

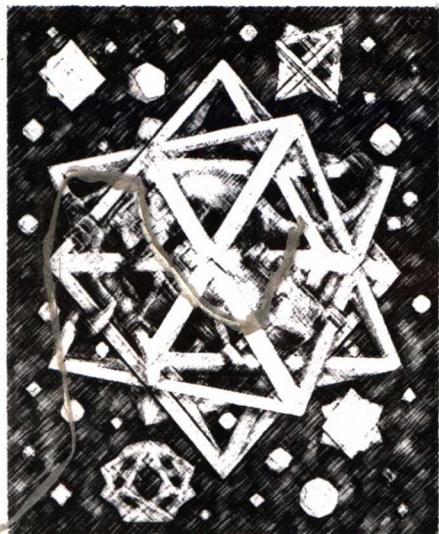


新世纪高等院校数学教育课程系列教材

总主编 李永新

中学数学教育学概论

本册主编 曾 峥 李 劲



ZHONGXUE SHUXUE
JIAOYUXUE GAILUN

 郑州大学出版社



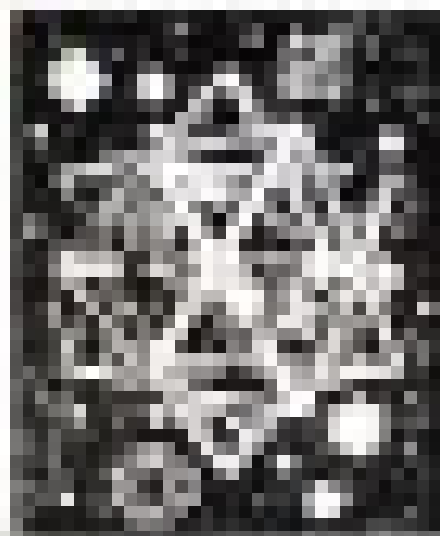
教育部審定 高級中學數學課程標準

修業年限

三年級

中學數學教育學概論

編著者 廖世承 著 廖世承



教育部審定 高級中學數學課程標準
修業年限 三年級

中華書局出版

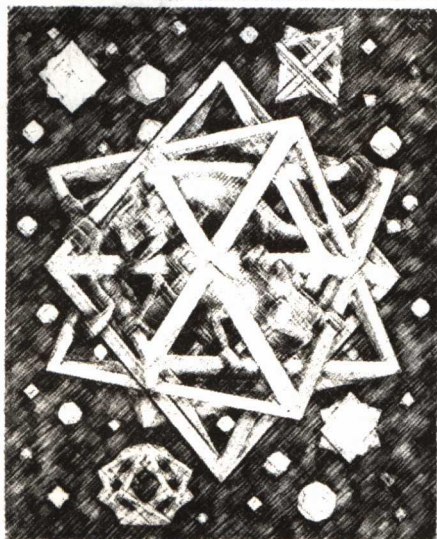


新世纪高等院校数学教育课程系列教材

总主编 李永新

中学数学教育学概论

本册主编 曾 峥 李 劲



ZHONGXUE SHUXUE

JIAOYUXUE GAILUN

郑州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学数学教育学概论/曾峥,李劲主编. —郑州:郑州
大学出版社,2007.9

(新世纪高等院校数学教育课程系列教材)

ISBN 978-7-81106-588-6

I. 中… II. ①曾…②李… III. 数学教学-教学研究-中学-
高等学校-教材 IV. G633.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 131125 号

郑州大学出版社出版发行

郑州市大学路 40 号

出版人:邓世平

全国新华书店经销

新乡市凤泉印务有限公司印制

开本:710 mm × 1 010 mm

印张:18.25

字数:337 千字

版次:2007 年 9 月第 1 版

邮政编码:450052

发行部电话:0371-66966070

1/16

印次:2007 年 9 月第 1 次印刷

书号:ISBN 978-7-81106-588-6

定价:28.00 元

本书如有印装质量问题,请向本社调换

新世纪高等院校数学教育课程系列教材编委会

主 任 李永新

编 委 许梦日 闫淑芳 李 劲

李 莉 李永杰 陈书勤

张世琴 宋福庆 侯亚林

席高文 曾 峥

本书作者

主 编 曾 峥 李 劲

副主编 陈书勤 侯亚林

编 委 李 劲 侯亚林 李永新

陈书勤 曾 峥

序 言

作为世界上最大的发展中国家,在科教兴国战略方针的指引下,我国业已面临要加速发展基础数学教育的历史任务。这就迫切需要培育百万计的高素质中学数学教师队伍。此种形势下近年来国内已陆续出版了多种版本的数学教育学及教学法类著作和教材。新近最有影响的当是张奠宙、宋乃庆二位专家主编的《数学教育概论》及其后续诸教程。我很高兴看到那是一部集思广益、众志成城的作品,曾为该书写过序。

现今邀我作序的这套数学教育课程系列教材,由李永新、曾峥二位教授负责总体设计和编写,共三册,分别命名为《中学数学教育学概论》、《中学代数研究与教学》、《中学几何研究与教学》,同样也是一套通过集思广益、分工合作完成的著作。由于撰稿人大都是从事数学教育研究与教学多年的一线在职教师,他们既有教学实践经验,又充分理解新数学课程标准的理念与要求,从中不难看出这套教材有两个突出特点:一是兼顾继承与创新两个方面,既注重精选保留传统内容,又充分溶入了许多普遍认可的专题内容;二是十分注意借鉴吸收当代数学教育学理论研究的新成果与实践探索的新经验。

据我所见,大凡任何著作、教材的作者或编者,都期望书籍出版之后能有一次或多次再版的机会,以便对原著作进一步的修订和补充。我想这套适用于高等院校数学教师教育方向相关专业的教材也不例外。教材面世之后,诚挚希望广大读者与使用者多提意见、建议,以期再版中进一步改进、完善和提高。

徐利治

2007年6月12日于广州寓所

内容提要

本书是数学教育课程系列教材的第一分册,全书包括绪论和正文八章,是关于数学教育基本理论与实践的研究概论。绪论首先综述了数学教育学的学科任务与特点、研究内容与方法、学习目的与意义。第一章介绍了中学数学课程标准的设计理念、课程目标与内容;第二章在回顾数学教育改革发展历程的基础上,就现代数学教育的文化价值观和主要的数学教育理论作了介绍;第三、四、五章分别就中学数学学习、逻辑基础与思维规律、课程实施原则与方法等方面进行了专题介绍;第六、七章重点就日常教学工作和基本教学技能方面的实践问题作了探讨;最后第八章分别就中学数学教师的基本素质、数学教育研究的过程与方法,以及数学教育论文的撰写问题进行了研究。

本书的设计定位是高等院校数学教师教育方向相关专业本科数学教育课程的教学用书,也可作为中学数学教师继续教育以及相关教研人员的教研参考用书。

前 言

中学数学教育学概论、中学代数研究与教学、中学几何研究与教学是高等院校数学教师教育方向相关专业必修的专业基础课程,其研究对象为中学数学教育教学,直接担负着向学生传授数学教育教学理论、训练专业技能和培养数学教育研究能力的任务。

改革开放以来,我国教育事业和经济、科技、文化一样有了举世瞩目的长足发展,教育体制、观念、思想、内容、模式等都发生了巨大而深刻的变革。特别是基础教育中新的国家数学课程标准的全面实施,要求数学教师教育相关专业的课程改革必须与基础教育改革相适应。对此,教育行政部门和数学教育专家高度重视,积极行动。高等教育出版社2005年版的数学教育系列教材就是适应这一改革的重要成果。但以初中数学教育师资为主要培养目标的高等院校仍一直为缺少可用、适用的数学教育系列教材所困扰,成为现阶段影响本专业教育质量水平的关键制约因素。

郑州大学出版社谋师生所盼,行现实需求,组织工作在全国六省十多所高等院校教学一线的老教师们精心编著的这套面向高等院校数学教师教育相关专业的数学教育系列教材,在结构体系和内容编排上多有创新,既注意保留采纳已有同类教材的成功经典范例,又注意吸收借鉴国内外中学数学教育教学研究的最新优秀成果。在精简、调整、提高的基础上,新增了一系列大家倍感必要的新内容,力图反映目前中学数学教育教学的各个侧面,密切联系我国基础教育数学课程改革发展的实际需要,着眼新世纪高素质中学数学教师的培养。三册教材的命名注意体现继承与创新的规划理念。《中学数学教育学概论》分册既注重数学教育教学理论的系统阐述,又紧密结合新数学课程标准的理念要求,数学教师素质和技能方面的内容占有很大比重。《中学代数研究与教学》、《中学几何研究与教学》两分册在系统研究初等数学内容、体系、方法的同时,增加了统计与概率、投影与视图、向量法、典型解题方法和应用举例等内容,最后按新课程标准要求就初中阶段各部分内容的教学分析与设计问题作了专题研究。整套教材定位明确、选材讲究、内容丰富、结构严谨、叙述通俗简明,具有较强的科学性、理论性、实用性和可操作性,较好地反映了数学教育研究的最新成果和新世纪中学数学教育教学改革发展的需要。

全套教材由李永新、曾峥负责总体设计并拟定编写纲目,经各位编委反复讨论后分工编写。全部内容经总主编汇总、取舍、修改、统编后,再由各分册主编审核定稿。本册《中学数学教育学概论》的具体编写分工为:河西学院李劲——绪论、第一章、第二章;黄淮学院侯亚林——第三章;平顶山学院李永新——第四章、第七章;周口师范学院陈书勤——第六章;韶关学院曾峥——第五章、第八章。

本套教材在编写出版过程中得到了河南省教育厅高教处、郑州大学出版社、全国高师数学教育研究会以及各编委所在院校的大力支持。先后请教并得到过徐利治、王林全、章士藻、齐建华、武锡环等先生的指导和具体帮助,徐利治先生不顾年高亲自阅稿作序,在此深表谢意。另外,我们在编写过程中,还学习、参阅、引用了许多优秀数学教育研究文献资料,在此,对相关文献资料的作者也一并表示由衷的感谢。

由于编者水平有限,加之有些观点可能尚处于探讨之中,缺点、不足在所难免,敬请专家、读者指正,以便作进一步修订完善。

编者

2007年6月于郑州

目 录

绪论	1
思考与练习题	16
第一章 中学数学课程标准	17
第一节 中学数学课程设计与改革简述	17
第二节 中学数学课程标准的基本理念	27
第三节 中学数学课程目标	33
第四节 中学数学课程内容	47
思考与练习题一	64
第二章 中学数学教育的改革与发展	66
第一节 数学教育现代化进程回顾	66
第二节 现代数学教育的文化价值观	82
第三节 主要数学教育理论概述	97
第四节 数学史与数学教育	114
思考与练习题二	121
第三章 中学数学学习概论	123
第一节 数学学习的基本认识	123
第二节 数学学习的基本心理分析	127
第三节 影响数学学习的外部因素分析	131
第四节 中学数学学法指导	134
思考与练习题三	142
第四章 中学数学逻辑思维能力	143
第一节 数学概念与命题	143
第二节 数学推理与证明	153
第三节 数学思维品质与能力	161
第四节 数学逻辑思维的基本规律	169
思考与练习题四	172
第五章 中学数学课程实施的基本原则与方法	174
第一节 中学数学教学的基本原则	174

第二节	中学数学教学模式与方法·····	178
第三节	中学数学考试命题与教学评价·····	184
第四节	数学优秀生培养与后进生转化·····	190
思考与练习题五	·····	192
第六章	中学数学教学工作 ·····	193
第一节	备课与说课·····	193
第二节	课堂教学·····	199
第三节	课外工作·····	203
第四节	教学研究·····	206
第五节	数学教育实习·····	209
思考与练习题六	·····	213
第七章	中学数学教学基本技能 ·····	220
第一节	导入技能·····	220
第二节	讲解技能·····	225
第三节	教学组织技能·····	240
第四节	板书板画技能·····	245
第五节	结束技能·····	251
思考与练习题七	·····	254
第八章	数学教育研究 ·····	259
第一节	中学数学教师的基本素质·····	259
第二节	数学教育研究的选题·····	261
第三节	数学教育研究的实施·····	265
第四节	数学教育论文的撰写·····	270
思考与练习题八	·····	279

绪 论

我国著名科学家钱学森指出:“教育科学中最难的问题,也是最核心的问题是教育科学的基础理论,即人的知识和应用知识的智力是怎样获得的,有什么规律。解决了这个核心问题,教育科学和教育工作的其他部门都有了基础,有了依据。”

数学教育学是研究数学教育特有规律的一门科学,是数学教师必须学习和掌握的一门专业知识。要让学生理解和掌握教材中学术形态的数学,就必须把教学内容经过数学教育理论的加工和数学教学方法的改造,通过教学过程变为教育形态的数学,培养和提高学生对数学的感悟能力,使教学方法更加鲜活、教学效果更加显著。中学数学教育学是整个数学教育科学中比较成熟的一个子系统。因此,中学数学教育学已经成为高等院校数学教育专业的必修课程。该课程的研究对象为中学数学教育,其任务是为培养合格的基础教育数学教师服务。通过本课程的学习,强化数学教育专业意识、提高数学教育理论水平、训练数学教育专业技能、培养数学教育研究能力。下面就本课程的学科特点、研究内容与方法、学习本课程的重要意义等作概括介绍。

一、数学教育是一门科学

数学是研究空间形式和数量关系的科学,是刻画自然规律和社会规律的科学语言和有效工具,数学也是一种文化体系。数学科学是自然科学、技术科学等科学的基础,并在经济、社会、人文等科学的发展中发挥越来越大的作用。数学的应用越来越广泛,正在不断地渗透到社会生活的方方面面,随着信息时代的到来,数学也呈现出实验科学的特征,它与计算机技术的结合在许多方面直接为社会创造价值,推动着社会生产力的发展。数学在形成人类理性思维和促进个人智力发展的过程中发挥着独特的、不可替代的作用。数学是人类文化的重要组成部分,数学素质是现代社会公民所必须具备的一种基本素质。

教育学是研究人类教育现象和问题、揭示一般教育规律的科学。教育学的任务就是要探讨、揭示一般教育规律,阐明各种教育问题,建立教育科学理论体系,指导教育实践。

数学教育学是研究数学教育现象、揭示数学教育规律的一门科学。数学教育作为教育的重要组成部分,在促进人们形成正确的数学观和世界观方面,在发展和完善人的教育活动中,在推动社会进步和发展的进程中起着重要的作用。在现代社会中,数学教育是公民进一步深造的基础,又是终身教育的重要方面,

是终身发展的需要。数学教育在学校教育中占有特殊的地位,它不仅使学生掌握数学的基础知识、基本技能、基本思想,也使学生表达清晰、思考有条理,具有实事求是的态度、锲而不舍的精神,学会用数学的思考方式解决问题、认识世界。

数学教育鲜明的学科特点主要反映在以下几个方面:

1. 数学教育是一门正处于发展中的新兴科学

数学教育学的产生,既是数学教育理论发展的必然结果,也是数学教育实践的产物。随着数学教育改革的深入发展,人们对数学教学的成效倍加关注,数学教学改革被作为提高数学教育质量的重要手段而提升到了一个新的高度,广大数学教学工作者越来越迫切地需要了解和掌握有关能够帮助他们切合实际地解决数学教学问题的理论。数学教育学理论体系的日益完善和比较丰富的实验成果,对数学教学活动发挥着不容忽视的指导作用。正是在这种理论与实践的双重力量的推动之下,数学教育学开始发展成为学科教育学中的重要分支学科之一。数学教育学揭示的是数学教育教学的基本原理、特有规律,而不是仅仅停留在若干教育学、心理学一般规律上的教育学、心理学加数学例子的组合。

我国在19世纪末就开始学科教育研究,近半个世纪以来得到了迅速发展。我国最早的数学教育理论学科叫做“数学教授法”。在清末,京师大学堂里开始设有“算学教授法”课程。1897年,清代天津海关道盛宣怀创办南洋公学,内设师范院,也开“教授法”课。之后,一些师范院校便相继开设了各科教授法。20世纪20年代前后,任职于南京高等师范学校的陶行知(1891~1946)先生,提出改“教授法”为“教学法”的思想逐渐深入人心,得到社会的承认。随之“数学教学法”名称产生并一直延续到20世纪50年代末。无论是“数学教授法”还是“数学教学法”,在当时实际上只是讲授各学科通用的一般教学法。20世纪30年代至40年代,我国曾陆续出版了几本关于数学教学法的书,如1949年1月商务印书馆出版了刘开达编著的《中学数学教学法》。这些书多半是对前人或外国关于数学教学法研究所得,再根据自己教学实践进行修改、补充和总结的经验,数学教育理论并未成熟。

中华人民共和国成立以后,在20世纪50年代,我国的中学数学教学法课程,用的是由苏联伯拉基斯的《数学教学法》翻译的教材,其内容主要介绍中学数学教学大纲的内容和体系,以及中学数学中主要课题的教学法,主要解决“教什么”和“怎么教”的问题。这些内容虽然仍停留在经验上,但比以往只学一般的教学方法有所进步,毕竟变成了专门的中学数学教学方法。在20世纪70年代,随着国外已把数学教育作为单独的科学研究的发展情况,我国的《数学教学法》或《数学教材教法》成为高师院校数学系(科)体现师范特色的一门专业基础课。从20世纪80年代起,我国派团参加了此后各届国际数学教育大会(IC-

ME),我国的数学教学论不仅与国际数学教育共同发展,而且无论在数学教学活动还是数学教育理论研究方面都有了自己的特色。在数学教学法的基础上,开始出现数学教学的新理论。由北京师范大学等全国13所高等师范院校合作编写、人民教育出版社出版的一套《中学数学教材教法》(《总论》1980年9月出版,《分论》1981年12月出版),作为高等师范院校的数学教育理论学科的教材,是我国在数学教学论建设方面的重要标志。1982年4月,中国教育学会数学教学研究会成立,在成立大会和首届年会上提出了“建立数学教育学,形成数学教育这一专门的学科”的奋斗目标。国务院学位委员会公布的高等学校“专业目录”中,在“教育学”这个门类下设“教材教法研究”(后改为“学科教学论”)一科,使学科教育研究的学术地位得到确认。20世纪80年代中期,数学教育学研究在我国广泛兴起,不少高等师范院校成立了专门的研究机构,对这一课题开展了跨学科的研究。1985年,苏联著名数学教育学家A. A. 斯托利亚尔于20世纪70年代后期所著的《数学教育学》一书中译本(丁尔升翻译)由人民教育出版社出版发行,同年,还由辽宁科学技术出版社出版了王鸿钧、王玉阁编著的《数学教育学》。1985年12月,全国高等师范学校数学教育研究会成立,把建立具有中国特色的数学教育学作为首要任务,全面推进了数学教育学的研究工作。1987年,在昆明举行的全国高等师范院校数学教育研究会学术年会上,以创建具有中国特色的数学教育学为中心议题。1989年,由江苏教育出版社出版了曹才翰、蔡金法编著的《数学教育学概论》。到20世纪90年代,在全国举行了不同层次的具有相当规模和影响的数学教育学学术研讨会,取得了不少的研究成果。我国的数学教育学研究在已构筑的框架基础上不断深入和拓展。1990年,北京师范大学曹才翰教授编著的《中学数学教学概论》问世,标志着我国数学教育理论学科已由数学教学法演变为数学教学论,由经验实用型转为理论应用型;北京大学出版社出版了由邓东皋等编的《数学与文化》,精选了国内外一批著名的数学家以及研究数学的哲学家的文章,从各个侧面说明数学在整个文化中的地位;江苏教育出版社出版了张乃达著的《数学思维教育学》,论述了数学思维教育的一系列问题及其规律。1991年,由华东师范大学张奠宙教授等编著的《数学教育学》出版,把中国数学教育置于世界数学教育的研究之中,结合中国实际对数学教育领域内的许多问题提出了新的看法,对数学教育工作者涉及的若干专题加以分析和评论,这是数学教育学研究的一个突破。1992年,《数学教育学报》创刊,由中国教育学会和天津师范大学主办,该杂志现已成为中国联合国教科文组织指导刊物,我国数学类核心刊物,对数学教育理论与实践探索发挥了重要作用。1995年,华东师范大学出版社出版了陈昌平教授主编的《数学教育比较与研究》。1998年,教育科学出版社出版了由鲁正火等编著的《数学

教育研究概论》等。可以说20世纪90年代我国的数学教育学研究形成了一个高潮,数学教学实践活动和数学教育学理论的结合产生了丰硕的成果。

进入21世纪后,我国在国内外数学教育领域的学术交流进一步扩大,涌现了一批优秀的科研成果,多家出版社出版了几批“数学教育丛书”,一大批数学教育学著作问世。如张楚廷编著的《数学文化》(高等教育出版社,2000年7月);周春荔,张景斌编著的《数学学科教育学》(首都师范大学出版社,2000年12月);郑毓信等编著的《数学文化学》(四川教育出版社,2001年1月);马忠林等编著的《数学教育史》(广西教育出版社,2001年4月);郑毓信编著的《数学教育哲学》(四川教育出版社,2001年9月);徐斌艳编著的《数学教育展望》(华东师范大学出版社,2001年11月);李永新等编著的《中学数学教材教法》(东北师范大学出版社,2002年6月第3版);翁凯庆等编著的《数学教育学教程》(四川大学出版社,2002年8月);罗增儒等编著的《数学教学论》(陕西师范大学出版社,2003年1月);张奠宙等编著的《数学教育学导论》(高等教育出版社,2003年4月);徐斌艳主编的《数学课程与教学论》(浙江教育出版社,2003年9月);涂荣豹编著的《数学教学认识论》(南京师范大学出版社,2003年12月);陆书环等编著的《数学教学论》(科学出版社,2004年3月);黄翔编著的《数学教育的价值》(高等教育出版社,2004年8月);张奠宙等编著的《数学教育概论》(高等教育出版社,2004年10月);张维忠等编著的《文化传统与数学教育现代化》(北京大学出版社,2006年4月)等等。数学教育领域的学术著作,其研究内容涉及“数学教学理论”、“数学学习理论”、“数学思维”、“数学教育心理”、“数学方法论”、“数学课程与数学教育评价”、“数学哲学”、“数学文化”、“数学美学”、“数学教育比较研究”、“数学史”、“数学教育史”、“数学教育技术”等许多领域,已远远超过以前数学教育学教材和专著所包含的知识领域。不但要解决“教什么”和“怎么教”的问题,还要解决“教给谁”、“为什么教”、“学什么”、“怎么学”、“为什么要这样教与学”、“教得怎样”、“学得怎样”等等问题。同时,我国还加紧数学教育学专业人才的培养,国内许多大学已增设教育硕士(学科教学:数学),课程与教学论(数学)硕士、博士学位授权点,培养出了一批年轻的数学教育工作者和研究人员。

社会的不断发展,对数学教育提出新的要求、新的课题,数学教育理念和数学课程目标不断更新,教学方法也在不断改进。当前,我国正进行新一轮基础教育课程改革,教育部已经制定并颁行了《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(2001年7月北京师范大学出版社出版)和《普通高中数学课程标准(实验稿)》(2003年4月人民教育出版社出版),数学教育的目标是进行公民的素质教育,培养新世纪的全面素质的人才,以适应社会发展、国际竞争和经济全球化、

信息化的新形势的需要。数学教育比较研究也有很多新成果,基础教育数学教学内容正面临一个根本性的变革。符合我国国情,在文化和国际视野下的数学教育学理论体系正处于创立和发展阶段,数学教育自身的规律决定了它必须具有与时俱进的发展性和创新性。无疑这也是数学教育工作者的重要研究课题。

随着素质教育的不断深入,对新世纪的中学数学教师从专业素养、教学理论、能力水平等诸方面都提出了更高的要求。因此,高校数学教师教育的改革也必须适应这一发展趋势,积极投身于全国乃至世界数学教育的改革与发展之中,及时地更新课程教学内容,才能更好地体现高等师范院校数学教育的先进性和带头作用。数学教育学是一门不断发展的新学科,它的内容、体系的成熟,需要数学教学与数学研究工作者的共同努力。

在国外,最早提出把数学教育从教育过程中分离出来,并作为一门独立的科学加以研究的是瑞士教育家裴斯泰洛齐(J. H. Pestalozzi, 1746 ~ 1827),他于1803年发表的《关于数的直觉理论》一书中,第一次提出了“数学教学法”这一名称。这就是独立研究数学教育理论的发端。1952年,法国出版了Fouche著的《数学教育学》,“数学教育学”这个名称产生。20世纪70年代后期,苏联出版了著名数学教育学家A. A. 斯托利亚尔所著的《数学教育学》。随着数学教育的不断发展,国外的数学教育教学研究比较深入,其理论也比较系统。如弗赖登塔尔的“数学现实论”、“数学再创造论”、“数学形式化原则”;波利亚的“合情推理”学说及其解题理论等等,都具有浓厚的数学品味和理论价值。我们将在第二章中作比较系统的介绍。

根据1908年4月在罗马召开的第四届国际数学家大会决议,同年成立了国际数学教育的重要机构——国际数学教育委员会(ICMI)。德国著名数学家、数学教育家克莱因(Felix Klein, 1849 ~ 1925)任该委员会主席直至去世。该委员会创办的机关刊物是《数学教育国际评论》,还于1968年创办了一份国际性的数学教育杂志——《数学教育研究》。该委员会赞助、支持各有关数学教育的国际会议及出版刊物,从1969年起组织召开每四年一届的国际数学教育大会(ICME)。国际数学教育委员会在团结各国数学家和数学教育工作者、协调有关数学教育的组织、交流成果、研讨数学教育的改革、促进数学教育的发展中起着积极而重要的作用。1969年8月,在法国里昂举行的第二次世界大战后第一届国际数学教育大会的第一个决议中指出:“数学教育越来越变成具有自己的课题、方法和实验的独立学科。”

数学教育伴随着数学的产生而产生,也伴随着数学的发展而发展。在世界各文明古国的早期教育中就都包含了一定程度的数学教育。但是,具有学科特征的数学教育研究仅有一个世纪左右的历程,因此,数学教育的理论并不像数学