京: 兵器工业出版社, 2006. 11

ISBN 7-80172-763-0

I. 新... II. 张... III. 物理学-高等学校-教材  
IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 118169 号

出版发行: 兵器工业出版社

发行电话: 010-68962596, 68962591

邮 编: 100089

社 址: 北京市海淀区车道沟 10 号

经 销: 各地新华书店

印 刷: 郑州市金辉印刷有限公司

版 次: 2006 年 11 月第 1 版第 1 次印刷

印 数: 1-1100

责任编辑: 周果钧

封面设计: 张景昌

责任校对: 郭 芳

责任印制: 赵春云

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 20.5

字 数: 520 千字

定 价: 26.00 元

(版权所有 翻印必究 印装有误 负责调换)

# 编 委 会

主 编 张景昌

副主编 李 红 王秀杰  
王庭太 张玉广

# 序

物理学研究的是物质的基本结构及物质运动的普遍规律，它是一门严格并具有极大趣味的基础科学。它的新发现及它所产生的新概念、新理论常常发展成为新的科学和学科的分支；它的基本概念、基本理论与实验方法向其他学科或技术领域的渗透，总是不断地促进或促成该学科或技术领域发生革命性的变化。历史上几次重要的技术革命都是以物理学的进步为先导的。例如，电磁学的产生与发展导致了电力技术与无线电技术的诞生，形成了电力与电子工业；放射性的发现导致原子核科学的诞生与核能的应用，使人类进入了原子能时代；固体物理的发展导致晶体管与集成电路的问世，进而形成了强大的微电子业与计算机产业；激光器的出现导致光纤通信与光盘存储等一系列光电子技术与产业的诞生，微电子、光电子、计算机以及与之相匹配的软件，正在使人类进入信息社会。

纳米材料科学是物理学向材料科学、医学、化学渗透而产生的另一个分支。纳米材料的小尺寸效应、表面效应、量子尺寸效应及宏观量子隧道效应，使它在电、磁、光、传感、力学、医学等方面表现出奇特的磁性能、抗菌性能、高的导电率和扩散率、高效反应活性，并具有优异的催化性能、力学性能和吸收电磁波的性能等，为发展新一代高性能材料创造了条件。纳米材料是原子物理、凝聚态物理、胶体化学、固体化学、化学反应动力学等多种学科交叉而产生的新学科生长点，势必引起材料科学领域中的一场深刻的革命。

古典物理学的许多定律和原理，是物理学的先辈用毕生精力塑造的人类智慧的精华。许多新成果和新技术的创新和发明都是在这些古典物理的基础理论上建立的。

当今科学技术的发展以学科互相渗透交叉与综合为特征，这一特征在 21 世纪将变得更为突出。物理学与技术科学的关系如此密切，以致工科大学生的物理基础的厚薄往往影响他们出校后工作的适应能力和发展的后劲。

大学物理不仅给读者全面系统的物理知识，还较好地使读者在思维方法、研究方法上受到训练与启迪。

# 编者的话

这部《新编大学物理》是依据编者在大学中长期讲授大学物理课程所用的教案编写而成的。

随着科技及产业的发展，要求大学物理内容和讲授方法与当代科技要有很好的适应性，但是我们所看到的一些大学物理教材，从教材的基本内容和讲授方法上很多年来并没有太多变化，很难与当代科技相适应。

针对这种情况，在本教材编写时，我们注重了避免与中学物理教材简单重复；注重了古典物理学基础概念与现代科技的衔接；注重了物理与生活实际的贴近；注重了融入物理学家简介和物理学家的物理思想和研究方法的介绍。借此激发学生对物理学学习的兴趣，学习物理学名人对真知的追求精神和借鉴他们对物理的研究学习方法。

本书15章，按顺序分别是质点运动、牛顿运动定律、冲量与动量、功和能、刚体的定轴转动、分子运动论、热力学基础、静电场、磁场、电磁感应与电磁场、机械振动、机械波、波动光学、相对论和量子力学初步。

本书的主要内容是紧扣国家工科大学物理教学大纲而编写的，针对普通院校的本科生。每一章的开始给学生简单介绍主要内容、重点难点及要求熟练掌握的地方。便于学生更好地掌握本书知识。

本书编写中从西安交大吴百诗先生和清华大学张三慧先生等教授所编写的《大学物理》中汲取了不少精华，在此致以谢意。

参加编写的人员是中原工学院的教师，他们是李红老师（编写机械振动、机械波、波动光学及磁介质部分约9万字）、王秀杰老师（编写质点运动、牛顿运动定律、冲量与动量、功和能、刚体的定轴转动、分子运动论、热力学部分，约9万字）、王庭太老师（编写静电场、介质静电场、相对论，约9万字）、张玉广老师（编写磁场、电磁感应与电磁场、量子力学初步，约9万字），张景昌老师负责全书编著约12万字。杨林峰老师对本书进行了审核。

本书每一讲后面编选了适量的习题，它是可以在规定的时间内学生能够完成的习题和思考题，我们要求学生要避免贪多，取其精华。通过做题加深对物理概念和原理的理解；通过做题，训练学生简洁明确的语言、逻辑思维能力和物理思维方法，这对于任何一个未来的科技工作者来说都是重要的基本功。

我们虽然想通过努力使本书成为适应当代科技发展和我院学生现有水平的理想教材，但由于水平有限，缺点和错误在所难免，我们盼望读者对各方面给予批评指导。感谢兵器工业出版社和周果钧老师所给予本书的帮助，同时感谢中工印务的刘春慧经理与工作人员刘晓露（排版）、高莹莹（文字处理）为本书所做的工作。

张景昌

2006年9月

# 目 录

<b>第 1 章 质点运动</b> .....	( 1 )
1.1 描述质点运动的基本物理量 .....	( 1 )
1.2 运动方程 .....	( 5 )
习题 .....	( 12 )
<b>第 2 章 牛顿运动定律</b> .....	( 14 )
2.1 牛顿运动定律的适用范围 .....	( 14 )
2.2 牛顿运动定律的应用 .....	( 15 )
习题 .....	( 20 )
<b>第 3 章 冲量与动量</b> .....	( 22 )
3.1 质点动量定理 .....	( 22 )
3.2 质点系动量定理 .....	( 25 )
3.3 质点系动量守恒定律 .....	( 26 )
3.4 碰撞 .....	( 26 )
3.5 火箭飞行原理 .....	( 29 )
习题 .....	( 31 )
<b>第 4 章 功和能</b> .....	( 34 )
4.1 功 .....	( 34 )
4.2 质点的动能定理 .....	( 38 )
4.3 质点组的动能定理 .....	( 39 )
4.4 势能 .....	( 41 )
4.5 机械能守恒定律 .....	( 42 )
习题 .....	( 45 )
<b>第 5 章 刚体的定轴转动</b> .....	( 47 )
5.1 刚体的定轴转动与转动惯量 .....	( 47 )
5.2 质点的角动量与角动量定理 .....	( 53 )
5.3 转动定律 .....	( 57 )
5.4 绕定轴转动的刚体的动能及动能定理 .....	( 60 )
习题 .....	( 64 )
<b>第 6 章 分子运动论</b> .....	( 67 )
6.1 气体分子运动论的基本概念 .....	( 67 )

6.2	理想气体压强公式 .....	( 68 )
6.3	分子的平均动能 自由度均分原理 .....	( 70 )
6.4	气体分子热运动的速率分布 .....	( 72 )
6.5	分子的平均碰撞次数和平均自由程 .....	( 74 )
	习题 .....	( 75 )
<b>第7章</b>	<b>热力学基础 .....</b>	<b>( 77 )</b>
7.1	热力学第一定律 .....	( 77 )
7.2	热力学第一定律对等值过程的应用 .....	( 78 )
7.3	循环过程 .....	( 83 )
7.4	卡诺循环 .....	( 85 )
7.5	热力学第二定律 .....	( 87 )
	习题 .....	( 88 )
<b>第8章</b>	<b>静电场 .....</b>	<b>( 90 )</b>
8.1	电场 库仑定律 电荷守恒定律 .....	( 92 )
8.2	电场强度及电场强度的计算 .....	( 93 )
8.3	$E$ 的通量 .....	( 97 )
8.4	高斯定理及应用 .....	( 98 )
8.5	静电场力做的功 电势能 .....	( 102 )
8.6	电势与电势差 .....	( 103 )
8.7	电势的叠加原理及电势的计算 .....	( 104 )
8.8	电势梯度 .....	( 108 )
8.9	静电场中的导体 .....	( 109 )
8.10	电容 电容器 .....	( 114 )
8.11	电介质的电极化 .....	( 119 )
8.12	电介质中的电场 高斯定理 电位移 .....	( 121 )
8.13	电场的能量 .....	( 127 )
	习题 .....	( 130 )
<b>第9章</b>	<b>磁场 .....</b>	<b>( 138 )</b>
9.1	磁感应强度 磁通量 磁场中高斯定理 .....	( 139 )
9.2	毕奥 - 萨伐尔 - 拉普拉斯定律 .....	( 140 )
9.3	安培环路定理 .....	( 145 )
9.4	安培环路定理的应用 .....	( 147 )
9.5	磁场对运动电荷的作用及其应用 .....	( 149 )
9.6	安培定律 ( 载流导线在磁场中所受的力 ) .....	( 152 )
9.7	载流平面线圈在磁场中所受的力矩 .....	( 153 )
9.8	磁力的功 .....	( 154 )
9.9	磁介质的分类 .....	( 155 )
9.10	磁介质中的高斯定理和安培环路定理 .....	( 158 )



9.11 铁磁质 .....	(160)
习题 .....	(161)
<b>第10章 电磁感应与电磁场 .....</b>	<b>(165)</b>
10.1 电磁感应定律 .....	(166)
10.2 感应电动势 .....	(168)
10.3 互感和自感 .....	(178)
10.4 磁场能量 .....	(184)
10.5 位移电流 .....	(186)
10.6 麦克斯韦方程组的积分形式 .....	(189)
习题 .....	(190)
<b>第11章 机械振动 .....</b>	<b>(193)</b>
11.1 简谐振动 .....	(193)
11.2 其他简谐振动 .....	(199)
11.3 简谐振动的合成 .....	(200)
11.4 阻尼振动 .....	(203)
习题 .....	(204)
<b>第12章 机械波 .....</b>	<b>(207)</b>
12.1 机械波与机械波产生的条件 .....	(207)
12.2 波长 周期 频率 波速 .....	(208)
12.3 简谐波的波动方程 .....	(209)
12.4 波的能量 .....	(213)
12.5 惠更斯原理 .....	(215)
12.6 驻波 .....	(218)
习题 .....	(221)
<b>第13章 波动光学 .....</b>	<b>(224)</b>
13.1 光程 .....	(225)
13.2 杨氏双缝干涉 .....	(226)
13.3 薄膜干涉 .....	(229)
13.4 光的衍射 .....	(235)
13.5 衍射光栅 .....	(238)
13.6 光学仪器的分辨率 .....	(241)
13.7 光的偏振 马吕斯定律 .....	(242)
13.8 反射与折射产生的偏振 布儒斯特定律 .....	(245)
13.9 双折射现象 .....	(246)
习题 .....	(249)
<b>第14章 相对论 .....</b>	<b>(252)</b>
14.1 相对论的理论基础 .....	(252)

14.2	伽利略相对性原理与坐标变换 .....	(253)
14.3	狭义相对论基本假设 洛仑兹变换 .....	(255)
14.4	狭义相对论的时空观 .....	(258)
14.5	相对论的动力学原理 .....	(261)
	习题 .....	(263)
<b>第 15 章</b>	<b>量子力学初步</b> .....	<b>(266)</b>
15.1	黑体辐射 .....	(267)
15.2	光电效应 .....	(270)
15.3	光子与光的二象性 .....	(271)
15.4	康普顿散射 .....	(272)
15.5	粒子的波动性 (德布罗意波) .....	(274)
15.6	概率波与概率幅 .....	(275)
15.7	不确定关系 .....	(275)
15.8	氢原子理论及其缺陷 .....	(277)
15.9	量子力学的基本概念 薛定谔方程 .....	(280)
15.10	谐振子 .....	(282)
15.11	氢原子 .....	(283)
15.12	电子的自旋 4 个量子数 原子的壳层结构 .....	(285)
	习题 .....	(287)
	知识框图 .....	(289)
	习题答案 .....	(300)
	单位制和量纲 .....	(313)
	参考文献 .....	(316)

# 第1章 质点运动



(1.1)

## • 主要内容

位矢、位移、速度、加速度；匀变速直线运动方程、圆周运动方程；已知速度、加速度求运动方程；已知运动方程，求速度、加速度。

## • 重点

$r = xi + yj + zk$ ,  $|\Delta r|$  与  $\Delta r$  区别,  $|\Delta v|$  与  $v$  区别, 已知速度、加速度求运动方程, 已知运动方程求速度、加速度。

## • 难点

已知速度、加速度求运动方程。

在国际基本单位制中, 长度的基本单位是米 (m)。1791 年法国把通过地球子午线长度的  $(40\ 000\ 000)^{-1}$  规定为 1 m。1889 年第一届国际计量大会决定, 把这个长度用铂铱合金制成标准米原器, 保存在巴黎国际计量局里, 作为米的标准。1960 年第十一届国际计量大会将长度的标准改为由氦-86 原子的  $2P_{10}$

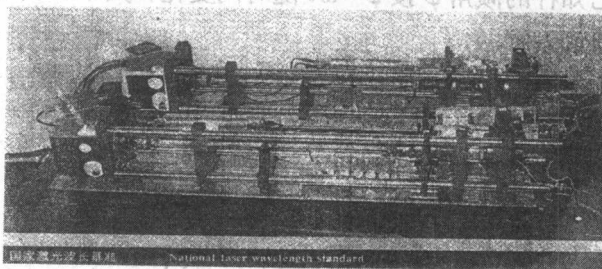


图 1.1

和 5 ds 能级跃迁所对应的辐射的波长, 并定义 1 m 等于该辐射在真空中 1 650 763.73 个波长。1983 年第十七届国际计量大会决定用光速定义米, 即 1 m 等于光在  $(299\ 792\ 458)^{-1}$  s 时间所经过的路径的长度, 同时规定了实现新的米定义的 8 种激光波长, 图 1.1 为中国计量科学研究院研制的用以实现新的米定义的甲烷稳频 He-Ne 激光器 (6.12  $\mu\text{m}$ ) 波长基准装置。

## 1.1 描述质点运动的基本物理量

### 1.1.1 坐标系、位置矢量、位移

#### 1. 坐标系

为了从数值上确定物体相对参考系的位置, 需要在参考系上选用一个固定的坐标系, 常用的坐标系是三维和二维直角坐标系。

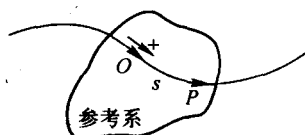


图 1.2

## 2. 位置矢量

由坐标原点  $O$  向质点所在的  $P$  点所作的有向线段  $r$ , 叫该点的位置矢量,  $r$  的大小和方向确定了质点相对参考系的位置, 见图 1.2。  $P$  点的直角坐标  $(x, y, z)$ , 是位置矢量沿坐标轴  $x, y, z$  的投影,  $r$  的矢量式为:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1.1)$$

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1.2)$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{|\mathbf{r}|} \quad \cos \beta = \frac{y}{|\mathbf{r}|}$$

$$\cos \gamma = \frac{z}{|\mathbf{r}|} \quad (1.3)$$

见图 1.3,  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  为单位矢量, 其特点:

- 1)  $|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = |\mathbf{k}| = 1$ 。
- 2)  $\mathbf{i} \perp \mathbf{j}, \mathbf{j} \perp \mathbf{k}, \mathbf{i} \perp \mathbf{k}$ 。
- 3) 从  $\mathbf{i}$  到  $\mathbf{j}$  到  $\mathbf{k}$  遵守右手螺旋关系。

**例 1.1** 如图 1.4 所示, 直杆  $AB$  两端可以分别在两固定而相互垂直的直线导槽上滑动, 已知杆的倾角  $\varphi$  按  $\varphi = \omega t$  随时间变化, 其中  $\omega$  为常量, 试求杆上任意点  $M$  的运动学方程和轨迹方程。

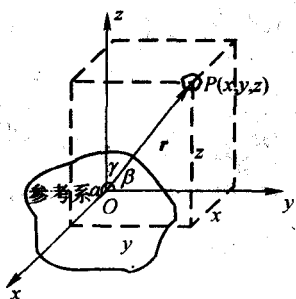


图 1.3

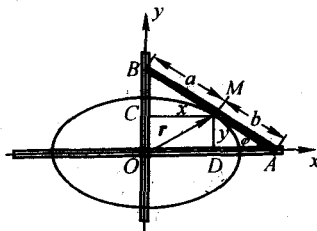


图 1.4

**解** 沿直线导槽作直角坐标系  $Oxy$ , 如图 1.4 所示。设  $\overline{AM} = b$ ,  $\overline{BM} = a$ , 则  $M$  点的坐标为

$$x = a \cos \varphi = a \cos \omega t$$

$$y = b \sin \varphi = b \sin \omega t$$

这就是用直角坐标表示的  $M$  点的运动学方程。

从坐标原点  $O$  向  $M$  点作位矢  $\mathbf{r}$ , 有

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = a \cos \omega t \mathbf{i} + b \sin \omega t \mathbf{j}$$

这就是用位矢表示的  $M$  点的运动学方程。

为了求  $M$  点的轨迹, 从运动学方程中消去  $t$ , 可得

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

即  $M$  点的轨迹是椭圆。椭圆的中心在坐标原点, 半轴长度分别为  $a$ 、 $b$ 。

### 3. 位移

质点在一段时间内位置矢量的改变量叫做它在这段时间内的位移。设质点在  $t$  和  $t + \Delta t$  时刻分别通过  $P$  和  $Q$  点 (图 1.5), 其位矢分别为  $r(t)$  和  $r(t + \Delta t)$ , 由  $P$  引到  $Q$  的矢量表示位矢的增量, 即

$$\Delta r = r(t + \Delta t) - r(t) = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k} \quad (1.4)$$

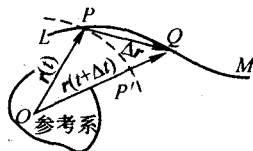


图 1.5

这一位置矢量的增量就是质点在  $t$  到  $t + \Delta t$  这一段时间内的位移。

## 1.1.2 速度与加速度

### 1. 速度——描述物体运动快慢的物理量

(1) 平均速度——位移与发生这段位移所经历的时间之比。

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad (1.5)$$

(2) 速度——质点的位置矢量对时间的变化率, 叫质点在时刻  $t$  的瞬时速度, 简称速度。或当  $\Delta t$  趋于零 (1.5) 式的极限。

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} \quad (1.6)$$

$$v = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} \quad (1.7)$$

$$v = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1.8)$$

(3) 速率——速度的大小叫速率。

$$|v| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta r|}{\Delta t} = \left| \frac{dr}{dt} \right| \quad (1.9)$$

$$v = \left| \frac{dr}{dt} \right| = \frac{ds}{dt} \neq \frac{dr}{dt} \quad (1.10)$$

**例 1.2** 小田鼠在雪地里飞跑, 身后留下一串清晰的脚印, 如图 1.6 所示。已知  $x = -0.13t^2 + 7.2t + 28$ ,  $y = 0.22t^2 - 9.1t + 30$ , 式中  $t$  的单位为 s,  $x$ ,  $y$  的单位为 m。试求小田鼠在  $t = 15$  s 时速度  $v$  的大小和方向。

**解** 根据题设条件, 小田鼠的运动学方程为

$$x = -0.31t^2 + 7.2t + 28$$

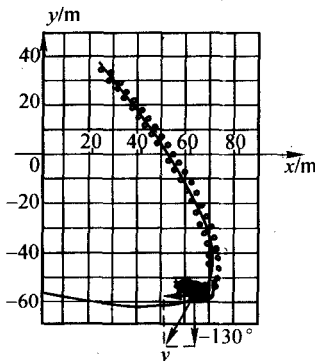


图 1.6

$$y = 0.22t^2 - 9.1t + 30$$

故速度沿坐标轴  $x$ 、 $y$  的投影为

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0.31t^2 + 7.2t + 28) = -0.62t + 7.2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0.22t^2 - 9.1t + 30) = 0.44t - 9.1$$

速度为

$$\mathbf{v} = (-0.62t + 7.2)\mathbf{i} + (0.44t - 9.1)\mathbf{j}$$

将  $t = 15$  s 代入上式, 有

$$v_x = -0.62 \times 15 + 7.2 = -2.1 \text{ (m/s)}$$

$$v_y = 0.44 \times 15 - 9.1 = -2.5 \text{ (m/s)}$$

$$\mathbf{v} = -2.1\mathbf{i} - 2.5\mathbf{j}$$

$\mathbf{v}$  的大小和方向为

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2.1)^2 + (-2.5)^2} = 3.3 \text{ (m/s)}$$

$$\theta = \arctan \frac{v_y}{v_x} = \arctan \frac{-2.5}{-2.1} = -130^\circ$$

$\theta$  为  $\mathbf{v}$  与  $x$  轴的夹角。

表 1.1 一些速率的量级 (单位 m/s)

物种	速率	物种	速率
大陆漂移	$10^{-9}$	步枪子弹出枪口时	$7 \times 10^2$
冰川相对地球表面移动	$10^{-6}$	月球轨道	$1.023 \times 10^3$
龟的爬行	$10^{-2}$	地球轨道	$29.8 \times 10^3$
人的行走	1	太阳绕银河系	$3 \times 10^5$
百米世界纪录	12.05	光速	$3 \times 10^8$
喷气飞机	$2.5 \times 10^2$		

## 2. 加速度——描述速度变化快慢的物理量

(1) 平均加速度: 以  $\mathbf{v}(t)$  和  $\mathbf{v}(t + \Delta t)$  分别表示质点在时刻  $t$  和时刻  $t + \Delta t$  的速度, 如图 1.7 则在这段时间内平均加速度  $\bar{\mathbf{a}}$  由下式定义:

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (1.11)$$

即速度变化与这段时间之比。由图 1.8 可知,  $|\Delta \mathbf{v}| \neq \Delta v$ 。

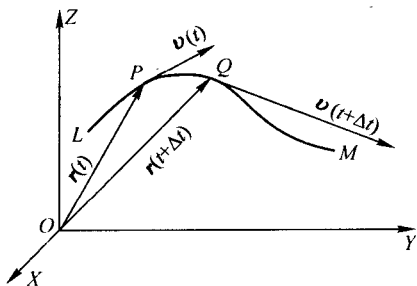


图 1.7

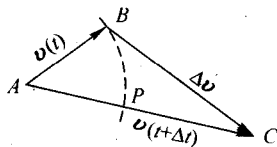


图 1.8

## (2) 瞬时加速度

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1.12)$$

即当  $\Delta t \rightarrow 0$  时, 平均加速度的极限

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k} = \frac{d^2 x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \mathbf{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \mathbf{k} \quad (1.13)$$

加速度大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1.14)$$

## 1.2 运动方程

### 1.2.1 运动方程的数学形式

描述质点运动轨迹的方程叫运动方程。

已知加速度求积分可得速度, 再积分可得位矢, 即不同时刻质点所处的位置, 从而得到运动方程。

**例 1.3** 质点沿  $x$  轴运动, 加速度  $a = 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$ , 当  $t = 0$  时,  $v_0 = 0$ ,  $x_0 = 10 \text{ m}$ , 求运动方程。

解 由  $a = \frac{dv}{dt}$ , 得

$$dv = a dt$$

所以 
$$v = \int dv = \int_0^t a dt = \int_0^t 4t dt = 2t^2$$

又因为 
$$v = \frac{dx}{dt}$$

所以 
$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt = \int_0^t 2t^2 dt = \frac{2}{3}t^3$$

所以 
$$x - x_0 = \frac{2}{3}t^3 \quad \text{或} \quad x = x_0 + \frac{2}{3}t^3 = 10 + \frac{2}{3}t^3 \text{ (m)}$$

### 1.2.2 已知运动方程求速度和加速度

**例 1.4** 已知质点运动方程为  $\mathbf{r} = a \sin \omega t \mathbf{i} + a \cos \omega t \mathbf{j}$ , 求速度和加速度及轨道方程。

**解** 有人采用  $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{a^2 \sin^2 \omega t + a^2 \cos^2 \omega t} = a$ , 再  $v = \frac{dr}{dt} = 0$  这种计算方法显然是错误的, 正确的计算方法应该是下式:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} = a\omega \cos \omega t \mathbf{i} - a\omega \sin \omega t \mathbf{j}$$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = a\omega$  表明质点做匀速圆周运动。

因为  $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -a\omega^2 \sin \omega t \mathbf{i} - a\omega^2 \cos \omega t \mathbf{j} = -\omega^2 \mathbf{r}$ , 所以

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = a\omega^2$$

轨道方程为

$$x^2 + y^2 = a^2$$

**例 1.5** 一质点沿  $x$  轴运动, 它的加速度与速度成正比, 其方向与运动方向相反, 初始位置为  $x_0$ , 初速度为  $v_0$ , 试求该质点的速度公式、位移公式和运动方程。

**解** 依题意  $a = -kv$ ,  $k$  为比例系数, 得

$$\frac{dv}{dt} = -kv$$

$$\frac{dv}{v} = -k dt$$

$$\int_0^v \frac{dv}{v} = - \int_0^t k dt$$

$$\ln \frac{v}{v_0} = -kt$$

$$v = v_0 e^{-kt}$$

又因为

$$\frac{dx}{dt} = v = v_0 e^{-kt}$$

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t v_0 e^{-kt} dt$$

$$x - x_0 = -\frac{v_0}{k} e^{-kt} + \frac{v_0}{k} e^{-0} = \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt})$$

运动方程为

$$x = x_0 + \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt})$$



**例 1.6** 一质点沿  $x$  轴做直线运动, 它的运动方程为  $x = 3 + 5t + 6t^2 - t^3$ 。求:

- 1) 质点在  $t=0$  时刻的速度;
- 2) 加速度为 0 时, 质点的速度。

解 1) 
$$v = \frac{dx}{dt} = 5 + 12t - 3t^2$$

当  $t=0$  时,  $v = 5(\text{m/s})$

2) 
$$a = \frac{dv}{dt} = 12 - 6t$$

当  $a=0$  时,  $t=2$

代入速度公式:

$$v = 5 + 12 \times 2 - 3 \times 2^2 = 17(\text{m/s})$$

**例 1.7** 已知质点运动方程为  $\mathbf{r} = \left(5 + 2t - \frac{1}{2}t^2\right)\mathbf{i} + \left(4t + \frac{1}{3}t^3\right)\mathbf{j}$ , 当  $t=2\text{ s}$  时,  $\mathbf{a}$  为何值?

解 
$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \left(2 - \frac{2}{2}t\right)\mathbf{i} + \left(4 + \frac{1}{3} \times 3t^2\right)\mathbf{j}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

将  $t=2$  代入得

$$\mathbf{a} = -\mathbf{i} + 4\mathbf{j} (\text{m/s}^2)$$

### 1.2.3 自然坐标中的加速度

由图 1.9, 质点做圆周运动, 在  $\Delta t$  时间内速度矢量由  $\mathbf{v}_A$  变化到  $\mathbf{v}_B$ , 在  $|\mathbf{v}_B|$  上截取  $CF = CD$ , 做等腰  $\triangle CDF$ , 如图 1.10 所示, 则

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A = \Delta\mathbf{v}_t + \Delta\mathbf{v}_n$$

因此平均加速度为

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta\mathbf{v}_n}{\Delta t} + \frac{\Delta\mathbf{v}_t}{\Delta t}$$

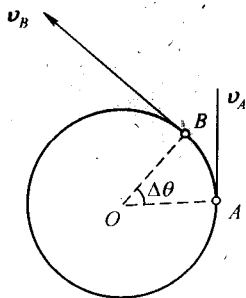


图 1.9

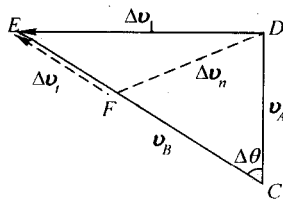


图 1.10