

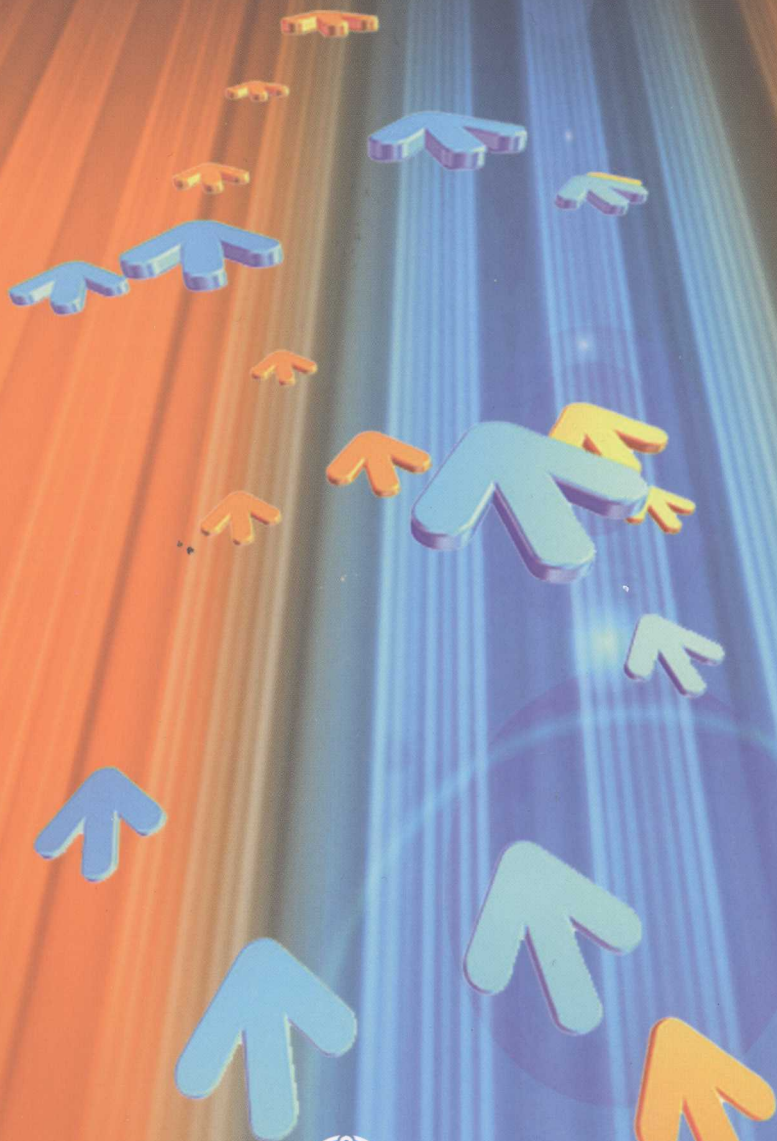
经全国中小学教材审定委员会 2006 年初审通过
普通高中课程标准实验教科书

数学



(选修2-1)

SHUXUE



北京师范大学出版社

经全国中小学教材审定委员会2006年初审通过
普通高中课程标准实验教科书

数 学



(选修2-1)

SHUXUE

主 编 严士健 王尚志
副 主 编 张怡慈 李延林 张思明
本册主编 李延林 王建明
编写人员 (按 姓 氏 笔 画 排 序)
董 昕 李方烈 李延林
汪香志 王建明 薛文叙

ISBN 978-7-302-08074-8
定价: 24.2 元
2007年6月第1次印刷
2007年2月第2版
170千字
6.75 印
210mm x 297mm 本
全册共5册
责任编辑: 荆自兴
封面设计: 荆自兴
版式设计: 荆自兴
校对: 荆自兴
责任校对: 荆自兴

版权所有 侵权必究
举报电话: 010-28800822
北京師範大學出版社
地址: 北京師範大學出版社
電話: 010-28800822

北京師範大學出版社
· 北 京 ·

市场营销部电话 010-58808015 58804236

教材发展部电话 010-58802783

教材服务部电话 010-58802814

邮购科电话 010-58808083

传 真 010-58802838

编辑部电话 010-58802811 58802833

电子邮箱 shuxue3@bnup.com.cn

出版发行：北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn

北京新街口外大街19号

邮政编码：100875

出 版 人：赖德胜

印 刷：唐山市润丰印务有限公司

经 销：全国新华书店

开 本：210 mm × 297 mm

印 张：6.75

字 数：170千字

版 次：2007年5月第2版

印 次：2007年6月第1次印刷

定 价：5.45元

ISBN 978-7-303-08074-8

责任编辑：刑自兴

装帧设计：高霞

责任校对：陈民

责任印制：吕少波

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话：010-58800697

本书如有印装质量问题，请与出版部联系调换。

出版部电话：010-58800825

北京师范大学出版社
· 京 北 ·

前 言

你们将进入更加丰富多彩的数学世界.

你们将学到更多重要和有趣的数学知识、技能及应用.

你们将更多地感受到深刻的数学思想和方法.

你们将进一步体会数学对发展自己思维能力的作用,体会数学对推动社会进步和科学发展的意义,体会数学的文化价值.

你们正在长大,需要考虑自己未来的发展.要学习的东西很多,高中数学的内容都是基础的,时间有限,选择能力是很重要的,你们需要抓紧时间选择发展的方向,选择自己感兴趣的专题,这是一种锻炼.

在高中阶段,学习内容是很有限制的.中国古代有这样的说法:“授之以鱼,不如授之以渔”,学会打鱼的方法比得到鱼更重要.希望同学们不仅关注别人给予你们的知识,更应该关注如何获得知识.数学是提高“自学能力”最好的载体之一.

在数学中,什么是重要的(What is the key in Mathematics)? 20世纪六七十年代,在很多国家都讨论了这个问题.大部分人的意见是:问题是关键(The problem is the key in Mathematics).问题是思考的结果,是深入思考的开始,“有问题”也是创造的开始.在高中数学的学习中,同学们不仅应提高解决别人给出问题的能力,提高思考问题的能力,还应保持永不满足的好奇心,大胆地发现问题、提出问题,养成“问题意识”和交流的习惯,这对你们将来的发展是非常重要的.

在学习数学中,有时会遇到一些困难,树立信心是最重要的.不要着急,要有耐心,把基本的东西想清楚,逐步培养自己对数学的兴趣,你会慢慢地喜欢数学,她会给你带来乐趣.

本套教材由26册书组成:必修教材有5册;选修系列1有2册,选修系列2有3册,它们体现了发展的基本方向;选修系列3有6册,选修系列4有10册,同学们可以根据自己的兴趣选修其中部分专题.习题分为三类:一类是可供课堂教学使用的“练习”;一类是课后的“习题”,分为A, B两组;还有一类是复习题,分为A, B, C三组.

研究性学习是我们特别提倡的.在教材中强调了问题提出,抽象概括,分析理

解,思考交流等研究性学习过程.另外,还专门安排了“课题学习”和“探究活动”.

“课题学习”引导同学们递进地思考问题,充分动手实践,是需要完成的部分.

在高中阶段,根据课程标准的要求,学生需要至少完成一次数学探究活动,在必修课程的每一册书中,我们为同学们提供的“探究活动”案例,同学们在教师的引导下选做一个,有兴趣也可以多做几个,我们更希望同学们自己提出问题、解决问题,这是一件很有趣的工作.

同学们一定会感受到,信息技术发展得非常快,日新月异,计算机、数学软件、计算器、图形计算器、网络都是很好的工具和学习资源,在条件允许的情况下,希望同学们多用,“技不压身”.它们能帮助我们更好地理解一些数学的内容和思想.教材中有“信息技术建议”,为同学们使用信息技术帮助学习提出了一些具体的建议;还有“信息技术应用”栏目,我们选取了一些能较好体现信息技术应用的例子,帮助同学们加深对数学的理解.在使用信息技术条件暂时不够成熟的地方,我们建议同学们认真阅读这些材料,对相应的内容能有所了解.教材中信息技术的内容不是必学的,仅供参考.

另外,我们还为同学们编写了一些阅读材料,供同学们在课外学习,希望同学们不仅有坚实的知识基础,而且有开阔的视野,能从数学历史的发展足迹中获取营养和动力,全面地感受数学的科学价值、应用价值和文化价值.

我们祝愿同学们在高中数学的学习中获得成功.

严士健 王尚志

目 录

第一章 常用逻辑用语	(1)
§ 1 命题	(3)
习题 1—1	(5)
§ 2 充分条件与必要条件	(6)
2. 1 充分条件	(6)
2. 2 必要条件	(7)
2. 3 充要条件	(9)
习题 1—2	(11)
§ 3 全称量词与存在量词	(12)
3. 1 全称量词与全称命题	(12)
3. 2 存在量词与特称命题	(12)
3. 3 全称命题与特称命题的否定	(13)
习题 1—3	(15)
§ 4 逻辑联结词“且”“或”“非”	(16)
4. 1 逻辑联结词“且”	(16)
4. 2 逻辑联结词“或”	(17)
4. 3 逻辑联结词“非”	(18)
习题 1—4	(19)
本章小结建议	(20)
复习题一	(22)
第二章 空间向量与立体几何	(23)
§ 1 从平面向量到空间向量	(25)
习题 2—1	(27)
§ 2 空间向量的运算	(29)
习题 2—2	(31)
§ 3 向量的坐标表示和空间向量基本定理	(33)
3. 1 空间向量的标准正交分解与坐标表示	(33)
3. 2 空间向量基本定理	(35)

3.3	空间向量运算的坐标表示	(36)
	习题 2—3	(38)
§ 4	用向量讨论垂直与平行	(40)
	习题 2—4	(42)
§ 5	夹角的计算	(43)
5.1	直线间的夹角	(43)
5.2	平面间的夹角	(44)
5.3	直线与平面的夹角	(45)
	习题 2—5	(46)
§ 6	距离的计算	(48)
	习题 2—6	(50)
	课题学习 空间向量在力学中的应用	(52)
	本章小结建议	(54)
	复习题二	(56)
<hr/>		
第三章	圆锥曲线与方程	(59)
§ 1	椭圆	(61)
1.1	椭圆及其标准方程	(61)
1.2	椭圆的简单性质	(65)
	习题 3—1	(68)
§ 2	抛物线	(70)
2.1	抛物线及其标准方程	(70)
2.2	抛物线的简单性质	(74)
	习题 3—2	(76)
§ 3	双曲线	(78)
3.1	双曲线及其标准方程	(78)
3.2	双曲线的简单性质	(80)
	习题 3—3	(83)
§ 4	曲线与方程	(84)
4.1	曲线与方程	(84)
4.2	圆锥曲线的共同特征	(86)
4.3	直线与圆锥曲线的交点	(87)
	习题 3—4	(89)
	阅读材料 1' 圆锥曲线的光学性质	(91)
	阅读材料 2 圆与椭圆	(91)
	本章小结建议	(94)
	复习题三	(96)

附录 1 部分数学专业词汇中英文对照表 (97)

附录 2 信息检索网址导引 (98)

第一章

常用逻辑用语

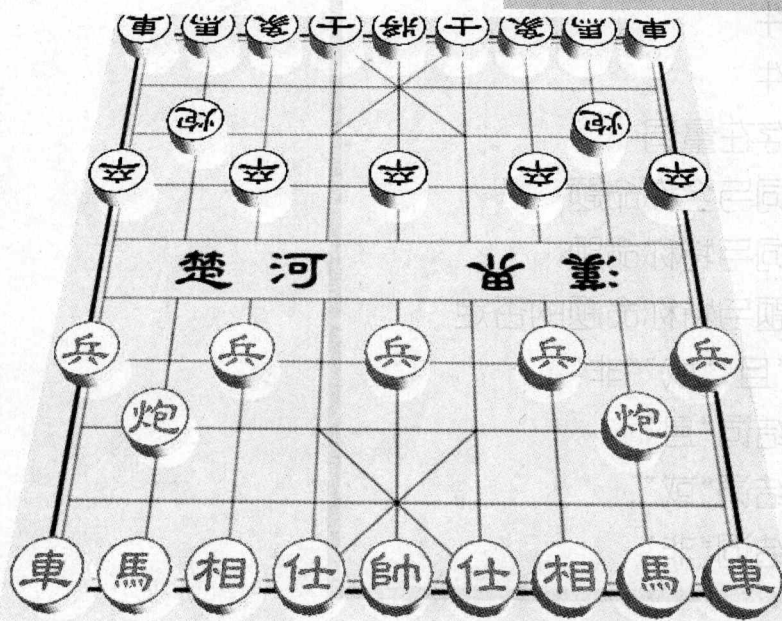
在初中的数学学习中,我们常常要思考下面的问题:

如何判断一个四边形是平行四边形?

我们知道,“若一个四边形两组对边分别平行,则这个四边形是平行四边形.”在这里,条件“两组对边分别平行”是判定“四边形是平行四边形”的条件,通常,称这类命题为判定定理.在数学中,寻求一个“数学对象”成立的条件是一件非常基本的工作.

如何用简洁的语言清晰地表达这些思想呢?

在本章,我们将学习常用逻辑用语. 正确地使用逻辑用语,不仅能反映数学内容的逻辑关系,而且能准确地帮助我们理解和表达数学内容. 在学习常用逻辑用语的过程中,我们应当不断体会逻辑用语在表述和论证中的作用,提高表达自己思想的能力,更好地进行交流.



- § 1 命题
- § 2 充分条件与必要条件
 - 2.1 充分条件
 - 2.2 必要条件
 - 2.3 充要条件
- § 3 全称量词与存在量词
 - 3.1 全称量词与全称命题
 - 3.2 存在量词与特称命题
 - 3.3 全称命题与特称命题的否定
- § 4 逻辑联结词“且”“或”“非”
 - 4.1 逻辑联结词“且”
 - 4.2 逻辑联结词“或”
 - 4.3 逻辑联结词“非”

§1 命题

我们在初中已经学习过命题,可以判断真假、用文字或符号表述的语句叫作命题.看下面的语句:

三角形三个内角的和等于 180° . ①

正弦函数 $y = \sin x$ 的定义域是实数集 \mathbf{R} . ②

$\sqrt{2} \in \mathbf{N}$. ③

这些语句都可以判断真假,它们都是命题.其中①②是正确的,是真的,叫作真命题,③是错误的,是假的,叫作假命题.

有些语句不是命题,例如下面的语句:

π 是无理数吗? (未涉及真假)

$x > 1$. (不能判断真假)

一般地,一个命题由条件和结论两部分组成,例如命题①的条件是“三个角是一个三角形的内角”,结论是“它们的和等于 180° ”.

数学中,通常把命题表示为“若 p 则 q ”的形式,其中 p 是条件, q 是结论.如果命题“若 p 则 q ”是真命题,那么就意味着若条件 p 成立,则可以推出结论 q 成立,通常记作: $p \Rightarrow q$. 如果命题“若 p 则 q ”是假命题,意味着若条件 p 成立,不能推出结论 q 成立.

问题提出

在初中,我们还学习过命题与逆命题的知识,下面给出两个命题,请分别写出它们的逆命题,并仔细分析条件与结论,讨论它们之间有什么联系.

若 $\angle A = \angle B$, 则 $\sin A = \sin B$. ④

若 $\angle A \neq \angle B$, 则 $\sin A \neq \sin B$. ⑤

分析理解

命题④的逆命题是

若 $\sin A = \sin B$, 则 $\angle A = \angle B$. ⑥

命题⑤的逆命题是

若 $\sin A \neq \sin B$, 则 $\angle A \neq \angle B$. ⑦

分析这四个命题的条件与结论, 容易发现它们之间有着内在联系, 在命题④与命题⑤中, 命题⑤的条件是命题④的条件的否定, 命题⑤的结论是命题④的结论的否定, 我们把这样的两个命题叫作**互为否命题**. 若把命题④叫作原命题, 则命题⑤就叫作原命题的否命题.

在命题④与命题⑦中, 命题⑦的条件是命题④的结论的否定, 命题⑦的结论是命题④的条件的否定, 我们把这样的两个命题叫作**互为逆否命题**, 若把命题④叫作原命题, 则命题⑦叫作原命题的逆否命题.

概括地说, 设命题④为原命题, 那么

命题⑥为其逆命题,

命题⑤为其否命题,

命题⑦为其逆否命题.

这个例子中, 原命题与逆否命题都是真命题, 而逆命题与否命题都是假命题.

例 1 写出命题“对顶角相等”的逆命题、否命题和逆否命题, 并判断这四个命题的真假.

分析 关键是找出原命题的条件和结论.

解 原命题可以写成“若两个角是对顶角, 则这两个角相等”. 如图 1-1 所示:

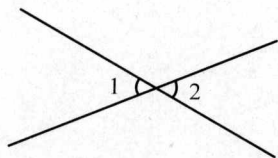


图 1-1

逆命题: 若两个角相等, 则这两个角是对顶角.

否命题: 若两个角不是对顶角, 则这两个角不相等.

逆否命题: 若两个角不相等, 则这两个角不是对顶角.

原命题和逆否命题都是真命题, 逆命题和否命题都是假命题.

例 2 设原命题是“若 $a=0$, 则 $ab=0$ ”.

(1) 写出它的逆命题、否命题及逆否命题;

(2) 判断这四个命题是真命题还是假命题.

解 (1) 原命题的逆命题为: “若 $ab=0$, 则 $a=0$ ”;

原命题的否命题为: “若 $a \neq 0$, 则 $ab \neq 0$ ”;

原命题的逆否命题为: “若 $ab \neq 0$, 则 $a \neq 0$ ”.

(2) 原命题和逆否命题都是真命题, 逆命题和否命题都是假命题.

四种命题之间的关系, 如图 1-2 所示.

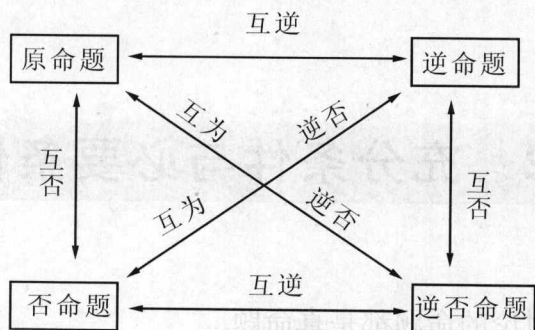


图 1-2

练习

1. 写出下列命题的逆命题、否命题与逆否命题并分别判断这些命题的真假:

- (1) 若 $xy=0$, 则 $x=0(x, y \in \mathbf{R})$;
- (2) 若 $a=b$, 则 $a^2=ab$;
- (3) 若 $q>0$, 则方程 $x^2+x-q=0$ 有实数解;
- (4) 负数的平方是正数;
- (5) 正方形的四条边相等.

2. 设原命题是“若 $a<b$, 则 $a+c<b+c$ ”, 写出它的逆命题、否命题及逆否命题, 并分别判断四个命题的真假.

习题 1—1

1. 写出下列命题的逆命题、否命题及逆否命题, 并分别判断它们的真假:

(1) 若 $a-2$ 是无理数, 则 a 是无理数;

(2) 矩形的两条对角线相等.

2. 判断下列命题的真假:

(1) 命题“若 $x^2+y^2=0$, 则 x, y 全为 0”的逆命题;

(2) 命题“全等三角形是相似三角形”的否命题.

3. 写出命题“若 $a>b$, 则 $a \neq b$ ”的逆命题, 并判断其真假.

4. 写出命题“若四边形是正方形, 则四边形是平行四边形”的否命题和逆否命题, 并分别判断其真假.

§2 充分条件与必要条件

本节我们讨论的命题都是真命题.

2.1 充分条件

问题提出

分析下列各组给出的 p 与 q 之间的关系:

- (1) p : 两条直线同垂直于一个平面, q : 这两条直线平行;
- (2) p : 在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中, $b^2-4ac>0$, q : 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个交点.

分析理解

(1) “若两条直线同垂直于一个平面, 则这两条直线平行”是一个真命题, 记作“两条直线同垂直于一个平面” \Rightarrow “这两条直线平行”.

即 $p \Rightarrow q$, 读作“ p 推出 q ”.

(2) “在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中, 若 $b^2-4ac>0$, 则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个交点”是一个真命题, 它可以写成“在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中, $b^2-4ac>0$ ” \Rightarrow “二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个交点”.

即 $p \Rightarrow q$.

“若 p 则 q ”为真命题, 它是指当 p 成立时, q 一定成立. 换句话说, p 成立可以推出 q 成立, 即 $p \Rightarrow q$, 此时我们称 p 是 q 的充分条件.

$p \Rightarrow q$ 可以理解为一旦 p 成立, q 一定成立, 即 p 对于 q 成立是充分的. 也就是说, 为使 q 成立, 具备条件 p 就足够了.

我们知道: “两条直线同垂直于一个平面”是判定“两条直线平行”的充分条件. 同样地, “在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中, $b^2-4ac>0$ ”是判定“二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个交点”的充分条件.

在数学中, 我们常常要讨论如下问题:

一个几何图形满足什么条件,可以判定它是平行四边形;一个方程满足什么条件,方程有实数解.

我们学过如下定理:

若四边形的对角线相互平分,则它是平行四边形;

若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 满足: $b^2-4ac \geq 0$, 则该方程有实根.

我们把这样的定理称作判定定理,判定定理是数学中一类重要的定理.在判定定理中,条件是结论的充分条件.



思考交流

下列各组条件中, p 是 q 的充分条件吗?

(1) p : α 是第一象限角, q : $\sin \alpha > 0$;

(2) p : $y=f(x)$ 是正弦函数, q : $y=f(x)$ 是周期函数;

(3) p : 直线 l_1 和 l_2 是异面直线, q : 直线 l_1 和 l_2 不相交.

请再举一些“若 p 则 q ”的命题,使 p 是 q 的充分条件.

2.2 必要条件

“若 p 则 q ”为真命题是指:当 p 成立时, q 一定成立.即 $p \Rightarrow q$, q 必须成立,我们称 q 是 p 的必要条件.

不难看出,“两条直线平行”是“两条直线同垂直于一个平面”的必要条件.同样地,“二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个交点”是“在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中, $b^2-4ac > 0$ ”的必要条件.

例 1 在下列各组条件中, q 是否是 p 的必要条件?

(1) p : 函数 $y=x^2$, q : 函数是偶函数;

(2) p : 四边形是正方形, q : 四边形的对角线相互垂直平分.

解 (1) 由于“若函数为 $y=x^2$, 则这个函数是偶函数”是一个真命题,它可以写成“函数 $y=x^2 \Rightarrow$ “函数是偶函数”.

即 $p \Rightarrow q$. “函数是偶函数”是“函数为 $y=x^2$ ”的必要条件.

(2) 由于“若四边形是正方形, 则它的对角线相互垂直平分”是一个真命题,它可以写成“四边形是正方形” \Rightarrow “四边形的对角线相互垂直平分”.

即 $p \Rightarrow q$. “四边形的对角线相互垂直平分”是“四边形是正方形”的必要条件.

我们知道“函数是偶函数”是“函数为 $y=x^2$ ”的一个性质. 同样地, “四边形的对角线相互垂直平分”是“四边形是正方形”的一个性质. 在数学中, 我们还常常讨论一类事物有什么性质: 例如, 函数 $y=x^2$ 有什么性质; 正方形有什么性质. 我们把这样的定理称作性质定理, 性质定理也是数学中一类重要的定理. 在性质定理中, “定理的结论”是“定理的条件”的必要条件. “函数是偶函数”是“函数为 $y=x^2$ ”的必要条件; “四边形的对角线相互垂直平分”是“四边形是正方形”的必要条件.



抽象概括

“若 p 则 q ”为真命题, 即 $p \Rightarrow q$, 那么 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

例 2 在以下各组中, 哪些使 $p \Rightarrow q$ 成立, 哪些使 $q \Rightarrow p$ 成立, 并分析各组中的 p 与 q 的关系.

- (1) p : 四边形是正方形, q : 四边形的四个角都是直角;
- (2) p : 直线 l 和平面 α 内的一条直线垂直, q : 直线 l 和平面 α 垂直;
- (3) p : a, b, c 成等比数列, q : $b^2 = ac$.

解 (1) 由于 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件;

(2) 由于 $q \Rightarrow p$, 则 q 是 p 的充分条件, p 是 q 的必要条件;

(3) 由于 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

例 3 分析下列各组中的 p 与 q 的关系.

- (1) p : $x > 5$, q : $x > 3$;
- (2) p : 四边形的对角线相等, q : 四边形是等腰梯形;
- (3) p : 向量 $\alpha = 0$ 或向量 $\beta = 0$, q : $\alpha \cdot \beta = 0$.

解 (1) 由于 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件;

(2) 由于 $q \Rightarrow p$, 则 q 是 p 的充分条件, p 是 q 的必要条件;

(3) 由于 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

练习

在下列各题中, 试判断 p 是 q 的什么条件:

- (1) p : 两个角是对顶角, q : 这两个角相等;
- (2) p : α 是第二象限的角, q : $\sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0$;

- (3) $p: m, x, n$ 成等差数列, $q: x = \frac{m+n}{2}$;
- (4) $p: a, b$ 都是奇数, $q: a+b$ 是偶数;
- (5) $p: \sin \alpha = \sin \beta, q: \alpha = \beta$;
- (6) $p: \text{平面 } \pi \text{ 外直线 } a \text{ 与此平面内的一条直线 } b \text{ 平行}, q: \text{平面 } \pi \text{ 外直线 } a \text{ 与此平面平行}.$

2.3 充要条件

问题提出

分析下列各组条件中的 p 与 q 之间的关系.

- (1) $p: \text{方程组} \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases} \text{ 有唯一解,}$

$q: \text{直线 } l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0 \text{ 和直线 } l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0 \text{ 有唯一交点,}$

- (2) $p: \text{二次函数 } y = ax^2 + bx + c \text{ 的图像与 } x \text{ 轴无交点,}$

$q: b^2 - 4ac < 0;$

- (3) $p: \text{三角形的三条边相等}, q: \text{三角形的三个角相等}.$

分析理解

依据我们学过的知识,不难看出,上面三个问题中,都有 $p \Rightarrow q$, 同时,又有 $q \Rightarrow p$, 通常记作 $p \Leftrightarrow q$.

由于 $p \Rightarrow q$, 所以 p 是 q 的充分条件;

由于 $q \Rightarrow p$, 所以 p 是 q 的必要条件;

在这种情况下,我们称 p 是 q 的充分必要条件,简称**充要条件**. 当 p 是 q 的充要条件时, q 也是 p 的充要条件. 在数学中,充要条件是非常重要的概念,它的作用在于从不同的角度来刻画同一事物. 例如,在上面的问题(3)中,分别通过角和边刻画了正三角形.

我们常用“当且仅当”来表达充要条件. p 是 q 的充要条件也可以说成: p 成立当且仅当 q 成立. 如果 p, q 分别表示两个命题,且它们互为充要条件,我们通常称命题 p 和命题 q 是两个相互等价的命题.

给定 p, q , 有时 p 是 q 的充分条件,但 p 不是 q 的必要条件. 例如,“末位数字为 0 的数”是“这个数能被 5 整除”的充分条件但不是必要条件.