

通用結構學

(第一部)

謝元裕 編著

文 笙 書 局 印 行

通用結構學

(第一部)

謝元裕



文 笙 書 局 印 行

版權所有

翻印必究

通用結構學(第一部)

中華民國 74 年 6 月初版

著 作 者：謝 元 裕

發 行 人：黃 清 笙

出 版 者：文 笙 書 局

地 址：台北市重慶南路一段六九號

電 話：3814280

郵政劃撥：0100165-8

登 記 證：行政院新聞局版台業字第 1263 號

定 價：250 元

序

本書為大專通用之結構學教科書，故定名為「通用結構學」。全書析為二部：第一部份約占 $3/5$ ，屬於普通結構學教材，應為大專土木水利建築等系所必修；第二部份約占 $2/5$ ，屬於加強之材料，是土木水利主修結構之學生所應讀，而為大專有關科系學生之參考。

第一部份大體依照拙著結構基本理論編述，第二部份大多採自拙著結構學新編，融滙而成一書。然十餘年來，結構學重點已有變化，故除對兩書去蕪存菁外，亦多修訂，俾更適於今日之教學。至於原有明白曉暢之特點，則一仍舊貫。

本書所用度量衡制，不拘於一種，英制、米制，以及國際制，分別穿插於例題與習題中。英制雖應淘汰，然工業先進之美國，尚無決心作全面之更張，故本書仍予保留。

夫出版教科書，非細事也，作者必須先有一段作育後學之「誠」，始能下筆編述以「謹」。本書之編，固處處皆為初學困難着想，不敢草率從事；而文笙書局經理陳昇一兄特別重視土木建築教材之搜集，不遺在遠，有足多者。

一九八四夏 謝 元 裕 時客加州蒙德瑞園

目 錄

通用結構學第一部

第一章 緒論	1
1-1 土木結構	1
1-2 結構學定義	2
1-3 結構學分類	4
1-4 實際結構與理想結構	5
1-5 本書範圍	7
第二章 結構之穩定與可定	9
2-1 引言	9
2-2 共面力系之平衡方程	10
2-3 支承反力	12
2-4 結構斷面之內力	15
2-5 構造上的條件方程	17
2-6 論結構視為整個剛體時，其支承的穩定與可定	17
2-7 結構的全般穩定與可定	21
第三章 靜定梁	33
3-1 引言	33
3-2 靜定梁之分析	34
3-3 載重，剪力與彎矩間之關係	43
3-4 數值例題	46
第四章 靜定桁架	51
4-1 引言	51
4-2 桁架分析的基本方法	53
4-3 靜定桁架之通解	59
4-4 橋架與屋架述略	62

第五章 靜定剛架與合成結構	72
5-1 引言	72
5-2 靜定剛架之分析	72
5-3 靜定合成結構之分析	78
第六章 靜定結構之影響線	85
6-1 引言	85
6-2 影響線之應用	88
6-3 靜定梁影響線舉例	90
6-4 靜定橋桁架的影響線	97
6-5 集中載重系與影響線	102
第七章 結構之彈性變形	117
7-1 引言	117
7-2 彈性線之曲率	118
7-3 外功和內功	121
7-4 虛功法(單位載重法)	124
7-5 卡氏定理	139
7-6 共軛梁法	147
第八章 諧合變位法分析靜不定結構	159
8-1 引言	159
8-2 諧合變位法分析靜不定梁	162
8-3 諧合變位法分析靜不定剛架	170
8-4 諧合變位法分析靜不定桁架	172
第九章 最小功法分析靜不定結構	183
9-1 引言	183
9-2 最小功法分析靜不定梁	184
9-3 最小功法分析靜不定剛架	191
9-4 最小功法分析靜不定桁架	193
9-5 最小功法分析靜不定合成結構	197
第十章 靜不定結構之影響線	103
10-1 馬克斯威撓度互易定理	103

10 - 2	變位結構構成影響線——慕拉·勃萊斯勞法則·····	205
10 - 3	靜不定結構影響線之描法·····	207
10 - 4	數值例題·····	210
10 - 5	諧合變位法求靜不定結構影響線·····	217
第十一章	斜坡撓度法分析靜不定梁及剛架·····	223
11 - 1	引言·····	223
11 - 2	斜坡撓度基本式·····	223
11 - 3	斜坡撓度法之分析步驟·····	229
11 - 4	斜坡撓度法分析靜不定梁·····	233
11 - 5	斜坡撓度法分析結點不移動之靜不定剛架·····	238
11 - 6	斜坡撓度法分析結點一度自由移動之靜不定剛架·····	241
11 - 7	斜坡撓度法分析結點二度自由移動之靜不定剛架·····	247
11 - 8	斜坡撓度法分析結點多度自由移動之靜不定剛架·····	254
第十二章	力矩分配法·····	261
12 - 1	引言·····	261
12 - 2	力矩之分配與傳遞·····	264
12 - 3	力矩分配法分析結點不移動之梁與剛架：一個轉動結點 ·····	267
12 - 4	力矩分配法分析結點不移動之梁與剛架：兩個或兩個以上 轉動結點·····	272
12 - 5	修改勁度·····	276
12 - 6	力矩分配法分析結點有移動之剛架：結點一度自由移動 ·····	281
12 - 7	力矩分配法分析結點有移動之剛架：結點二度自由移動 ·····	286
12 - 8	力矩分配法分析結點有移動之剛架：結點多度自由移動 ·····	294
12 - 9	力矩分配法求影響線·····	296
第十三章	結構矩陣法：力法·····	303
13 - 1	引言·····	303

13 - 2	結構之基本觀念	303
13 - 3	平衡；力變換矩陣	307
13 - 4	諧合	308
13 - 5	內在力與變位之關係；柔度係數與柔度矩陣	308
13 - 6	外在力與變位之關係；結構柔度矩陣	311
13 - 7	矩陣力法分析靜定結構	315
13 - 8	矩陣力法分析靜不定結構	320
第十四章	結構矩陣法：變位法	337
14 - 1	引言	337
14 - 2	諧合；變位變換矩陣	337
14 - 3	內在力與變位之關係；勁度係數與勁度矩陣	339
14 - 4	外在力與變位之關係；結構勁度矩陣	341
14 - 5	平衡	342
14 - 6	矩陣變位法分析結構	343
14 - 7	變位法之通式	353
14 - 8	矩陣力法與變位法之比較	358

通用結構學第二部

第十五章	直接勁度法：平面結構	7
15 - 1	引言	7
15 - 2	本位坐標下之元件勁度矩陣	8
15 - 3	坐標系之轉動轉換	11
15 - 4	共同坐標下之元件勁度矩陣	15
15 - 5	特例：桁桿之元件勁度矩陣	16
15 - 6	結構勁度矩陣	19
15 - 7	直接勁度法解構架之步驟	22
15 - 8	例則	23
第十六章	直接勁度法：空間結構	43
16 - 1	引言	43
16 - 2	符號	44

16 - 3	本位坐標下之元件勁度矩陣.....	45
16 - 4	坐標系之轉動轉換.....	49
16 - 5	共同坐標下之元件勁度矩陣.....	53
16 - 6	特例一：空間桁桿之勁度矩陣.....	56
16 - 7	特例二：格子結構之元件勁度矩陣.....	58
16 - 8	轉動矩陣之方向餘弦.....	60
16 - 9	構架分析之計算機程序.....	64
第十七章	非均勻截面桿之處理.....	69
17 - 1	引言.....	69
17 - 2	固端作用.....	70
17 - 3	梁元件之柔度矩陣.....	72
17 - 4	梁元件之勁度矩陣.....	74
17 - 5	其他力—變位之關係.....	77
17 - 6	斜坡撓度之通式.....	79
17 - 7	力矩分配之勁度與傳遞因素.....	81
17 - 8	由結點移動所產生之固端力矩.....	84
17 - 9	力矩分配修改勁度.....	85
17 - 10	數字解算.....	88
第十八章	構架之彈性穩定.....	97
18 - 1	引言.....	97
18 - 2	舉一個例.....	101
18 - 3	古典法解柱之屈挫：尤拉柱及其他.....	107
18 - 4	柱之屈挫綜合解.....	117
18 - 5	梁—柱元件之勁度矩陣.....	124
18 - 6	剛架之彈性穩定.....	130
18 - 7	數字例則.....	133
第十九章	結構動力學.....	149
19 - 1	引言.....	149
19 - 2	堆積質量與諧合質量.....	151
19 - 3	運動方程之建立.....	157

19 - 4	堆積質量一度自由系之無阻尼自由振動·····	158
19 - 5	堆積質量多度自由系之無阻尼自由振動·····	163
19 - 6	分佈質量多度自由系之無阻尼自由振動·····	170
19 - 7	有阻尼自由振動·····	175
19 - 8	強迫振動：穩定狀態解·····	180
19 - 9	正交坐標·····	183
19 - 10	動力反應：運動之不相聯屬方程·····	186
第二十章	有限元件法解彈性聯體·····	195
20 - 1	引言·····	195
20 - 2	有限元件法程序撮要·····	196
20 - 3	變位法應注意事項·····	200
20 - 4	元件勁度矩陣之建立·····	204
20 - 5	受板面力作用薄板之分析（用三角元件）·····	207
20 - 6	高次變位函數及改良元件·····	215
20 - 7	面積坐標·····	221
20 - 8	元件本位坐標之勁度矩陣與共同坐標之勁度矩陣·····	226
20 - 9	數學例則·····	232

第一章 緒論

1-1 土木結構

“結構”（*Structure*）一詞，具有多種意義，說到“工程結構”通常是指人爲的構造物與營建物而言。而“土木工程結構”一般包括房屋、橋樑、水壩、隧道、堤壩、塔架等等。如果按照它的形狀與受力方式的不同而分，可有：

(1)堆積型 例如堤壩、水壩大部份由土石材料堆積而成，靠重力作用，維持它的穩定。

(2)桁架型 橋樑屋架，許多是採用桁架組成，特點是所有桁架的構桿，都假定祇受到軸心力，即拉力或者壓力。

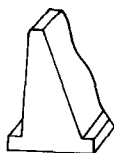
(3)剛架型 剛架屬於樑柱交叉組成，構成高樓大廈的骨格。

(4)拱壁型 拱壁利用擠壓而撐持，發明甚早，古希臘羅馬遺迹不少拱壁型的牌坊與橋洞，近世水壩亦常採用拱壁型。

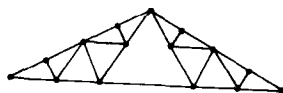
(5)吊索型 吊索與拱壁相反，是以張力維持，典型如金門大橋，以長跨見雄。

(6)板殼型 薄板薄殼可用於屋頂，因式樣可變化，而且經濟。

以上各型結構，參見圖 1 - 1 的示例，事實上很少屬於單純一種型態的結構。常常是各種類型單元的綜合。



壩



桁架

2 通用結構學

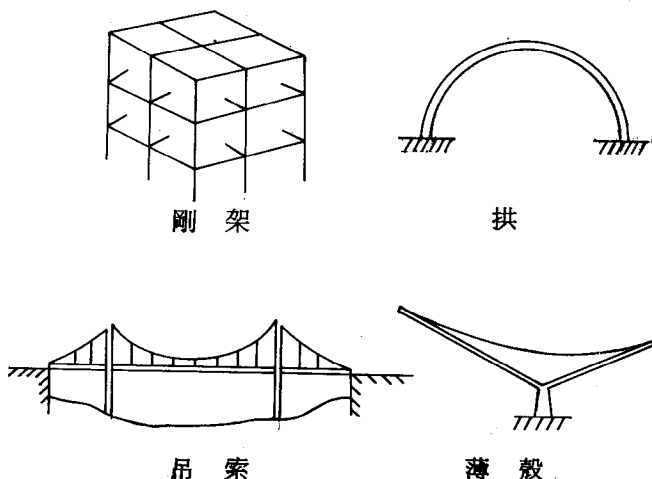


圖 1—1

結構的功能一方面在承擔重量及其他外來的作用，一方面在限制因此而產生的結構變形，使止於不可察覺的程度。亦即在加重與解重時能保持穩固，不起任何顯著的幾何變形。

結構設計所須考慮的事項很多，其中有幾個主要條件尤須注意：

- (1) 結構必須切適需要（適用）。
- (2) 結構必須安全承受荷載（安全）。
- (3) 結構材料、施工、及總成本，必須合乎經濟要求（經濟）。
- (4) 結構外表必須美好（美觀）。

結構學所要討論的在上述第二項結構負載的功能。

1-2 結構學定義

一套完整的結構設計，大約須經過以下幾個階段：

- (1) 結構的全般規劃：有關結構的全般規劃是在許多可行的方案中，選

用適當合宜的一種去實施。其中主要考慮，先要問結構為何要建造，其中包括結構型式的決定；材料的選擇；成本的估計；有時亦涉及結構位置的選定。此外關於結構美觀的要求，也須顧及。其他如法律上、財務上、社會、文化、以及環境衛生諸問題，亦常牽涉。由上述顯見本階段的設計工作須經驗豐富，且具備廣泛知識與想像力的工程師始足以擔任，是屬於較高階層的職責。

(2)結構載重的研判：結構分析之前，先需決定結構的載重。關於結構載重的一般情況，通常載明於規範或規則中，是多年研究與累積經驗的成果。但結構設計人員負有責任去符合規定，並考慮特殊的載重情況。

結構物本身及永久附著物重量之和，稱為靜重或呆重。靜重之大小與位置均為固定。在結構設計之前，結構物確實的重量未定，必須先估算一靜重，以進行分析。因此原先假設的數值，僅屬於嘗試性的，待設計完成後，核算靜重，如與估值相差過大，就需重新設計，或加以適當的調整。

靜重以外的所有載重，均稱為活重。活重一般可分為二類：即移動載重與活動載重。移動載重指的是載重在結構上可從此一位置，轉移到另一位置，而不起動力的衝擊。例如樓板上的人物，或屋頂上的冰雪。活動載重指載重是持續進行的，例如通行在橋上的車輛，作用於屋頂或牆面上的風力，以及橋墩上所受的水壓等。活動載重也可能突然作用在結構上，例如由車輛加速所產生的離心力或縱向力，以及由地震而產生的動力等。

通常為簡化設計，把活重作為靜力處理。由活重引起的衝擊力，作為靜力的一項增加數額。而地震力或風力普通作為水平力處理，其值相當於結構重量的百分之若干為計。

其餘可能的考慮，還包括熱效應、爆炸、基礎沉陷等特殊問題。

(3)應力分析 結構形式與載重決定後，即着手結構分析。結構

4 通用結構學

的功能為載重並將重量傳遞到支承（支承接於地基或其他建築上），載重與支承的反力構成作用在結構的外力系。再因結構受外力作用後，必然產生細微的變位。這力與變位為結構分析的主要對象。結構分析的目的在于求得結構各構件的內力，以及結構某些控制點的變位。當涉及活重時，必須分析構件中發生最大可能應力的情況。有關分析的重要原理，通常均在結構學中加以討論。

(4)構件的選定 土木結構除堆積型外，無非由樑、柱、軸力桿、板、殼、繩索、接頭等固體所組成。構件的尺寸、形狀、以及構件間結合等選材，決定於應力分析所得的數據，規範的規定與市場的供應等。通常探究構件尺寸大小的配置與比例，可採取試誤近似法，以達到經濟與實用的要求，而精通結構製造程序，以及材料力學，亦很重要。

(5)製圖與細節 結構各部份構件決定後，即可進入設計的最後階段，包括製作發包圖樣，細節設計、施工說明書，以及最後成本的計算等。這些都是工程進行前必須具備的事項。

以上五個階段，彼此關聯，是從大體去劃分，其中尚可細分或加調整，互相穿插，看事情發展而定，並非一成不變。結構學的主題在於應力分析，間或涉及載重問題，結構學着重原理，而非細部設計。

1-3 結構學分類

結構學可由不同觀點，加以分類，以便於研究。常見的劃分，有下列幾種情形。

(1)靜力與動力之分 一般結構通常是根據靜重來設計。呆重及雪壓均為靜載重，因為對結構不起動的效應。而活重如卡車及火車經過橋樑，也都假設為一系列靜載重，但這些載重對結構會產生衝力。為了簡化設計，此項動力效應通常折合成載重量的百分之幾，作為一項增加額處理。

相對於靜力載重為動力載重，所謂動力載重即載重的大小，方向，或

部位隨時間產生變化，而對此項動力效應加以研究的就是結構動力學。有關移動載重的加速效應、地震力、風暴，以及爆炸等都是結構動力的範圍。

(2)平面與空間之分 事實上結構並無平面的，但在樑、桁架或剛架等結構分析時，雖然結構本身並非二度空間，如其作用的力系視為共面的情形，問題可作平面來處理。此外有些結構如塔、穹窿、薄殼等，其不同平面構件的內力互相關連，以致分析上無法簡化成平面問題，這類結構乃為非平面力系的空間結構。

(3)線性與非線性之分 線性與非線性，通俗的講，也就是指彈性與塑性的問題，但範圍要廣泛些。所謂線性結構是假設結構載重與位移間呈現直線變化的關係，這必須結構材料是彈性的，在載重範圍內都符合虎克定律；同時結構在載重下所起的幾何變動極小，在分析時可依據結構原有的形狀去計算。但如結構材料超出彈性範圍，或者雖在彈性限內，但當載重到達某一程度，結構形狀開始顯著的變化（如柱受臨界壓力時），則稱為非線性。非線性結構的研究包括塑性結構以及結構屈挫等。

(4)靜力定與靜力不定之分 靜力定結構乃指結構內力可由靜力學去分析，獲得解答。假若結構內力不能單由靜力分析決定，而須補助變位方程始能解得，則稱為靜力不定結構。後者解算時不但與作用於結構的外力有關，而且受材料性質，構件斷面形狀等影響，因這些都是計算結構變位所需要的。

(5)力法與變位法之分 力與變位為發生於結構的兩類事件，也可說是一件事的兩面，互相關聯。結構分析的目的，在求定結構有關的力與變位，及兩者間的關係式。結構分析也可分成兩大類別，即力法與變位法。力法以力為基本未知量，變位法以變位為基本未知量。在線性結構用矩陣法解算時，力法常稱為柔度法，而變位法常稱為勁度法。

1-4 實際結構與理想結構

所有結構分析，都要根據某些假設去進行，自然和實際情況不相符合，也就是實際的結構，不可能和分析所根據的理想結構相一致。非但結構材料並不遵循所假設的性質，而結構實際尺寸，也和理論值不同。

現在舉一些簡單事例作說明，例如在結構分析上，均勻一致受均佈荷重的簡支樑可示如圖 1—2 (a)，樑以一條形心軸線為代表，彈性模數 E ，與斷面慣性矩 I ，通常設為常數。實際的樑如果是鋼筋混凝土製造，樑斷面與主要鋼筋示如圖 1—2 (b)，但置於樑內的鋼筋用量，常隨樑內受力不同而有所改變，所以整個樑跨的 E 與 I 值並非常數，而在選擇 E 與 I 為常數時，亦很難有把握。其他如樑的支承與樑的尺寸等，也會影響力的傳播，不是點與線所能代表。

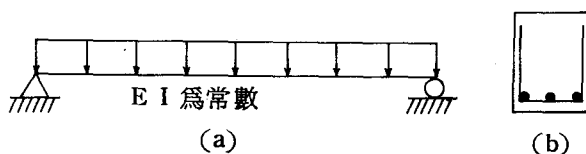


圖 1—2

又如剛架由樑與柱結合而成，分析時樑柱等亦用形心線代表，而所謂結點，也就是桿件形心線交會之點，如圖 1—3 (a) 所示。但實際的剛架以鋼結構為例，要達到相當充分的剛性，製造上或如圖 1—3 (b) 所示，顯然甚為複雜。

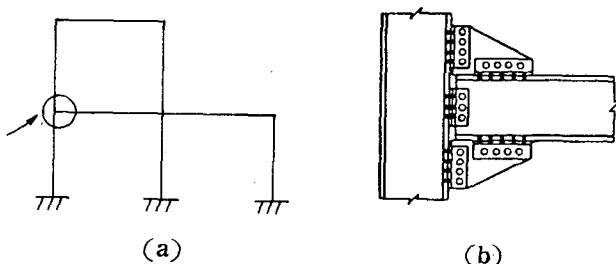


圖 1—3

從以上舉例可以認識實際結構的行態，與理想結構間有着相當程度的偏差，但不因此而使分析結果失去它的實用價值。因為我們有必要模擬一結構（簡單化、理想化）以供分析，否則將無從下手，復由分析與試用的經驗使模擬理想更接近於實際情況。

1-5 本書範圍

三種主要結構將在本書中細述，即：

- (1) 樑 (*Beam*)
- (2) 桁架 (*Truss*)
- (3) 剛架 (*Rigid frame*)

狹義的樑，指僅受垂直樑跨載重作用的一支直線構桿。主要受彎矩的作用。當力矩與剪力求得時，力的分析便告完成。

桁架由直桿相連而成，其結點假設為無摩擦的鉸或樞釘，並假設外力都集中作用於結點上。桁架中各桿僅受軸向力的作用，而為兩力構桿 (*Two-force member*)。

剛架之特點為構桿相連的結點全部或部份具有剛性；亦即抗力而外，尚有抗彎（力矩）的勁度，因此剛架各桿通常受到彎矩剪力及軸力。

本書第一部份的討論將限於靜力的（不包括結構動力），平面的（不包括空間結構），線性的（即彈性小變位結構，不包括塑性結構或結構屈挫）。前數章以靜定結構為主，接著將涉及彈性變位與靜不定結構。最後討論矩陣法 (*Matrix Method*) 解結構。

本書第二部份的討論將擴展到空間結構，結構屈挫，結構動力，以及聯體力學，皆以矩陣法為主。