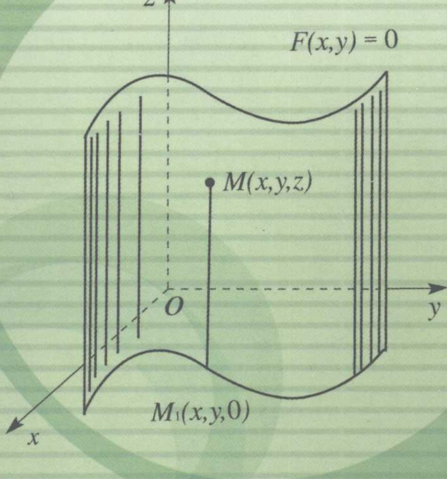
21世纪全国高职高专规划教材

高等数学 下册

GAODENG SHUXUE

刘连福 许文林 主编



中国农业出版社

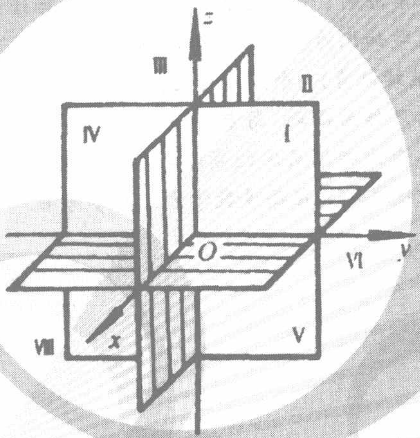
高等数学 下册

21 世纪全国高职高专规划教材

高等数学

下册

刘连福　许文林　主编



中国农业出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学．下册/刘连福，许文林主编．—北京：中国农业出版社，2007.1
21世纪全国高职高专规划教材
ISBN 978-7-109-10647-5

Ⅰ.高… Ⅱ.①刘…②许… Ⅲ.高等数学-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字（2006）第147735号

中国农业出版社出版
（北京市朝阳区农展馆北路2号）
（邮政编码100026）
责任编辑 薛 波

中国农业出版社印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行
2007年1月第1版 2007年1月北京第1次印刷

开本：720mm×960mm 1/16 印张：15.75
字数：273千字
定价：21.00元

前 言

本教材是根据教育部最新制定的高职院校高等数学课程教学基本要求，并充分考虑到高职高专学生的数学基础和实际水平，结合高等数学课程教学内容体系改革、建设的研究与实践项目研究结果，同时吸收国内同类教材建设最新成果编写而成，是教材建设新理念的体现.

本教材以"掌握概念、强化应用、培养技能"为重点，充分体现了以应用为目的，以必需、够用为度的高职教学基本原则；兼顾了高职高专各专业后续课程教学对数学知识要求，是对后续教学和学生可持续发展(继续教育)的一个恰到好处的基础支撑.

本教材分上、下两册. 上册主要内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、概率论初步、数理统计基础、Mathematica 使用简介(一). 下册主要内容包括向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、二重积分、常微分方程、无穷级数、线性代数简介、拉普拉斯变换、Mathematica 使用简介(二)等几个部分. 上、下册均编排了数学建模内容——应用与实践以及数学史话等阅读材料. 章后附有复习题及参考答案. 为了方便教师教学和学生复习巩固，同时配套出版了《高等数学学习指导》.

本教材具有以下特点：

1. 突出以应用为目的，以必需、够用为度的教学原则，加强对学生应用意识的培养.

2. 按探究、合作学习模式对教学内容进行重新整合.

3. 增加数学史话，以提高学生的数学修养.

4. 从实例引入问题，以问题为引线进行数学的应用、概念及其实际意义、数学思想方法等方面介绍.

5. 适度淡化深奥的数学理论，强化几何直观说明；适度淡化计算和计算技巧的训练，突出等式含义结果的解释.

6. 增加应用与实践内容，引进了数学建模思想，使学生有能力根据生活和工作中的实际问题，选择和应用有关数学模型或建立简单的数学模型.

7. 引入现代计算技术.

本套教材可作为高职、高专、成人高校、电大以及职工大学各专业的高等数学课程教材，也可作为工程技术人员在高等数学方面的参考书. 教学基本学时按不少于120学时设计.

上册具体编写分工为：广西农业职业技术学院许文林编写第一章、一至七章的阅读材料、附录一、附录二，重庆三峡职业学院龚亚英编写第二章，天津农学院职业技术学院张金梅编写第三章，锦州医学院畜牧兽医学院杨亚男编写第四章，黑龙江畜牧兽医职业学院王福胜编写第五章，大连水产学院职业技术学院刘连福编写第六章，河南农业职业学院乔建法编写第七章、附录三至附录六，大连水产学院职业技术学院康铁仁编写第八章. 上册教材由许文林、刘连福统稿，大连水产学院职业技术学院杨俊平担任上册主审，王秀艳、石业娇参加了上册的审稿与习题校对工作，在此表示谢意.

下册具体编写分工为：大连水产学院职业技术学院刘连福编写第

十一章、第十五章及第十六章，天津农学院职业技术学院尹丽芸编写第九章，河北农业大学中兽医学院刘亚编写第十章，广西农业职业技术学院牟科盟编写第十二章，重庆三峡职业学院黄银海编写第十三章，杨凌职业技术学院郭随兰编写第十四章. 下册教材由刘连福统稿，大连水产学院职业技术学院教授郑长波担任下册主审，冯丽、范庆珍参加了下册的审稿与习题校对工作，在此表示谢意.

尽管我们在本套教材的特色建设方面做出了许多努力，但由于我们水平有限，书中仍难免有不妥之处，希望各教学单位和读者在使用本套教材的过程中继续给予关注，并将意见及时反馈给我们，以便修订时改进.

编 者

2006 年 10 月

目录

第九章

向量代数与空间解析几何

空间解析几何是用代数的方法研究空间图形的一门数学分支，它在其他学科特别是工程技术上的应用比较广泛. 此外，在讨论多元函数微积分时，空间解析几何也能给多元函数提供直观的几何解释. 因此在学多元函数微积分之前，先介绍空间解析几何的知识.

向量代数在后继课程和工程技术中有着广泛的应用. 本章首先建立空间直角坐标系，然后引进向量及其代数运算，最后以向量为工具来研究空间解析几何.

第一节　空间直角坐标系与向量代数

一、空间直角坐标系

为了确定平面上任意一点的位置，我们曾经用了平面直角坐标系，现在为了确定空间一点的位置，就要引进空间直角坐标系. 过空间某一定点 O 作三条互相垂直的数轴，它们都以 O 为原点，并且通常取相同的长度单位. 这三条数轴分别称为 x 轴，y 轴和 z 轴. 一般规定，各轴正向要遵循右手法则，即以右手握住 z 轴，当右手的四个手指从 x 轴的正向以 $\frac{\pi}{2}$ 角度转向 y 轴的正向时，大拇指的指向是 z 轴的正向，如图 9-1 所示.

由任意两条坐标轴确定的平面称为坐标面. 由 x 轴和 y 轴、y 轴和 z 轴、z 轴和 x 轴所确定的坐标面分别叫做 xOy 面、yOz 面和 zOx 面. 这些坐标面把空间分成八个部分，每一部分称为一个卦限. 把含三个坐标轴正向的那个卦限称为第Ⅰ卦限. 然后逆着 z 轴正向看时，按逆时针顺序依次为Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ卦限，对于分别位于Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ下面的四个卦限，依次称为第Ⅴ，Ⅵ，Ⅶ，Ⅷ卦限，如图 9-2 所示.

设 M 为空间的一点，若过点 M 分别作垂直于三坐标轴的平面，与三坐标轴分别相交于 A,B,C 三点，且这三点在 x 轴，y 轴和 z 轴上的坐标依次为 x、y、z，

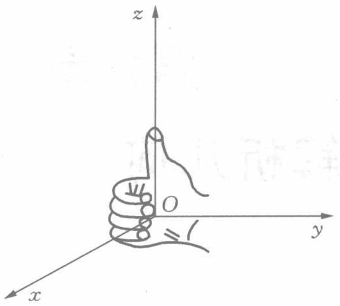


图 9-1

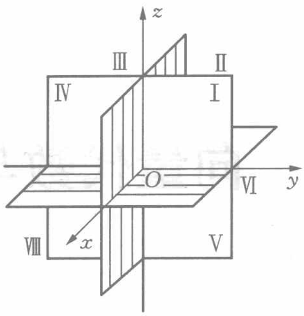


图 9-2

则点 M 惟一地确定了一组有序数组 x、y、z. 反之,设给定一组有序数组 x、y、z,且它们分别在 x 轴、y 轴和 z 轴上依次对应于点 A、B 和 C,若过点 A、B 和 C 分别作平面垂直于所在坐标轴,则这三张平面确定了惟一的交点 M. 这样,空间的点 M 就与一组有序数组 x、y、z 之间建立了一一对应关系. 有序数组 x、y、z 就称为点 M 的坐标,记为 $M(x,y,z)$,它们分别称为 x 坐标、y 坐标和 z 坐标,也可分别称为横坐标、纵坐标和竖坐标,如图 9-3 所示.

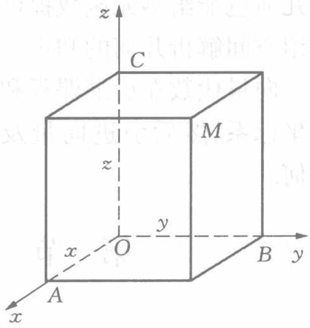


图 9-3

根据点的坐标的规定,可知原点 O 的坐标为(0,0,0),坐标轴上的点至少有两个坐标为 0,坐标面上的点至少有一个坐标为 0.

例如,$P(0,0,c)$在 z 轴上,点 $Q(a,b,0)$在 xOy 坐标面上,而点 $R(a,0,c)$在 zOx 坐标面上.

二、向量的基本概念及线性运算

1. 向量的基本概念

在物理学中,我们已经遇到过既有大小又有方向的量,如力、位移、速度、加速度等. 这些量称为向量,或称为矢量. 一般地,用黑体小写字母表示向量,如 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ 等,有时为了书写方便也用 $\vec{a}$,$\vec{b}$,$\vec{c}$ 等表示向量. 几何上,也常用有向线段来表示向量,起点为 A、终点为 B 的向量记为 $\overrightarrow{AB}$,如图 9-4 所示.

向量的大小称为向量的模. 一般用$|\boldsymbol{a}|$,$|\boldsymbol{b}|$,$|\boldsymbol{c}|$,$|\overrightarrow{AB}|$等表示向量的模.

模等于 1 的向量称为单位向量.

模等于 0 的向量称为零向量,记作 $\boldsymbol{0}$. 规定零向量的方向为任意方向.

若两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向相同或相反，则称向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行，记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$. 由于零向量的方向可以是任意的，因此可以认为零向量与任何向量都平行.

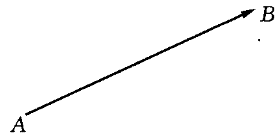


图 9－4

我们规定，两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不论起点是否相同，如果其方向相同模相等，则称它们是相等的. 记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 即经平行移动后，两向量完全相重合. 允许平行移动的向量称为自由向量，本书所讨论的向量均为自由向量. 因此两向量平行也称共线.

2. 向量的线性运算

向量的加法、数与向量的乘法统称为向量的线性运算.

我们在中学学习物理时已知道，两个不平行力的合力由平行四边形或三角形法则来确定. 向量的加法也是用同样的方法规定的.

(1) 加法. 将向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的起点放在一起，并以 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 为邻边作平行四边形，则从起点到对角顶点的向量称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和向量，记为 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，如图 9－5 所示. 这就是向量加法的平行四边形法则.

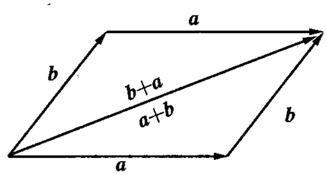


图 9－5

由图 9－5 可以看出，若以向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点作为向量 $\boldsymbol{b}$ 的起点，则由 $\boldsymbol{a}$ 的起点到 $\boldsymbol{b}$ 的终点的向量也是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和向量. 这是向量加法的三角形法则.

由向量加法的定义可知，向量的加法满足：

交换律　$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$

结合律　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

(2) 数与向量的乘法. 数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的乘积 $\lambda\boldsymbol{a}$ 是一个平行于 a 的向量，它的模是向量 $\boldsymbol{a}$ 的模的 $|\lambda|$ 倍，即 $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$.

并规定，当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同；当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相反；当 $\lambda=0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 为零向量.

容易验证，数乘向量满足：

结合律　$\mu(\lambda\boldsymbol{a})=(\mu\lambda)\boldsymbol{a}$

分配律　$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$，　$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$，其中 λ、μ 都是数量.

三、向量的坐标表示

向量的运算仅靠几何方法研究有些不便. 为此需将向量的运算代数化. 下面先介绍向量的坐标表示法.

在空间直角坐标系中，与 x 轴、y 轴、z 轴正向相同的单位向量称为基本单位向量，分别用 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 表示.

设向量 $\boldsymbol{a}$ 的起点在坐标原点 O，终点为 $P(x, y, z)$. 我们过 $\boldsymbol{a}$ 的终点 $P(x, y, z)$ 作三张平面分别垂直于三条坐标轴，设垂足依次为 A，B，C.

则向量 $\overrightarrow{OA}=x\boldsymbol{i}$，$\overrightarrow{OB}=y\boldsymbol{j}$，$\overrightarrow{OC}=z\boldsymbol{k}$.

由向量的加法法则，如图 9-6 所示得

$$\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

我们称 $\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$ 为向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标表示式，记作

$$\boldsymbol{a}=\{x,y,z\}$$

其中 x、y、z 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标.

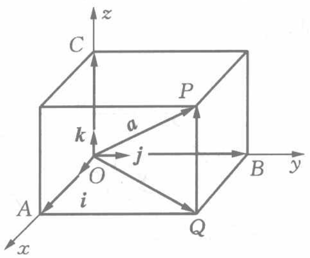


图 9-6

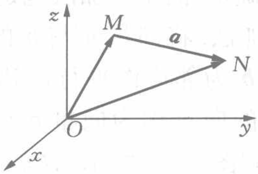


图 9-7

例 1　已知 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{MN}$ 是以 $M(x_1,y_1,z_1)$ 为起点，$N(x_2,y_2,z_2)$ 为终点的向量，如图 9-7 所示，求向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标表示式.

解

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}&=\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}\\&=(x_2\boldsymbol{i}+y_2\boldsymbol{j}+z_2\boldsymbol{k})-(x_1\boldsymbol{i}+y_1\boldsymbol{j}+z_1\boldsymbol{k})\\&=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}\end{aligned}$$

即

$$\boldsymbol{a}=\{x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1\}$$

由此可见，起点不在坐标原点的向量的坐标，恰好等于向量相应的终点坐标与起点坐标之差.

例 2　已知向量 $\boldsymbol{a}=a_1\boldsymbol{i}+a_2\boldsymbol{j}+a_3\boldsymbol{k}$，求 $\boldsymbol{a}$ 的模.

解　任给一向量 $\boldsymbol{a}=a_1\boldsymbol{i}+a_2\boldsymbol{j}+a_3\boldsymbol{k}$，都可将其视为以原点 O 为起点，$P(a_1, a_2,a_3)$ 为终点的向量 $\overrightarrow{OP}$，如图 9-6. 由此图不难看出

$$|\overrightarrow{OP}|^2=|\overrightarrow{OA}|^2+|\overrightarrow{OB}|^2+|\overrightarrow{OC}|^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2$$

即

$$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$$

例 3　求空间两点 $M(x_1,y_1,z_1)$ 和 $N(x_2,y_2,z_2)$ 间的距离 d.

解　由空间两点 $M(x_1,y_1,z_1)$ 和 $N(x_2,y_2,z_2)$ 组成向量 $\overrightarrow{MN}$，该两点间的