

苗夺谦 王国胤 刘清 林早阳 姚一豫 编著

粒计算： 过去、现在与展望

粒计算：过去、现在与展望

苗夺谦 王国胤 刘清 编著
林早阳 姚一豫

科学出版社

北京

内 容 简 介

粒计算是近十年来计算机科学中一个非常活跃的研究领域。本书由该领域知名的国内外华人学者撰写,分别对粒计算基础理论、模型及典型应用等进行了深入的讨论。内容涉及粒计算思想与方法、商空间、相容粒度空间、覆盖、粒逻辑、粒计算的数学模型及研究方向、粗糙集及其扩展、不完备信息系统、概念格、粒计算在数据挖掘和控制中的应用等方面。

本书通过丰富的文献资料和研究成果,对粒计算的过去做了回顾,对现状做出了剖析,对未来进行了展望,充分反映出各章作者对所论述问题独到的见解。本书对粒计算的理论与应用研究具有重要的参考价值。

本书可供计算机、自动化、电子工程专业的高年级本科生、研究生、教师、研究人员与工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

粒计算:过去、现在与展望/苗夺谦等编著. —北京:科学出版社,2007

ISBN 978-7-03-019570-8

I. 粒… II. 苗… III. 人工智能·研究 IV. TP18

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 121868 号

责任编辑:刘宝莉 周 炜 / 责任校对:朱光光
责任印制:刘士平 / 封面设计:王 浩

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2007 年 8 月第一次印刷 印张:24 1/4

印数:1—2 500 字数:470 000

定价: 60.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(环伟))

前　　言

近十年来粒计算(granular computing, GrC)一直是一个非常活跃的研究领域。它借鉴并拓展了自然科学和社会科学的很多研究成果，并逐渐形成自己独特的理论。粒计算起源于人工智能、机器学习与数据挖掘、智能系统、粗糙集、商空间、概念格、模糊集等领域，从更高层次上对这些结果进行综合分析，强调对现实世界问题多视角、多层次的理解和描述，从而得到对问题的粒结构表示。粒计算将结构化思维方式、结构化问题求解方法、结构化信息处理模式有机地结合在一起，并导出其独特的理论、技术和工具。它的研究对自然智能、人工智能、问题求解及智能信息系统的应用有着非常重要的指导意义。

中国学者在粒计算方面的研究一直处于世界领先地位。第一届 IEEE 国际粒计算大会于 2005 年在北京召开，第二届于 2006 年在美国亚特兰大召开。从这两届大会的文献来看，中国学者的文章占 2/3 以上，其成果涉及粒计算的哲学、理论、方法和应用等多个方面。第一届中国粒计算研讨会将于 2007 年 8 月在山西太原召开，这将是世界上第一个以本国学者为主的粒计算会议。《粒计算：过去、现在与展望》将是本领域第一本由华人学者共同创作的专著。

本书总结了粒计算研究的主要结果，详细地探讨了现阶段的研究课题，并对未来的发展方向进行展望。本书章节顺序是根据各章内容的特点及为了方便读者阅读理解而编排的，全书共 13 章，大体分为三部分内容。第一部分为粒计算导论(第 1 章至第 6 章)，主要涉及粒计算的基本概念与原理、商空间、相容空间及覆盖、粒逻辑、粒计算模型及研究方向等；第二部分为粗糙集、概念格及其扩展(第 7 章至第 11 章)，主要涉及几个有代表性的粒计算理论及模型，其中包括粗糙集及其扩展、非完备信息系统、信息粒度与信息熵、概念格等；第三部分为粒计算的应用(第 12 章至第 13 章)，主要涉及粒计算在数据挖掘、控制中的应用。各章内容相对独立，章节之间又紧密地连接在一起，从基本理论入手过渡到具体的模型，最后以实际领域的应用作为结束。更值得一提的是每个作者在总结前人成果的基础上给出了各自独到的见解。这本书既适用于理论工作者阅读，又可以为应用人员提供参考。

本书的主要目的是进一步推动粒计算在中国的研究与发展，特别是帮助在读硕士生、博士生及青年科研工作者进行粒计算的研究及应用。希望本书的出版能够增进学者之间的交流，促进粒计算在中国的推广，并为建立有中国特色的粒计算

研究贡献微薄之力。

本书是国内外华人学者共同努力的结果,感谢每一位为本书的编写和出版作出努力的人。特别感谢苗夺谦教授的博士生王睿智和姚一豫教授的博士生曾毅在本书的撰写过程中所做的大量辅助性工作。

由于时间仓促,书中不妥之处,恳请读者批评指正。

作 者

2007年7月

目 录

前言

第1章 粒计算的艺术	1
1.1 引言	1
1.2 不同领域的相同结构和策略	3
1.3 粒与粒结构	6
1.3.1 粒	6
1.3.2 层次	7
1.3.3 分层结构	8
1.3.4 粒结构——多层次和多个分层结构的结合	8
1.4 粒计算的研究方法与方向	9
1.4.1 粒计算三角形	9
1.4.2 粒计算的三个层次	11
1.4.3 粒计算的三维描述	12
1.5 总结与展望.....	12
参考文献	14
第2章 商空间粒度分析方法	21
2.1 引言.....	21
2.2 商空间模型.....	22
2.2.1 模型的建立	22
2.2.2 商空间粒度的获得	22
2.2.3 商空间分析法	24
2.2.4 模糊商空间理论	24
2.3 商空间分析法应用的实例分析.....	25
2.3.1 统计启发式搜索方法	25
2.3.2 路径规划的拓扑方法	28
2.3.3 定性推理理论	29
2.3.4 商逼近与多分辨率的第二代小波分析技术.....	31
2.3.5 分形几何的商空间表示方法	33

2.3.6 基于商空间的机械装配规划方法	37
2.4 总结与展望.....	41
参考文献	41
第3章 相容粒度空间模型及其应用研究	42
3.1 引言.....	42
3.2 粒度模型.....	43
3.2.1 基于近似和相容关系的粒度模型	43
3.2.2 层次和嵌套模型研究	46
3.3 相容粒.....	49
3.3.1 相容粒的定义	49
3.3.2 相容粒的转换函数	51
3.3.3 相容粒之间的关系	52
3.4 相容粒度空间模型.....	53
3.4.1 相容粒度空间(TG)	53
3.4.2 对象集系统(OS)	53
3.4.3 相容关系系统(TR)	54
3.4.4 嵌套相容覆盖系统(NTC)	56
3.5 相容粒度空间模型在信息分类中的应用.....	61
3.5.1 引言	61
3.5.2 信息分类中相容粒度空间的构建	62
3.5.3 相容粒度格	67
3.5.4 基于相容粒度空间的信息分类算法	68
3.5.5 算法分析及实验结果	72
3.6 相容粒度空间模型的其他应用.....	79
3.6.1 基于相容粒度空间模型的图像纹理识别	79
3.6.2 基于相容粒集的双层决策模型	80
3.7 总结与展望.....	81
参考文献	81
第4章 基于覆盖的粒计算	83
4.1 引言.....	83
4.2 基本概念.....	84
4.2.1 Pawlak 粗糙集理论的主要结果	84
4.2.2 覆盖广义粗糙集的基本概念与性质	85

4.3 四类覆盖粗糙集模型	88
4.3.1 覆盖下近似运算	88
4.3.2 第一类覆盖粗糙集模型	92
4.3.3 第二类覆盖粗糙集模型	94
4.3.4 第三类覆盖粗糙集模型	96
4.3.5 第四类覆盖粗糙集模型	98
4.3.6 RH 与 CL 的相互依赖性	100
4.3.7 四类覆盖粗糙集模型之间的关系	101
4.4 初步应用	102
4.4.1 长城安全策略	103
4.4.2 林早阳模型	103
4.4.3 基于覆盖的方法	103
4.5 总结与展望	105
参考文献	106
第 5 章 Rough 逻辑公式派生的粒及其推理	112
5.1 Rough 逻辑	112
5.1.1 基本概念	112
5.1.2 Rough 逻辑公式的解释和赋值	113
5.1.3 Rough 逻辑公式的真值	114
5.1.4 Rough 逻辑公式的语义	114
5.2 Rough 逻辑公式诱导的粒运算	115
5.2.1 λ -包含运算	115
5.2.2 λ -相似运算	115
5.3 Rough 逻辑公式诱导的粒相关性质	116
5.4 Rough 逻辑公式诱导的粒推理	119
5.4.1 粒演绎推理	119
5.4.2 粒归结原理	119
5.5 Rough 逻辑公式诱导的粒应用	122
5.6 Rough 逻辑公式诱导的粒研究前景	124
参考文献	124
第 6 章 粒计算的数学模型与研究方向	127
6.1 什么是粒计算	127
6.2 范畴理论-论述的全集	129

6.3 研究的重点及方向	130
6.3.1 研究粒的基本数学结构	130
6.3.2 基本的研究方向	130
6.3.3 粒模型的例子	131
6.4 已知与接近已知的粒计算理论的范畴	132
6.4.1 粗糙集理论的三个观点	132
6.4.2 粒计算特殊模型的范畴	133
6.4.3 更深一层的粒计算模型的范畴	134
6.5 粒计算的几何/拓扑结构	135
6.6 粒计算的代数结构	136
6.6.1 二元邻域系统的粒结构	136
6.6.2 COV 的粒结构	137
6.7 新的近似理论	137
6.8 概念的结构与知识表示法	138
6.9 结论与展望	139
参考文献	140
第 7 章 信息熵与粒计算	142
7.1 基于粗糙集理论的知识粒表示	142
7.1.1 知识粒度的定义	143
7.1.2 知识粒度、分辨度的性质	144
7.1.3 知识粒度、知识分辨度与知识熵之间的关系	145
7.2 知识粒在知识约简与决策树构造中的应用	146
7.2.1 知识粒在知识约简中的应用	146
7.2.2 知识粒在决策树构造中的应用	151
7.3 知识的粗糙性与信息熵的关系	154
7.3.1 知识粗糙性与信息熵的定义	154
7.3.2 知识粗糙性与信息熵的关系	156
7.4 知识的信息表示	160
7.4.1 完备信息系统中概念与运算的信息表示	160
7.4.2 相容决策表中概念与运算的信息表示	161
7.5 基于信息表示的知识约简	163
7.5.1 基于信息熵的信息系统知识约简	163
7.5.2 基于互信息的决策表知识约简	165

7.6 嵌套决策粒度与知识约简的关系研究	168
7.6.1 基本概念和定理	169
7.6.2 相容情形下嵌套决策粒度约简的关系分析	173
7.6.3 不相容情形下嵌套决策粒度约简的关系分析	173
7.7 总结与展望	177
7.7.1 本章总结	177
7.7.2 未来发展的展望	177
参考文献	178
第8章 非完备信息系统的不确定性与信息粒度	181
8.1 引言	181
8.2 非完备信息系统中的不确定性度量	182
8.2.1 非完备信息系统	182
8.2.2 非完备信息系统的偏序关系	184
8.2.3 信息熵	185
8.3 非完备信息系统中的信息粒度	190
8.3.1 信息粒度的公理化定义	190
8.3.2 信息粒度度量方法	190
8.4 非完备信息系统中熵与信息粒度之间的关系	199
8.5 总结与展望	200
参考文献	201
第9章 随机粗糙集方法——信息粒度的定性与定量刻画	203
9.1 引言	203
9.2 可能性测度与模糊随机变量	204
9.2.1 模糊集与可能性分布	204
9.2.2 随机集与模糊随机变量	206
9.3 信任结构与信任测度	207
9.4 近似空间与近似算子	209
9.4.1 Pawlak 近似算子	209
9.4.2 广义近似算子	209
9.4.3 随机近似算子	210
9.4.4 随机粗糙模糊近似算子	211
9.4.5 随机模糊粗糙近似算子	212
9.4.6 t-模糊粗糙集	212

9.5 粗糙集近似与信任测度之间的关系	213
9.5.1 Pawlak 粗糙集	214
9.5.2 串行粗糙集	214
9.5.3 区间粗糙集	215
9.5.4 随机粗糙集	215
9.5.5 随机粗糙模糊集	216
9.5.6 随机模糊粗糙集	217
9.5.7 随机 tFF 模糊粗糙集	220
9.5.8 定理的证明	221
9.6 随机信息系统中的信任约简与似然约简	223
9.6.1 随机信息系统的概念	224
9.6.2 随机信息系统的知识约简	225
9.6.3 随机决策系统的知识约简	228
9.7 总结与展望	237
参考文献	238
第 10 章 概念格约简泛化与概念粒逼近	243
10.1 基于形式背景的概念格约简	243
10.1.1 概念格理论简介	244
10.1.2 概念格属性约简的定义与性质	245
10.1.3 概念格约简判定定理	247
10.1.4 概念格约简方法	252
10.1.5 概念格的属性特征	256
10.2 基于形式背景的概念格泛化	260
10.3 基于形式背景的概念粒逼近	262
10.4 总结与展望	272
参考文献	273
第 11 章 概念格与粒计算	275
11.1 形式概念分析基本理论	275
11.1.1 形式背景和概念	275
11.1.2 概念格及其表示	276
11.2 概念格的生成与运算	277
11.2.1 批生成算法	277
11.2.2 渐进式生成算法	278

11.2.3 概念格的并运算	279
11.2.4 概念格的合并算法	281
11.2.5 概念格交运算	283
11.2.6 概念格的运算定律	285
11.2.7 概念格的粒性质	285
11.3 概念格上的关联规则提取	286
11.3.1 基于先辈晚辈节点对的关联规则提取	286
11.3.2 基于内涵缩减的蕴含规则提取	288
11.3.3 规则的粒性质	288
11.4 模糊概念格	289
11.4.1 一种模糊概念格模型	289
11.4.2 模糊概念格的生成	290
11.4.3 模糊概念格的粒性质	292
11.4.4 模糊关联规则的提取	293
11.4.5 模糊概念格上的聚类	294
11.5 总结与展望	297
参考文献	297
第 12 章 数据挖掘中的粒计算	299
12.1 数据挖掘概述	300
12.1.1 数据挖掘简介	300
12.1.2 数据挖掘的主要方法	301
12.1.3 数据挖掘的发展状况	301
12.1.4 数据挖掘研究中的挑战问题	303
12.2 不同应用环境下数据挖掘中的粒计算	303
12.2.1 海量数据处理中的粒计算	303
12.2.2 分布式数据处理中的粒计算	305
12.2.3 多维数据处理中的粒计算	307
12.2.4 动态数据处理中的粒计算	308
12.3 数据挖掘方法中的粒计算	308
12.3.1 广义知识挖掘	309
12.3.2 关联规则挖掘	309
12.3.3 类知识挖掘	310
12.3.4 预测型知识挖掘	314

12.3.5 特异型知识挖掘	314
12.4 粒计算数据挖掘研究中需要进一步解决的问题.....	315
12.4.1 粒计算数据挖掘方法的优势	315
12.4.2 有待进一步解决的关键问题	315
12.5 总结与展望.....	318
参考文献.....	319
第 13 章 粗糙控制与粒计算	324
13.1 粗糙集理论在控制领域中的应用.....	324
13.1.1 粗糙集理论在智能控制中的应用	324
13.1.2 几点看法	326
13.1.3 粗糙集理论的主要研究方向	328
13.1.4 粗糙模糊控制系统设计	329
13.1.5 降维多层粗模糊控制系统的应用	335
13.1.6 基于粗糙集理论的火电厂单元机组过热汽温控制	338
13.1.7 基于粗糙集理论的火电厂单元机组负荷模糊控制	341
13.1.8 基于粗糙集理论的火电厂锅炉燃烧诊断	343
13.1.9 粗糙集在倒立摆控制系统中的应用	347
13.2 粒计算在控制系统中的应用.....	352
13.2.1 基于粒计算的粗糙集知识约简	352
13.2.2 利用粒计算建立火电厂过热汽温系统模型	354
13.2.3 利用粒计算建立煤气加热炉模糊预测模型	358
13.3 粗糙控制和粒计算展望.....	364
参考文献.....	365
附录:粒计算中文学术文献	370

第1章 粒计算的艺术

1.1 引言

粒计算是一门飞速发展的新学科。它融合了粗糙集、模糊集及人工智能等多种理论的研究成果。短短10年的发展已经见证了它对科学特别是计算机科学的作用和影响。诸多学者就粒计算的基本理论和方法做了大量工作,但为粒计算下一个正式的、精确的、能够广为接受的定义仍然是一件困难的事情。虽然如此,仍然可以从问题求解及实践中提取出一些通用的理论和基本要素^[1]。人们对粒计算的描述是建立在对它的直觉认识上的:粒计算是研究基于多层次粒结构的思维方式、问题求解方法、信息处理模式及其相关理论、技术和工具的学科。

在我国,粒计算的研究已引起众多学者的关注与兴趣。本章的参考文献比较全面地收录了近年在国内期刊发表的粒计算方面的文章。包括,基于商空间理论的粒计算模型^[2],模糊商空间及粒计算的商闭包空间模型^[3~6];粒计算的覆盖模型,粗糙集与粒计算的交叉问题的研究^[7,8];粒、规则与例外的关系^[9~12];粒计算的理论、模型与方法的探讨^[13~18];基于Dempster-Shafer理论和粗糙集的近似和知识约简^[19~22];几种基于覆盖粗糙集的粒计算模型^[23~25];粒逻辑及其归结原理^[26~30];基于关系的粒计算模型,粒化思想在图像的纹理识别上的应用^[31~34];基于相容关系的粒计算模型,粒计算在进化计算、机器学习中的应用^[35~39];使用粒计算进行知识获取的方法^[40];基于泛系理论的粒计算模型^[41~43];使用粒分析来描述、刻画粒计算的思考等。

粒计算的基本思想、原理和策略出现在不同的学科和领域里^[44~46]。本书的其他章节对粒计算的模型和方法有详细的讨论。因此,本章不讨论具体某一个理论、方法、工具或应用,而更侧重于把粒计算作为一个独立的学科进行研究。本章主要解决以下几个问题:

- (1) 为什么要研究粒计算?
- (2) 粒计算的独特性在哪里?
- (3) 对粒计算的研究应该从哪些方面着手?
- (4) 粒计算和相关学科的联系是什么?

(5) 粒计算对科学及计算机科学的贡献在哪里?

对上述问题的解答既体现了粒计算研究的必要性,又澄清了适于用粒计算进行求解的问题,继而明确了粒计算的研究方向和目标。

研究粒计算有许多原因。其一是一致性:现实世界充满了结构和层次,它们体现在各种自然系统、社会系统和人工系统之中。因此,人们对现实世界的感知、理解、解释和表示也是有结构、分层次的。Zadeh 将人类的认知能力概括为:粒化、组织和因果推理^[46]。粒化是将一个整体分割成部分,每个部分是拥有相同、相似性质的个体的集合。组织是将松散的个体联在一起,形成有着内在联系的整体。因果推理是找出原因与结果之间的必然联系。粒计算模型应该能够描述这三种能力。因而粒计算的结构和现实世界的结构、人们的思维模式及行为方式是一致的。其二是系统性:粒计算的结构提供了对所解决的问题多视角、多层次的理解、概括和操作。作为一个整体,粒计算提供的思维模式和行为方式是系统的、完整的。其三是简化性:粒计算提倡对问题进行不同层次的抽象和处理。在抽象过程中,可以只重视主要特性而忽略不相关的细节,从而达到对问题的简化。其四是灵活性:粒计算的结构允许人们在不同的时间、不同的情况下,将注意力集中在不同的层次及层与层之间的自然过渡上,缩放和传承是灵活多变的。其五是有效性:用粒计算指导的思维模式和行为方式将复杂问题分解成若干小问题。这种分而治之的方法是非常实用的,可以运用到不同的领域。其六是经济性:粒计算寻求在不同粒度上的近似解。这样的方法可以提高效率、降低成本。其七是容忍性:通过使用不同信息粒度,粒计算可以容忍不确定、不完全或有噪音的信息,从而获得具有鲁棒性的解决方案。

粒计算借助于其他学科的哲学思想和方法论,并将它们抽象成为与具体领域无关的方法和策略。它的独特性体现在用系统的、结构化的理解和方法来解决复杂问题。对复杂问题的全面理解通常是多视角的,从每一个视角着眼的理解又是多层次的。由此可以得出,粒计算的过程就是对复杂问题的求解过程。它的结果表现为一个多视角、多层次的粒结构。这个粒结构是对此复杂问题的系统且近似的描述和解答。

对粒计算的研究应该着眼于三个观点:粒计算的哲学思想观点、方法论观点及计算模式观点。从哲学思想观点考虑,粒计算试图将人类的认知方式抽象化、形式化,从而提炼出结构化的思维模式;从方法论观点考虑,粒计算着重研究系统化的方法和技术,将问题求解的过程规范为结构化的、自上而下的逐步求精过程;从计算模式观点考虑,粒计算关注于结构化的信息处理。信息处理是有层次的,其研究领域涉及抽象的信息处理、人脑中的信息处理及计算机中的信息处理。计算模式是方法论的具体表现形式。在计算机学科中,人们通常将兴趣集中在基于计算机的信息处理模型上,并将其独立出来进行分析。粒计算的三个观点可以用三角形

来表示,也可以用层次结构或三维空间模型来描述。对粒计算的研究本身也是多视角、多层次的。

对于问题(4)和(5)的解答,在1.2节详细介绍。

1.2 不同领域的相同结构和策略

粒计算的形成综合了许多学科的研究成果。为了对其有一个更深入的了解,首先考察粒计算思想及其艺术在不同学科中的体现。

概念形成及学习是人类最基本的活动之一^[47]。概念是人类知识的基本单元。通常,一个概念对应一个自然语言的单词或词组。一个概念既可能是另一个概念的子概念,同时又可能包含许多子概念。这就决定了人类的语言也需要符合分层结构,这样才能准确地描述知识;它同时也决定了人类的记忆也需要符合分层结构,这样才能准确地存储知识^[48]。人类的知识结构是一个分层结构^[49,50]。对概念的学习和知识的积累在很大程度上依赖于对概念之间内在联系的挖掘和整理。形式概念分析^[51~53]就是一个具体的描述概念层次结构的方法。

粒化及聚类是另一种对知识进行总结概括的方法。一个类可以理解为一个特定概念的实例集合,它是考虑问题的基本单元。同样,一个类既可能是另一个类的子类,同时又可能包含许多子类。聚类分析是这种思想的具体实现^[54],它通过比较对象间的相似程度,把最接近的对象归并成类,对给定的数据集进行层次的分解。具体又可分为“自底向上”和“自顶向下”两种方案。例如,在“自底向上”方案中,初始时每一个数据记录都组成一个单独的组,在接下来的迭代中,相互邻近的组合并成一个组,直到所有的记录聚成一组或者某个条件满足为止。

社会网络由人和不同大小的社会群体组成。每一个群体既可能是另一个群体的子群,同时又可能包含许多子群。社会网络分析^[55,56]注重对社会结构进行分析。社会结构是人与人之间关系的一种基本的客观现象,具体表现为人与人、人与群体及群体与群体之间的联系,它可以由婚姻关系或血缘关系定义,可以用权力结构进行分析,也可能反应社会中人与人之间的某种联系(如工作关系、朋友关系等)。对社会网络的结构化分析有助于人力资源管理和信息资源管理,提高组织中的协作、知识创新和信息传播。

修辞与写作也必须注重结构且言之有序^[57~60]。词语组合成句子,句子组合成段落,段落构成整篇文章。文章的结构是由段落层次及它们之间的连接转承关系组成的。文章段落是表达一个完整的意思而相对独立的单位。划分段落的原则是要注意内容的单一性和完整性。一个或若干个段落形成一个层次,层次中的每一个段落围绕一个问题展开讨论。一篇文章的中心思想往往要分几层意思才能表达清楚。层次的安排标志着文章内容展开的步骤和次序。安排段落层次需要分清先

后主次,理清来龙去脉,使思想和观点能有步骤地展开,并连贯成为一个整体。

结构化程序的基本组成是程序模块,多个程序模块形成分层结构。结构化程序设计的特点可以概括为:分层设计、初始设计独立于具体语言、细节延后到较低层次考虑、逐层形式化、逐层验证和逐步求精。由此可以概括出结构化程序设计的核心思想:自顶向下、逐步求精。程序从最顶层开始,每一个层次逐步精细化、形式化,并对每一个层次进行验证,直到整个程序设计完毕^[61~63]。

数学证明需要遵循严谨的逻辑结构。一个结构化的数学证明可以按照自上而下的思维模式分层展开。每一层次自成体系,包含一个论点,其证明又在更低一层次具体化。整个过程循序渐进,直到证明完成^[64,65]。

概念形成及学习在理论上决定了一个易于被人们理解的问题的求解方法只能是结构化的、有层次的。例如,与人类记忆有关的组块理论^[48]揭示了在写作中人们为什么会采用分层结构^[58,59]。若将文章比作一个随着时间演变的复杂系统^[60],则复杂系统的分层结构^[66]可以用于写作过程当中。另一方面,程序设计的风格又受到一般写作的影响,而结构化程序设计思想又反过来影响结构化数学证明^[64,65]。

从这些具体例子可以看出,客观世界可以用不同粒度的结构来有效描述。因此,人们对世界及实际问题的理解和解决是粒化和多层次的;知识结构是粒化和多层次的;用来交流知识的自然语言也是粒化和多层次的。基于这些认识,可以发现Hawkins所提出的人脑概念模型可能会对粒计算有一定指导意义^[67]。人脑的结构是由无数个神经元及其之间的联系组成的,整个人脑又分成不同区域。从概念上讲,这些区域的联系构成一个多层次的结构,信息可以有效地进行上下传递。Hawkins用这样一个大脑皮层的分层结构建立了一个基于记忆的预测模型^[67],它 can 以用来解释人类的自然智能。最重要的是,大脑皮层的分层结构自然地映射了自然世界的分层结构。从这个意义上讲,基于粒化和多层次研究的粒计算是非常自然的和重要的。

作为跨学科的研究,粒计算需要综合不同研究领域的成果。例如,

- 商空间^[3~6]
- 粗糙集^[68~70]
- 模糊集^[46,71]
- 知识空间^[72]
- 因素空间^[73~75]
- 聚类分析^[54]
- 形式概念分析^[51~53]
- 自然计算(nature-inspired computing)和自主计算(autonomy-oriented computing)^[76,77]