

新课程

全能学练
Quannengxuelian

课时达标

分课时训练教案 百分百同步知识点覆盖 以练助学
按课节检测整合 点到面同步重难点突破 一节一测

练与测

每单元综合验收

立体化互动达标

数学

北师大版

七年级[下]

总主编 黎启阳



正版标贴防伪
免费电话核查

华东师范大学出版社

● 与新教材真正同步的全程辅导丛书

新课标

课时达标 练与测

北师大版

数学七年级下

总主编 黎启阳

本册主编 周文 王隽 谢娜
李华彬

编者 周文 王隽 谢娜
马富玉 元小鹏 周佳
陈勇

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

课时达标练与测. 北师大版. 数学. 七年级下/周文, 王隽, 谢娜, 李华彬
主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2005. 12

ISBN 7-5617-4577-X

I. 课... II. ①周... ②王... ③谢... ④李... III. 数学课—初
中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 155879 号

课时达标练与测

北师大版 **数学** 七年级下

总 主 编 黎启阳
本册主编 周 文 王 隽 谢 娜 李华彬
策划组稿 巨东升
项目编辑 柯 亚
文字编辑 段贵霞
封面设计 文绍安
版式设计 四川华彩文化传播有限公司

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 <http://www.ecnupress.com.cn> <http://www.hdsdbook.com.cn>
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 四川五洲彩印有限责任公司
开 本 880×1230 16 开
印 张 10.25
字 数 384 千字
版 次 2006 年 12 月第二版
印 次 2006 年 12 月第一次
印 数 20000
书 号 ISBN 7-5617-4577-X/G·2667
定 价 14.80 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

编写说明

伴随新课标的深入实施和新教材的全面推广，一场以培养学生综合素质和创新能力为核心的教育教学改革浪潮正席卷中华大地。在这场大变革中，怎样体现新课标的精神？如何教好、学好新教材？这是广大师生面临的首要问题。为解决这一难题，我们特组织了全国最先使用新教材的名校名师，编写了这套《课时达标·练与测》丛书。

编写宗旨

突出教育新理念，紧扣教学新课标，把握教改新动向，体现教研新成果，坚持科学、权威、新颖、实用的原则，精心设计，全程优化，达到科学性、系统性、示范性、实用性高度统一，全面构建讲、练、测三维体系，打造全新的教辅精品。

编写体例

本丛书是一套同步到每课时的，兼具讲、练、自测、考查与培优的教与学训练辅导用书。各科均设置五个板块：“名师讲坛·点睛导航”，对应课时知识点、重难点，归纳总结，典例精析，点拨思路技巧；“课时达标·以练助学”，双栏对应，专项训练，由易到难，各个击破；“一课（节）一测·自主反馈”，以知识点和各类题型设置梯度，由课内向课外延伸，并配以“中考链接”和“拓展思维”等拔高培优习题，提高学生创新能力；单元（章）达标检测试卷，为阶段性的综合测试；期中、期末达标检测试卷，完全按统一考试标准格式命制，既可作为复习训练卷使用，亦可作为正规考试卷使用。

丛书特色

1. **科学性强**：讲、练、测、辅导、复习一体化，注重基础，培养能力，侧重练与测，使之讲完练完，练完学完，学完达标，做到一步到位，一本通达，全方位解决问题。

2. **目的性强**：紧扣教学环节，体现教学程序，以每课时为基本单位，循序渐进，严格与教学同步，详尽指导其过程和方法，稳步提高教学质量。

3. **实用性强**：单元（章）、期中、期末达标检测试卷、参考答案及点拨均用八开活页装订，测试范围、时间、分值、内容、题型等清晰明了，全真演练，训练与测试方便、灵活。

4. **针对性强**：内容和形式、思路和技巧、训练和测试、感悟和拓展环环紧扣，准确模拟各教学环节，并链接中考，提升智能，体现新课标综合、应用、创新理念。

5. **功能性强**：本丛书具有备课参考本、课堂笔记本、作业练习本、专项（阶段）及综合测试等五大功能，且题型新颖，题量、难易适度，减轻师生过重负担，使教与学更轻松愉快。

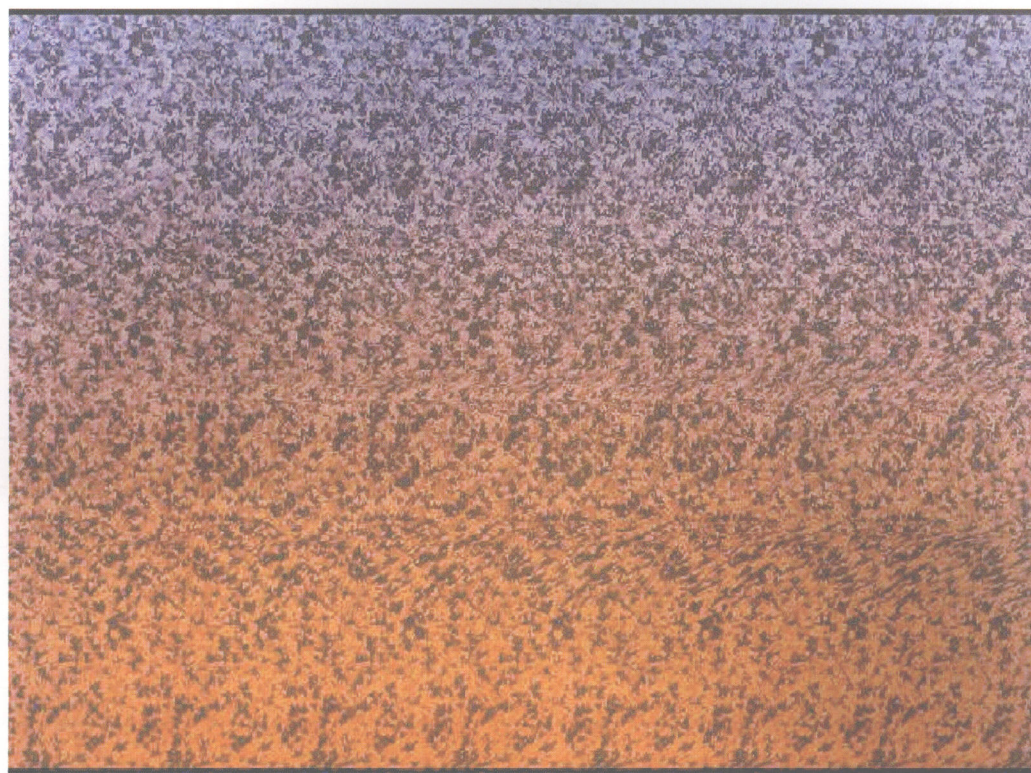
总之，《课时达标·练与测》是一套与新教材真正同步的全程辅导丛书。丛书在策划、编写、出版的过程中，专家、名师和编辑竭诚努力，处处把关，倾情奉献，但疏漏之处在所难免，敬请广大师生批评指正，以便我们再版时做得更好。

黎启阳
2006年10月

看看图上藏着什么？ 奇妙的立体三维图像

人有两只眼，两只眼有一定的距离。当人观察景物时，在一定的距离下，左眼向右，右眼向左，两只眼视线交叉，产生视差。比如你将你的一根手指置于眼前，用眼观看，视线角度不同时，会产生不同的效果。一种就是双眼都清楚地盯在手指上，这和平常看东西没什么差别；另一种就是两眼的视线交叉，则看上去有两只指头，这正是因为视线交叉后，使原图像投射到两边。三维立体图也正是应用这个原理，使经过处理的图像在人眼的视差下部分图像重叠，形成了立体图像。

视图方法：离图大约 30 厘米，然后直直地盯画面，好像在看画又好像在看画的后面，一会儿，你就会惊奇地看到……



飞机



三个雪人

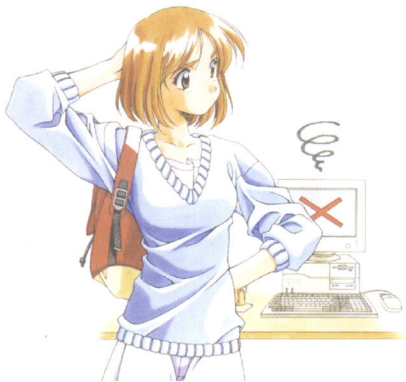


看看图上藏着什么？

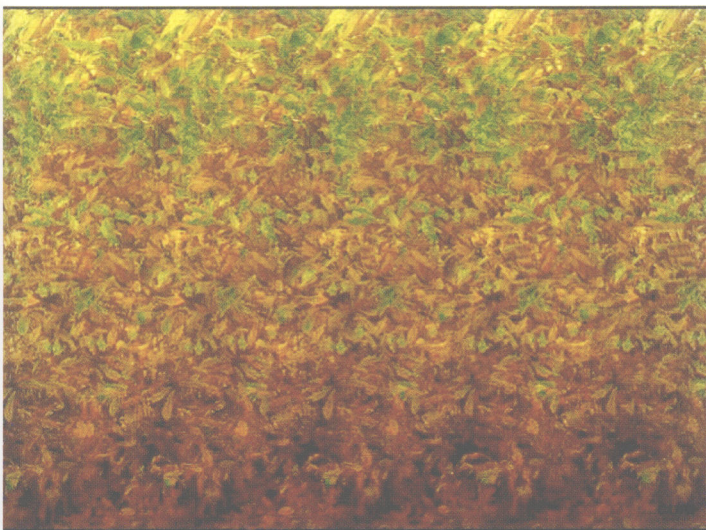
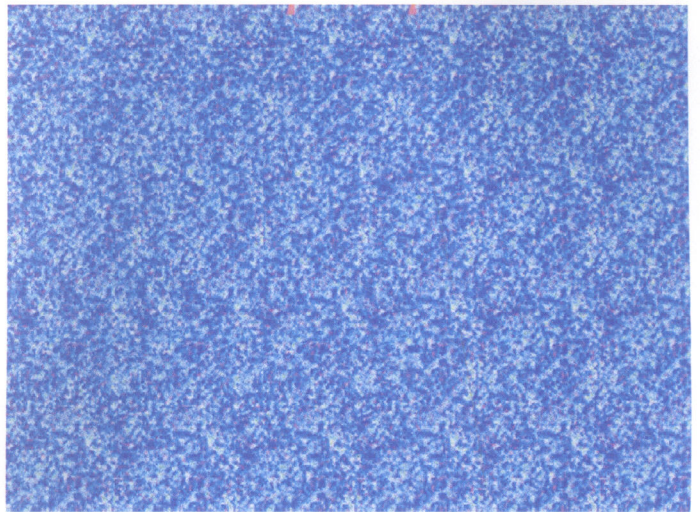
奇妙的立体
三维图像



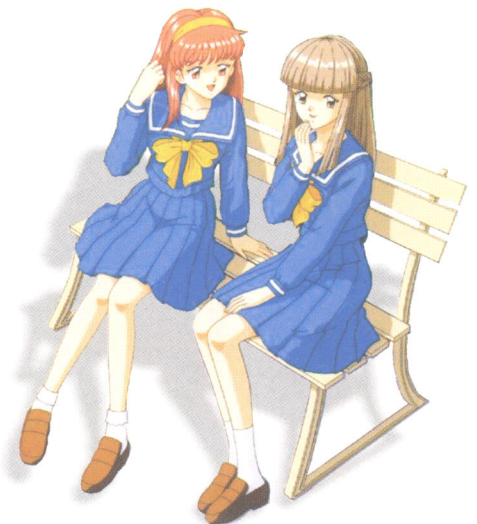
林中飞鸟



海鸥



蘑菇



MULU

目 录



第一章 整式的运算..... (1)	5 作三角形..... (64)
1 整式..... (1)	6 利用三角形全等测距离..... (66)
2 整式的加减..... (3)	7 探索直角三角形全等的条件..... (68)
3 同底数幂的乘法..... (6)	
4 幂的乘方与积的乘方..... (8)	第六章 变量之间的关系..... (70)
5 同底数幂的除法..... (11)	1 小车下滑的时间..... (70)
6 整式的乘法..... (13)	2 变化中的三角形..... (72)
7 平方差公式..... (17)	3 温度的变化..... (74)
8 完全平方公式..... (20)	4 速度的变化..... (76)
9 整式的除法..... (23)	
	第七章 生活中的轴对称..... (78)
第二章 平行线与相交线..... (26)	1 轴对称现象..... (78)
1 余角与补角..... (26)	2 简单的轴对称图形..... (80)
2 探索直线平行的条件..... (28)	3 探索轴对称的性质..... (83)
3 平行线的特征..... (31)	4 利用轴对称设计图案..... (85)
4 用尺规作线段和角..... (33)	5 镜子改变了什么..... (87)
	6 镶边与剪纸..... (89)
第三章 生活中的数据..... (36)	
1 认识百万分之一..... (36)	第一章达标检测试卷..... (91)
2 近似数和有效数字..... (38)	第二章达标检测试卷..... (95)
3 世界新生儿图..... (41)	第三章达标检测试卷..... (99)
	第四章达标检测试卷..... (103)
第四章 概率..... (44)	第五章达标检测试卷..... (107)
1 游戏公平吗..... (44)	第六章达标检测试卷..... (111)
2 摸到红球的概率..... (47)	第七章达标检测试卷..... (115)
3 停留在黑砖上的概率..... (49)	七年级下学期期中达标检测试卷(一)··· (119)
	七年级下学期期中达标检测试卷(二)··· (127)
第五章 三角形..... (51)	七年级下学期期末达标检测试卷(一)··· (135)
1 认识三角形..... (51)	七年级下学期期末达标检测试卷(二)··· (143)
2 图形的全等..... (56)	
3 全等三角形..... (58)	参考答案及点拨..... (151)
4 探索三角形全等的条件..... (60)	



第一章 整式的运算

1 整式

一课时



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 单项式

数与字母的乘积的代数式叫做

单项式. 如 $8a$, $\frac{\pi}{3}n^2$ 等.

注意: 单独一个数或字母也是单项式.

2. 多项式

几个单项式的和叫做多项式.

如: $ab - x^2$, $\frac{x+1}{2}$ 等.

3. 整式

单项式与多项式统称为整式.

4. 单项式的次数

一个单项式中所有字母的指数和叫做这个单项式的次数.

5. 多项式的次数

一个多项式中次数最高项的次数叫做这个多项式的次数.

6. 单项式、多项式、整式、代数式的关系

代数式 $\begin{cases} \text{整式} \begin{cases} \text{单项式} \\ \text{多项式} \end{cases} \\ \dots\dots \end{cases}$

典例精析

例1 判断下列各整式的次数:

(1) $\frac{ab}{2}$; (2) $n^2 + 2n - 1$.

解析 (1) $\frac{ab}{2}$ 的次数为 2.

(2) $n^2 + 2n - 1$ 的次数为 2.

点评 $\frac{ab}{2}$ 中字母指数和为 2;

$n^2 + 2n - 1$ 中各项次数中, 最高的为 2.

例2 若单项式 $5x^{m-1}y^{2n}$ 为 8 次单项式, 则 $5m + 10n$ 的值应是多少?

解析 由原单项式为 8 次单项式可得 $(m-1) + 2n$ 的和为 8, 再用代数式的整体代换即可.

因为 $(m-1) + 2n = 8$,

$m + 2n = 9$,

所以 $5m + 10n = 5(m + 2n) = 45$.



课时达标·以练助学

1. 根据题意写出代数式:

(1) 一圆环外沿的半径为 R , 内沿的半径为 r , 请表示该圆环的面积;

(2) 请表示连续两个整数 n 与 $(n+1)$ 的积.

2. 判断下列整式是单项式还是多项式, 并指出它们的次数:

(1) $7h^3$;

(2) $xy^3 + 1$;

(3) $2ab + 6$;

(4) $\frac{2}{5}x - by^3$.

3. 指出下列多项式的次数和各项系数:

(1) $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}x^2y$;

(2) $1 - xy$.

4. 一长、宽分别为 a 、 b 的矩形相框, 四周镶上一圈宽为 x 的边框, 请表示镶上边框后的相框面积.

5. 一工厂今年产值为 a 万元, 计划明、后两年的产值按 $x\%$ 的增长率增长, 请表示明年和后天各年的产值.

6. 若单项式 $6xy^{m-5}$ 的次数为 3 次, 多项式 $2a^{n+5}b - 4$ 的次数为 8, 求 m^n 的值.



答案及点拨

- 【一课时的】 1. (1) $\pi R^2 - \pi r^2$ (2) $n(n+1)$ 2. (1) 单项式, 3. (2) 多项式, 4. (3) 多项式, 2. (4) 多项式, 4.
3. (1) 3次, $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{3}$ (2) 2次, 1和-1 4. $(a+2x)(b+2x)$ 5. 明年产值为 $a(1+x\%)$ 万元, 后年产值为 $a(1+x\%)^2$ 万元.
6. 分别由 $1+(m-5)=3$ 和 $(n+5)+1=8$, 解得 $m=7, n=2$, 再求得 $m^n=7^2=49$.

一节一测·自主反馈

第1节

一、达标训练

1. 下列代数式中, 次数为5的整式是 ()

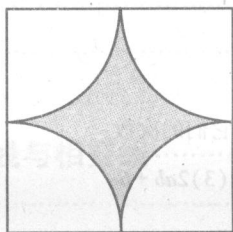
A. $\frac{1}{x^5}$

B. $2x+5$

C. $5xy-y$

D. $2x^2y^3+xy-1$

2. 如图, 正方形的边长为 a , 求图中阴影部分面积的整式是



第2题

A. $a^2 - \pi a^2$

B. $a^2 - \frac{1}{2}\pi a^2$

C. $a^2 - \frac{1}{4}\pi^2 a^2$

D. $a^2 - \frac{1}{4}\pi a^2$

3. 甲、乙两地相距 x 千米, 某人计划 t 小时到达, 若需提前2小时到达, 那么每小时应多走的千米数是 ()

A. $\frac{x}{t-2} - \frac{x}{t}$

B. $\frac{x}{t} - \frac{x}{t-2}$

C. $\frac{x}{t+2} - \frac{x}{t}$

D. $\frac{x}{t+2} - \frac{x}{t}$

4. 填表:

单项式	a	$\frac{a^2}{2}$	πr^2	$-x^2y$	$\frac{5xyz}{4}$
系数					
次数					

多项式	x^2-x-2	x^2-x^3+1	$2a+\frac{\pi^2}{4}$
次数			
项数			

5. 当 $m =$ _____ 时, $\frac{1}{3}x^{m+2}y^3$ 为9次单项式.

6. 已知关于 a 的多项式中, 常数项为 -1, 一次项系数为 2, 二次项系数为 0, 三次项系数为 5, 则该多项式为 _____.

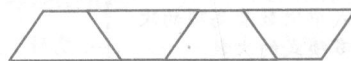
7. 百位、十位、个位上的数字分别是 x, y, z 的三位数是 _____.

8. 长方形的长为 a , 宽比长少 5, 则该长方形的面积为 _____.

9. 若多项式 x^2-6x-1 和 $2x^2+4x-n$ 的常数项相同, 那么 n^2+3n-1 的值是 _____.

二、中考链接

10. (2006·烟台) 观察下图并填表:



第10题

梯形个数	1	2	3	4	5	6	...	n
周长	5	9	13	17			...	

三、拓展思维

11. 若关于 x 的多项式 $x^5+(2m-1)x^3-7x+5n-2$ 不含有3次项和常数项, 求 $4m^2-15n$ 的值.



2 整式的加减

第一课时



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 同类项的定义

字母相同,并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项。

2. 合并同类项法则

只把同类项的系数相加减,字母及字母指数不变。

3. 去括号法则

如果括号前是“+”号,去掉括号后,括号里各项符号不变;如果括号前是“-”号,去掉括号后,括号里各项都变为原来的相反符号。

4. 整式的加减法则

整式的加减就是去括号后合并同类项的过程。

5. 整式的加减

整式的加减 $\begin{cases} \text{单项式} + \text{单项式} \\ \text{单项式} + \text{多项式} \\ \text{多项式} + \text{多项式} \end{cases}$

典例精析

例1 计算:

$$(1) (4a^2b - 3ab^2) + (a^2b - 2ab^2);$$

$$(2) (7m^2 - 4mn - n^2) - (2m^2 - mn + 2n^2).$$

解析 (1) 原式 $= 4a^2b - 3ab^2 + a^2b - 2ab^2 = (4a^2b + a^2b) + (-3ab^2 - 2ab^2) = 5a^2b - 5ab^2$.

$$(2) \text{原式} = 7m^2 - 4mn - n^2 + (-2m^2) + (mn) + (-2n^2) = [7m^2 + (-2m^2)] + [(-4mn) + mn] + (-n^2 - 2n^2) = 5m^2 - 3mn - 3n^2.$$

例2 已知 $A = x^3 - 5x^2$, $B = x^2 - 11x + 6$. 求:

(1) $A + B$; (2) $A - B$.

解析 (1) $A + B = (x^3 - 5x^2) + (x^2 - 11x + 6) = x^3 - 5x^2 + x^2 - 11x + 6 = x^3 - 4x^2 - 11x + 6$.

$$(2) A - B = (x^3 - 5x^2) - (x^2 - 11x + 6) = x^3 - 5x^2 - x^2 + 11x - 6 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6.$$

点评 整式加减的计算应注意去括号后的变号问题。



课时达标·以练助学

1. 一长方体的长为 a , 宽为 b , 高为 c , 在这个长方体长、宽不变的条件下将高增加 m , 则新长方体的体积为 ()

- A. $abc + abc(c + m)$ B. $abcm$ C. $abc + abm$ D. abm

2. 若合并 $x^{2a-1}y^4$ 与 $\frac{1}{2}x^2y^{b+1}$ 后得到 $\frac{3}{2}x^2y^4$, 则 $2a - 3b$ 的值是 ()

- A. -4 B. -5 C. -6 D. -12

3. $(a + c) + 2(a + c) - 4(a + c)$ 的值是 ()

- A. $a + c$ B. $-(a + c)$ C. $-a + c$ D. $a - c$

4. 合并同类项:

$$(1) -6ab - ab + 8ab - 7ab;$$

$$(2) 5ab - 4a^2b^2 - 8ab^2 + 3ab - ab^2 + 4a^2b^2.$$

5. 计算:

$$(1) (3x^2 - 6x + 5) + (4x^2 + 7x - 6);$$

$$(2) (x^2 + xy + 3y^2) - (x^2 - xy + 2y^2);$$

$$(3) (5a^2 - 3b^2) - [-(a^2 - 2ab - b^2)];$$

$$(4) 9a^2 + [7a^2 - 2a - (a^2 - 3a) + 5a^2 - 2ab - 3b^2 - a^2] + 3b^2 - a^2 + 4a.$$

6. 化简求值: $5ab - \frac{9}{4}a^2b - \frac{9}{4}ab + \frac{1}{2}a^2b$, 其中 $a = 1, b = -2$.



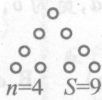
第二课时



课时达标·以练助学

1. 已知 $(a+b)^2 + |2b-1| = 0$, 则 $ab - [2ab - 3(ab-1)] =$ _____.

2. 如图, 每个图都是由若干盆花组成的形如三角形的图案, 每条边包括两个顶点, 有 $n(n>1)$ 盆花, 每个图案花盆的总数是 S , 按此规律推断, S 与 n 的关系式是 _____.



第2题

3. 计算:

$$(1) \frac{1}{3}a - \frac{1}{2}(a - 4b - bc) + 3(-2c + 2b);$$

$$(2) (3x^2 - 4) - 2(2x^2 - 5x + 6) + (x^2 - 5x).$$

4. 化简求值:

$$(1) 3a^2 - [7a - (4a - 3) - 2a^2] + 2, \text{ 其中 } a = \frac{2}{5};$$

$$(2) -5(xy - 6x^2 + 7y) + 3(2xy - x^2 + 2y), \text{ 其中 } x = \frac{1}{2}, y = -1;$$

$$(3) \text{ 已知 } -m + 2n = 5, \text{ 求整式 } 5(m - 2n)^2 + 6n - 3m - 60 \text{ 的值.}$$



名师讲坛·点睛导航

典例精析

例1 计算:

$$(1) (2x^2 - 1 + 3x) + 2(x^3 - x^2);$$

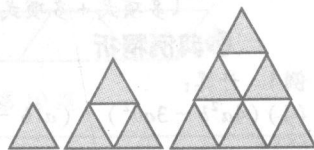
$$(2) (8xy - 3x^2) - 5xy - 2(3xy - 2x^2).$$

解析 (1) 原式 $= 2x^2 - 1 + 3x + 2 \cdot x^3 + 2 \cdot (-x^2) = 2x^2 - 1 + 3x + 2x^3 - 2x^2 = 2x^3 + 3x - 1.$

(2) 原式 $= 8xy - 3x^2 - 5xy + (-2) \cdot 3xy + (-2) \cdot (-2x^2) = 8xy - 3x^2 - 5xy - 6xy + 4x^2 = x^2 - 3xy.$

点评 运算的类型决定运算顺序, 请注意.

例2 如图所示, 我们用火柴拼出如下图形:



请大家思考一下: 我们怎样才能得到拼第 n 个图形所需的火柴根数呢?

解析 对第一个图形, 即当 $n=1$ 时, 图形中共有 1 个阴影三角形, 所以需要 3 根火柴;

对第二个图形, 即当 $n=2$ 时, 图形中共有 3 个阴影三角形, 所以需要 9 根火柴;

对第三个图形, 即当 $n=3$ 时, 图形中共有 6 个阴影三角形, 所以需要 18 根火柴;

由此, 对第 n 个图形, 我们可以猜测图形中共有 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个阴影三角形, 所以需要 $\frac{3n(n+1)}{2}$ 根火柴.



答案及点拨

【第一课时】 1. C 2. C 3. B 4. (1) $-6ab$ (2) $8ab - 9ab^2$ 5. (1) $7x^2 + x - 1$ (2) $2xy + y^2$ (3) $6a^2 - 2ab - 4b^2$
(4) $18a^2 + 5a - 2ab$ 6. $\frac{11}{4}ab - \frac{7}{4}a^2b, -2$.

【第二课时】 1. $-\frac{7}{2}$ 2. $S = 3n - 3$ 3. (1) $-\frac{1}{6}a + 8b - 6c + \frac{1}{2}bc$ (2) $5x - 16$ 4. (1) $5a^2 - 3a - 1, -\frac{7}{5}$ (2) $27x^2 + xy - 29y, 35\frac{1}{4}$ (3) 80 点拨: 将 $m - 2n$ 看成一个整体代入求值.

一 节 一 测 · 自 主 反 馈

第 2 节

一、达标训练

1. 若 $2x^a y + \frac{1}{2}xy^2 - \frac{1}{3}x^3 y - \frac{1}{3}x^b y^2 = \frac{5}{3}x^3 y + \frac{1}{6}xy^2$, 则

A. $a = 1, b = 3$

B. $a = 3, b = 1$

C. $a = 3, b = 2$

D. $a = 2, b = 3$

2. 下列计算中正确的是

A. $5a^2 - 4b^2 = a^2 b^2$

B. $-7x^2 y + 7y^2 x = 0$

C. $xy - 2(6x - 7xy - x^3) = -12x + 15xy + 2x^3$

D. $7x^2 - 6x^2 = 1$

3. 计算:

(1) $\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x + \frac{3}{5}\right) - 2\left(-\frac{1}{3}x + \frac{4}{5}x^2 - 2\right)$;

(2) $a - 4\{b - 3[c - 2(a + b - c)]\}$;

(3) $4a^2 - (2a - 1) + 3(1 - 5a) - (a^2 + 1)$;

(4) $\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{6}xy - \frac{2}{3}y^2\right) - \left(\frac{5}{6}x^2 - \frac{5xy - 3y^2}{12}\right) + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}xy\right)$.

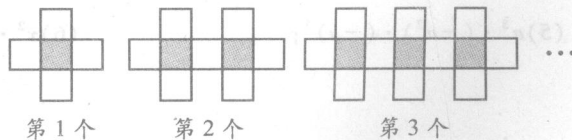
4. 化简求值: $(10m^3 - 6m^2 - 5m + 4) - (m^2 + 4m) + 3(m - 1)$,

其中 $m = 2$.

5. 若 $x + y + 3 = 0$, 求 $\frac{2}{3} - 2x - 2y + (-x - y)^2$ 的值.

二、中考链接

6. (2006 · 南昌) 如图, 有黑色和白色两种颜色的正方形纸片, 按黑色纸片数逐渐加 1 的规律拼成一列图案:



第 6 题

(1) 第 4 个图案中有白色纸片 _____ 张;

(2) 第 n 个图案中有白色纸片 _____ 张.

三、拓展思维

7. 一个多项式减去 $5xy - 3y^2$ 等于 $2x^2 - 2xy + y^2$, 求该多项式.



3 同底数幂的乘法

一 课时



课时达标·以练助学

1. $-a^b$ 与 $(-a)^b$ 的正确说法是

- A. 两式互为相反数
- B. 两式相等
- C. 当 b 为奇数时, 两式互为相反数; 当 b 为偶数时, 两式相等
- D. 当 b 为偶数时, 两式互为相反数; 当 b 为奇数时, 两式相等

2. 若 a, b 均为正整数, 且 $x^a = 5, x^b = 8$, 则 x^{a+b} 的值为

- A. 13
- B. 3
- C. 1.6
- D. 40

3. 计算:

(1) $x^m \cdot x^n$; (2) $x^{n+1} \cdot x^{n-1}$;

(3) $m^6 \cdot m^3 \cdot m$;

(4) $(x-y) \cdot (x-y)^{n-1}$;

(5) $a^5 \cdot (-a^2) \cdot (-a)^3$;

(6) $x^2 \cdot x^3 + x \cdot x^2 \cdot x^2$;

(7) $5^2 \times 125 - 5 \times 5^4$;

(8) $10^3 \times 10^2 + 10\,000 \times 10$.

4. 光在真空中的速度约为 3×10^5 千米/秒, 太阳光射到地球上需要的时间是 5×10^2 秒, 那么地球与太阳间距离约为多少千米?



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 幂的意义

一般地, 求几个相同因数的积的运算叫做乘方, 用符号“ a^n ”表示, 读作 a 的 n 次方. 乘方运算的结果叫做幂. a^n 也可读作 a 的 n 次幂. 其中 a 叫做底数, n 叫做指数.

2. 同底数幂的乘法法则

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 为正整数), 即同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.

典例精析

例题 计算:

(1) $y \cdot y^{n+1} \cdot y^{2n+1}$;

(2) $a^4 \cdot (-a)^5 \cdot (-a)^4$;

(3) $y^3 \cdot y^3 + y \cdot y^2 \cdot y^3$;

(4) $3^2 \times 3 \times 9 - 3 \times 3^4$;

(5) $(a-b)^4 \cdot (b-a)^5$.

解析 (1) 原式 = $y^{1+(n+1)+(2n+1)}$
 $= y^{3n+3}$.

(2) 原式 = $a^4 \cdot (-a^5) \cdot a^4$
 $= -a^4 \cdot a^5 \cdot a^4$
 $= -a^{13}$.

(3) 原式 = $y^{3+3} + y^{1+2+3}$
 $= y^6 + y^6 = 2y^6$.

(4) 原式 = $3^2 \times 3 \times 3^2 - 3 \times 3^4$
 $= 3^{2+1+2} - 3^{1+4}$
 $= 3^5 - 3^5$
 $= 0$.

(5) 方法一:

原式 = $(a-b)^4 \cdot [-(a-b)]^5$
 $= (a-b)^4 \cdot [-(a-b)^5]$
 $= -(a-b)^4 \cdot (a-b)^5$
 $= -(a-b)^9$.

方法二:

原式 = $[-(b-a)]^4 \cdot (b-a)^5$
 $= (b-a)^4 \cdot (b-a)^5$
 $= (b-a)^9$.

点评 对于整式 A , 有 $(-A)^{2n} = A^{2n}$ (n 是正整数) 恒成立.



答案及点拨

【一课时】 1. D 2. D 3. (1) x^{m+n} (2) x^{2n} (3) m^{10} (4) $(x-y)^n$ (5) a^{10} (6) $2x^5$ (7) 0 (8) 2×10^5
4. $3 \times 10^5 \times 5 \times 10^2 = 1.5 \times 10^8$ (千米)

一 节 一 测 · 自 主 反 馈

第3节

一、达标训练

1. 计算: $(-5)^3(-5)^4$ 的结果是 ()

A. 5^7 B. -5^{12} C. -5^7 D. 5^{12}

2. 计算 $a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot a^2$ 的结果是 ()

A. $4a^2$ B. $4a^{16}$ C. $4a^8$ D. a^8

3. 把下列各题的计算结果写成 10 的幂的形式, 正确的是

A. $100 \times 10^3 = 10^5$ B. $1\,000 \times 10^{100} = 10^{3\,000}$
C. $100^{2n} \times 1\,000 = 10^{4n}$ D. $100^5 \times 10 = 1\,000^5 = 10^{15}$

4. 下列计算中最后一步的依据是 ()

$$\begin{aligned} & 5a^2x^4 \cdot (-4a^3x) \\ &= [5 \times (-4)] a^2a^3x^4x \text{ (乘法交换律)} \\ &= -20a^5x^5. \end{aligned}$$

A. 乘法定义 B. 乘方定义
C. 同底数幂的乘法法则 D. 幂的乘方法则

5. $-x^2 \cdot x^3 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -x^{15}$.

6. $3x^m \cdot x^{m+1} - x^{2m} \cdot x - x^{m-3} \cdot x^{m+4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 计算:

(1) $x^5 \cdot x^7$;

(2) $a^{3m} \cdot a^{m-1} \cdot a$;

(3) $(-a)^7 \cdot a^6 \cdot a^5 \cdot (-a)^2$;

(4) $b \cdot (-b^2) + (-b) \cdot (-b)^2$.

8. 若 $3 \times 3^x \times 3^{2x} = 3^{28}$, 求 x 的值.

9. 若 x, y 是正整数, 且 $2^x 2^y = 32$, 求 x, y 的值.

二、中考链接

10. (2006 · 重庆) 计算 $2x^2 \cdot (-3x^3)$ 的结果是 ()

A. $-6x^5$ B. $6x^5$ C. $-2x^6$ D. $2x^6$

三、拓展思维

11. 若 $2^a = 3, 2^b = 6, 2^c = 12$, 探索 a, b, c 三者之间的关系式.



4 幂的乘方与积的乘方

第一课时



课时达标·以练助学

1. 下列各式中计算正确的是

A. $x^a \cdot x^3 = (x^3)^a$

B. $x^a \cdot x^3 = (x^a)^3$

C. $(x^a)^4 = (x^4)^a$

D. $x^a \cdot x^a \cdot x^a = x^{a+3}$

2. 若 $(2^n)^2 = 64$, 则 n 的值是

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

3. 若 a 为正整数且 $b = -1$, 则 $-(-b^{2a})^{2a+1}$ 的值为

A. 1

B. -1

C. 0

D. 1 或 -1

4. 若 $(a^n b^m b^3)^5 = a^{15} b^{30}$, 则 m, n 的值分别为

A. $m=2, n=3$

B. $m=3, n=3$

C. $m=10, n=17$

D. $m=5, n=3$

5. 计算:

(1) $(-x^3)^4 \cdot (-x^4)^3$;

(2) $x^{n-1} \cdot (x^{n+2})^2 \cdot x^2 \cdot (x^{2n-1})^3$;

(3) $(-a)^3(-b)^2 + (-a^3b^2)$;

(4) $-(y-x)^3[(x-y)^2]^3$;

(5) $(-8 \cdot 2^n)(8 \cdot 2^n)$;

(6) $64 \cdot 2^{94} - 8 \cdot 2^{97}$;

(7) $(-0.125)^2 \cdot 2^7$;

(8) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{2006} \cdot \left(2\frac{1}{3}\right)^{2006}$.

6. 若 $9^{n+1} - 3^{2n} = 72$, 试求 $(-n)^{2006}$ 的值.

7. 若 $a = 3^{555}, b = 4^{444}, c = 5^{333}$, 试比较 a, b, c 的大小.



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 幂的乘方法则

$(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数).

2. 关于幂的乘方法则的说明

(1) 不要把幂的乘方与同底数幂的乘法混淆: 前者是转化为指数乘法运算; 后者是转化为指数加法运算.

(2) 幂的乘方法则可逆用:

$$a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m.$$

典例精析

例1 计算:

(1) $(x^4)^3 \cdot x^5$;

(2) $(y^{2n})^3 \cdot y^{4n+2}$;

(3) $(m-1)^2(1-m)^3[(m-1)^2]^4$;

(4) $(-0.5)^{101} \times 2^5 \times 2^{100}$.

解析

(1) 原式 $= x^{12} \cdot x^5 = x^{17}$.

(2) 原式 $= y^{2n \times 3} \cdot y^{4n+2}$
 $= y^{6n} \cdot y^{4n+2}$
 $= y^{10n+2}$.

(3) 原式 $= (1-m)^2(1-m)^3$
 $(1-m)^8 = (1-m)^{2+3+8}$
 $= (1-m)^{13}$.

(4) 原式 $= -\left(\frac{1}{2}\right)^{101} \times 2^{101} \times 2^4 = -16$.

例2 若 $2^a = m, 2^b = n$, 试利用 m, n 表示 2^{a+2b} 的值.

解析 因为 $2^{a+2b} = 2^a \times 2^{2b} = 2^a \times (2^b)^2$,

由已知, 有 $2^a = m, 2^b = n$.

所以 $2^{a+2b} = mn^2$.

点评 在处理此类问题时, 注意对原式进行合理的变形, 以转化为我们可以处理的形式.



第二课时



名师讲坛 · 点睛导航

知识要点

1. 积的乘方公式的推导

$$\begin{aligned}(ab)^4 &= (ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \\ &= (a \cdot a \cdot a \cdot a) \cdot (b \cdot b \cdot b \cdot b) \\ &= a^4 \cdot b^4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(ab)^m &= \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdots (ab)}_{m \text{ 个 } (ab)} \\ &= \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{m \text{ 个 } a} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdots b)}_{m \text{ 个 } b} \\ &= a^m \cdot b^m\end{aligned}$$

2. 积的乘方法则

积的乘方等于把积中每个因式分别乘方,再把所得的幂相乘. 即 $(ab)^m = a^m \cdot b^m$ (m 为正整数).

3. 关于积的乘方法则的说明

(1) 对于三个或三个以上的积的乘方,此法则也适用.

如: $(abc)^m = a^m b^m c^m$.

(2) 注意此公式的逆用. 即 $a^m b^m = (ab)^m$.

$$\begin{aligned}\text{如: } 3^{2005} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2006} \\ &= 3^{2005} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2005} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \left(3 \times \frac{1}{3}\right)^{2005} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

典例精析

例1 利用积的乘方计算:

- (1) $(2xy)^3$;
- (2) $(-2x)^2$;
- (3) $(-3 \times 10^2)^4$.

解析 (1) 原式 $= 2^3 \cdot x^3 \cdot y^3 = 8x^3y^3$.

(2) 原式 $= (-2)^2 \cdot x^2 = 4x^2$.

(3) 原式 $= (-3)^4 \times (10^2)^4 = 81 \times 10^8 = 8.1 \times 10^9$.

例2 若地球的半径约为 $r = 6 \times 10^3$ 千米,球体的体积公式为 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$,则地球的体积是多少呢?

解析 当 $r = 6 \times 10^3$ 时,

$$\begin{aligned}V &= \frac{4}{3}\pi (6 \times 10^3)^3 \\ &= 2.88 \times 10^{11}\pi.\end{aligned}$$

所以地球的体积为 $2.88 \times 10^{11}\pi$ 立方千米.



课时达标 · 以练助学

1. 计算:

$$(1) [-3(-a)^4]^2;$$

$$(2) (-3a^3)^2 - [(2a)^2]^3;$$

$$(3) \left(\frac{1}{2}ab^2c\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}abc\right)^3 \cdot (12a^2b);$$

$$(4) (-1.2 \times 10^2)^2 \times (0.6 \times 10^4) \times 10;$$

$$(5) (-2x^4)^4y^3 + 2x^{10}(-2x^2y)^3 + 2x^4 \cdot 5(x^4)^3(3y)^3.$$

2. 若 $a^n = 3, b^{2n} = 4$, 求 $(a^2b^4)^{2n}$ 的值.

3. 已知 $x - y = m$, 求 $(3x - 3y)^3$ 的值.

4. 已知 $3 \cdot 9^n = 243$, 求 n 的值.

5. 一个棱长为 2×10^3 的正方体,在某种物质的作用下,以每秒体积扩大到原来的 10^2 倍的速度膨胀,求 10 秒钟后该正方体的体积.



答案及点拨

【第一课时】 1. C 2. B 3. A 4. B 5. (1) $-x^{24}$ (2) x^{9n+2} (3) $-2a^3b^2$ (4) $(x-y)^9$ (5) -2^{2n+6} (6) 0 (7) 2 (8) 1 6. 1 7. $b > a > c$

【第二课时】 1. (1) $9a^8$ (2) $-55a^6$ (3) $-\frac{a^7b^8c^5}{9}$ (4) 8.64×10^8 (5) $270x^{16}y^3$ 2. 12^4 3. $27m^3$ 4. 2 5. 8×10^{29}

一节一测·自主反馈

第4节

一、达标训练

1. 下列计算中正确的是

A. $a^m \cdot a^2 = a^{2m}$

B. $(a^3)^2 = a^5$

C. $x^3 \cdot x^2 \cdot x = x^5$

D. $a^{3m+5} \cdot a = a^{3m+6}$

2. 下列计算中正确的是

A. $[(-a^2)]^3 = [(-a^3)]^2$

B. $(a^2)^3(b^3)^2 = (ab)^6$

C. $(-a^2)a^3 = (-a^3)^2$

D. $a \cdot a^2 \cdot a^3 = (a^2)^6$

3. 式子 a^{3m+1} 可以写成

A. $(a^3)^{m+1}$

B. $(a^m)^{3+1}$

C. $a \cdot a^{3m}$

D. $(a^m)^{2m+1}$

4. 计算 $(-2)^{101} + (-2)^{100}$ 的结果是

A. -2

B. -1

C. 2^{100}

D. -2^{100}

5. $[(-x)^3]^2 =$

6. $(x^2)^{(\quad)} \cdot x^2 = x^{10}$.

7. $(\quad)^3 = 27a^3b^6$.

8. $4^3 \times 2^{(\quad)} = 2^9$.

9. $[2^{(\quad)}x^3]^{(\quad)} = 64x^6$.

10. 计算下面各题:

(1) $-y^6 \cdot (-y^2) \cdot (-y)^2$;

(2) $\left(-\frac{1}{3}a^2b^3c^4\right)^2$;

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{2005} \left(2\frac{1}{3}\right)^{2005}$;

(4) $(-3xy^2)^4 - (-3x)^2 \cdot (-y^2)^2 \cdot (xy^2)^2$;

(5) $(a-b)^{2n-1}[(b-a)^n]^2$ (n 为正整数);

(6) $(x^{m+n})^2 \cdot (-x^{m-n})^3 + x^{m-n}(-x^4)^m$ (m 为偶数).

11. 比较 2^{100} 与 3^{75} 的大小.

12. 若 $x = -5, y = \frac{1}{5}$, 求 $x^2 \cdot x^{2n}(y^{n+1})^2$ 的值.

二、中考链接

13. (2006·南昌) 在下列运算中, 计算正确的是

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B. $a^8 \div a^2 = a^4$

C. $(a^2)^3 = a^5$

D. $(ab^2)^2 = a^2b^4$

三、拓展思维

14. 若 $2x + 5y - 3 = 0$, 求 $4^x \cdot 32^y$ 的值.