

普通高中课程标准实验教科书

新  
课标

夯实基础

提高能力

拓展知识

发展智力

# 基础训练

# · 数学

必修 4

山东省教学研究室 编

人教B版



山东教育出版社

Shandong Education Press

普通高中课程标准实验教科书

# 基础训练·数学

人教B版

必修4

山东省教学研究室 编

学科主编：韩际清

本册主编：秦玉波

编写人员：秦玉波 牟善彬 接迎 张蕾

韩邦平 田秀青 陈杰 张良友

郝庆满 巩建业 许慎德 成文霞

山东教育出版社

普通高中课程标准实验教科书  
基础训练·数学  
人教B版  
必修4  
山东省教学研究室 编

---

主 管：山东出版集团  
出版者：山东教育出版社  
(济南市纬一路 321 号 邮编：250001)  
电 话：(0531)82092663 传真：(0531)82092661  
网 址：<http://www.sjs.com.cn>  
发行者：山东省新华书店  
印 刷：济宁市育才书刊印刷厂  
版 次：2007 年 9 月第 3 版第 6 次印刷  
规 格：787mm×1092mm 16 开本  
印 张：6.25 印张  
字 数：133 千字  
书 号：ISBN 978-7-5328-4579-8  
定 价：5.50 元

---

(如印装质量有问题,请与印刷厂联系调换)

# 使用指南

## 名家名言

不要小瞧这些只言片语，它们可都是最伟大的数学家、科学家们心智的凝结哟，尝试着透过这些诗一般的文字去感悟章节中深蕴的数学思想方法实质，去触摸大师们的科学、人文情怀吧。

## 双基建构

以轻松的心情作一作这些小题吧。切记，不懂的不要轻易放过，尝试着自己到课本中去找出答案吧！许多时候，“自己学来”比“别人教会”更有益处哦！

## 基础训练

经过老师的讲解和自己的钻研，在基础知识、基本方法、基本技能方面你领悟了多少？基本素养达标了吗？抓紧来练一练吧。

## 探索与思考

在“三基”夯实之后，你是否对自己提出了更高的要求：当面对一些稍复杂些的问题，本单元所学到的思维方法，究竟该怎样灵活运用？本单元知识体系，可否与其他内容联结贯通，在更高的层面实现统一？本单元遇到的一系列问题，究竟还蕴藏有哪些缤纷的变式……自主探索，独立思考是获取答案的最佳途径。

## 知识与拓展

在熟练把握章节知识、方法、规律之余，把眼光放开，了解一些学科背景，知识在临近领域的拓展与应用，其益处也许不是立竿见影的，但坚持下去，你的学科素养、综合思考问题的能力终会在潜移默化中增长。

## 复习题

整章学完之后，你可以通过“复习题”查缺、补漏，找找自己还有哪些知识、技能掌握得不牢，如果有问题，就抓紧补救吧！

## 自我达标检测

这套卷子可要严格地按照考试时间和要求来做啊，你这一段的学习效果如何，测一测就知道了！

## 答案与提示

可以它来裁决正确与错误，但绝不要用它来代替思考与汗水哟！

# Contents

## 目 录

<b>第一章 基本初等函数(II)</b> .....	(1)
1.1 任意角的概念与弧度制 .....	(1)
1.1.1 角的概念的推广 .....	(1)
1.1.2 弧度制和弧度制与角度制的换算 .....	(3)
1.2 任意角的三角函数 .....	(6)
1.2.1 三角函数的定义 .....	(6)
1.2.2 单位圆与三角函数线 .....	(8)
1.2.3 同角三角函数的基本关系式 .....	(9)
1.2.4 诱导公式 .....	(11)
1.3 三角函数的图象与性质 .....	(14)
1.3.1 正弦函数的图象与性质 .....	(14)
1.3.2 余弦函数、正切函数的图象与性质 .....	(18)
1.3.3 已知三角函数值求角 .....	(20)
复习题 .....	(25)
自我达标检测 .....	(27)
<b>第二章 平面向量</b> .....	(30)
2.1 向量的线性运算 .....	(30)
2.1.1 向量的概念 .....	(30)
2.1.2 向量的加法 .....	(32)
2.1.3 向量的减法 .....	(33)
2.1.4 向量数乘 .....	(35)
2.1.5 向量共线的条件与轴上向量坐标运算 .....	(36)
2.2 向量的分解与向量的坐标运算 .....	(38)
2.2.1 平面向量基本定理 .....	(38)
2.2.2 向量的正交分解与向量的直角坐标运算 .....	(40)
2.2.3 用平面向量坐标表示向量共线条件 .....	(42)
2.3 平面向量的数量积 .....	(44)
2.3.1 向量数量积的物理背景与定义 .....	(44)
2.3.2 向量数量积的运算律 .....	(46)
2.3.3 向量数量积的坐标运算与度量公式 .....	(47)
2.4 向量的应用 .....	(49)

2.4.1 向量在几何中的应用	(49)
2.4.2 向量在物理中的应用	(50)
复习题	(53)
自我达标检测	(56)
<b>第三章 三角恒等变换</b>	(59)
3.1 和角公式	(59)
3.1.1 两角和与差的余弦	(59)
3.1.2 两角和与差的正弦	(60)
3.1.3 两角和与差的正切	(61)
3.2 倍角公式和半角公式	(63)
3.2.1 倍角公式	(64)
3.2.2 半角的正弦、余弦和正切	(65)
3.3 三角函数的积化和差与和差化积	(67)
复习题	(70)
自我达标检测	(72)
模块自我达标检测	(75)
附录: 参考答案	(79)



数学的每一个实际进展都伴随着更锐利工具和更简单方法的出现,一个人一旦掌握了这些锐利工具和更简单的方法,就会发现在各个数学分支中走出自己的路子,要比在其他学科中容易得多.

——D·希尔伯特

## 1.1 任意角的概念与弧度制

### 1.1.1 角的概念的推广

#### 双基建构

1. 一条射线按\_\_\_\_\_方向旋转而成的角叫做正角,按\_\_\_\_\_方向旋转而成的角叫做负角;当射线\_\_\_\_\_时,叫做零角;旋转生成的角,又常称为\_\_\_\_\_.
2. 在直角坐标系中研究角时,使角的顶点与\_\_\_\_\_重合,角的始边与\_\_\_\_\_,角的终边在第几象限,就把这个角叫做\_\_\_\_\_,如果\_\_\_\_\_,就认为这个角不属于任何象限.
3. 引入正角、负角的概念后,角的减法运算可以转化为角的加法运算,即  $\alpha - \beta$  可以化为\_\_\_\_\_,这就是说,\_\_\_\_\_.

#### 基础训练

1

#### 4. 选择题

- (1) 设集合  $A = \{\text{锐角}\}$ ,  $B = \{\text{小于 } 90^\circ \text{ 的角}\}$ ,  $C = \{\text{第一象限的角}\}$ ,  $D = \{\text{小于 } 90^\circ \text{ 的正角}\}$ , 则下列等式中成立的是( ).  
 (A)  $A=B$       (B)  $B=C$       (C)  $A=C$       (D)  $A=D$
- (2) 角  $\alpha$  的终边经过点  $M(0, -3)$ , 则  $\alpha$  ( ).  
 (A) 是第三象限角      (B) 是第四象限角  
 (C) 既是第三象限角又是第四象限角      (D) 不是任何象限的角
- (3) 若  $\alpha$  为锐角,  $k \cdot 180^\circ + \alpha (k \in \mathbb{Z})$  所在的象限是( ).  
 (A) 第一象限      (B) 第二象限  
 (C) 第一、三象限      (D) 第一、四象限

- (4)  $\alpha$  是任意一个角, 则  $\alpha$  与  $-\alpha$  的终边( ).  
 (A) 关于坐标原点对称 (B) 关于  $x$  轴对称  
 (C) 关于直线  $y=x$  对称 (D) 关于  $y$  轴对称

2. 填空题

- (1) 经过 1 小时 10 分钟, 时钟的时针与分针所转过角的度数之差是\_\_\_\_\_。  
 (2) 射线  $OA$  绕端点  $O$  逆时针旋转  $135^\circ$  到达  $OB$  位置, 由  $OB$  位置顺时针旋转  $230^\circ$  到达  $OC$  位置, 由  $OC$  位置逆时针旋转  $45^\circ$  到达  $OD$  位置, 得到  $\angle AOD =$ \_\_\_\_\_。  
 (3) 与  $-500^\circ$  终边相同的角的集合是\_\_\_\_\_, 它们是第\_\_\_\_\_象限角, 它们中的最小正角是\_\_\_\_\_, 最大负角是\_\_\_\_\_。

3. 在平面直角坐标系中, 画出以下角的终边所在的位置.

- (1)  $\{\alpha | k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 360^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;  
 (2)  $\{\alpha | k \cdot 180^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 180^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;  
 (3)  $\{\alpha | k \cdot 90^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 90^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;  
 (4)  $\{\alpha | k \cdot 120^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 120^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ .



1. 选择题

- (1) 集合  $A = \{\alpha | \alpha = k \cdot 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$  与  $B = \{\beta | \beta = n \cdot 60^\circ + 30^\circ, n \in \mathbf{Z}\}$  的关系是( ).  
 (A)  $A \supseteq B$  (B)  $A \supseteq B$  (C)  $A = B$  (D)  $A \subseteq B$   
 (2) 在直角坐标系中, 若角  $\alpha$  与  $\beta$  的终边互相垂直, 那么  $\alpha$  与  $\beta$  的关系为( ).  
 (A)  $\beta = \alpha + 90^\circ$  (B)  $\beta = \alpha \pm 90^\circ$   
 (C)  $\beta = \alpha + 90^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbf{Z})$  (D)  $\beta = \alpha \pm 90^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbf{Z})$   
 (3) 在①  $148^\circ$ ; ②  $475^\circ$ ; ③  $-960^\circ$ ; ④  $-1601^\circ$  四个角中, 属于第二象限角的是( ).  
 (A) ① (B) ①② (C) ①②③ (D) ①②③④  
 (4) 下列命题中正确的是( ).  
 (A) 终边相同的角一定相等  
 (B) 相等的角的终边一定相同  
 (C) 若  $\alpha$  是第二象限角, 则  $2\alpha$  是第三、第四象限角  
 (D) 若  $\alpha = k \cdot 180^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}, \beta = n \cdot 360^\circ + 30^\circ, n \in \mathbf{Z}$ , 则  $\alpha$  与  $\beta$  终边相同

2. 填空题

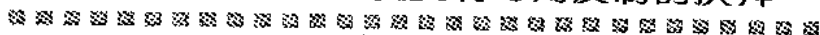
- (1) 把  $-3290^\circ$  化成  $k \cdot 360^\circ + \alpha (0^\circ \leq \alpha < 360^\circ, k \in \mathbf{Z})$  的形式为\_\_\_\_\_。  
 (2) 设  $\alpha, \beta$  满足  $-180^\circ < \alpha < \beta < 180^\circ$ , 则  $\alpha - \beta$  的范围是\_\_\_\_\_。  
 (3) 在集合  $A = \{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 120^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$  中, 属于区间  $(-360^\circ, 360^\circ)$  的角是\_\_\_\_\_。



3. 集合  $M = \left\{ x \mid x = \frac{k}{2} \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbf{Z} \right\}$ , 集合  $N = \left\{ x \mid x = \frac{k}{4} \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbf{Z} \right\}$ , 那么集合  $M$  与  $N$  的关系是什么?

4. 已知集合  $A = \{ \alpha \mid 30^\circ + k \cdot 180^\circ < \alpha < 90^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z} \}$ , 集合  $B = \{ \beta \mid -45^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z} \}$ . 求  $A \cap B$ .

### 1.1.2 弧度制和弧度制与角度制的换算



#### 双基建构

1. 我们规定:长度等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做\_\_\_\_\_,这种以弧度为单位来度量角的制度叫做\_\_\_\_\_.

2. 在半径为  $r$  的圆中,弧长为  $l$  的弧所对圆心角为  $\alpha$ ,则\_\_\_\_\_.

3. 完成下列表格

度数	$1^\circ$	$\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$360^\circ$
弧度数					

4. 角的概念推广以后,不论用角度制还是弧度制,都能在角的集合与实数集  $\mathbf{R}$  之间建立一种\_\_\_\_\_.

5. 角度制和弧度制都是\_\_\_\_\_的方法,\_\_\_\_\_运算简单,有一定的优越性.

6. 弧长公式\_\_\_\_\_,扇形面积公式\_\_\_\_\_.

7. 用弧度制表示下列关系和结论:

(1) 对称关系

若  $\alpha$  与  $\beta$  终边关于  $x$  轴对称,则  $\alpha + \beta =$  \_\_\_\_\_;若  $\alpha$  与  $\beta$  终边关于  $y$  轴对称,则  $\alpha + \beta =$  \_\_\_\_\_;若  $\alpha$  与  $\beta$  终边关于原点对称,则  $\alpha - \beta =$  \_\_\_\_\_;若  $\alpha$  与  $\beta$  终边在一条直线上,则  $\alpha - \beta =$  \_\_\_\_\_.

(2) 坐标轴上的角

终边落在  $x$  轴上的角的集合是\_\_\_\_\_;终边落在  $y$  轴上的角的集合是\_\_\_\_\_;终边在坐标轴上的角的集合\_\_\_\_\_.

#### 基础训练



##### 1. 选择题

(1) 在直角坐标系中,终边在直线  $y=x$  上的角的集合是( ).



- (A)  $\left\{\frac{5}{4}\pi\right\}$  (B)  $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$   
 (C)  $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{4}\right\} (k \in \mathbf{Z})$  (D)  $\left\{k\pi + \frac{\pi}{4}\right\} (k \in \mathbf{Z})$
- (2) 和  $60^\circ$  角终边相同的角的集合是( ).  
 (A)  $\left\{k \cdot 360^\circ + \frac{\pi}{3}\right\} (k \in \mathbf{Z})$  (B)  $\{2k\pi + 60^\circ\} (k \in \mathbf{Z})$   
 (C)  $\{2k \cdot 360^\circ + 60^\circ\} (k \in \mathbf{Z})$  (D)  $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{3}\right\} (k \in \mathbf{Z})$
- (3) 圆弧长度等于圆弧所在圆的内接正三角形的边长, 则圆弧所对圆心角的弧度数为( ).  
 (A)  $\frac{\pi}{3}$  (B)  $\frac{2}{3}\pi$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2
- (4) 已知弧度数为 2 的圆心角所对弦长也是 2, 则这个圆心角所对的弧长是( ).  
 (A) 2 (B)  $\frac{2}{\sin 1}$  (C)  $2\sin 1$  (D)  $\sin 2$

## 2. 填空题

(1) 已知扇形的圆心角为  $\alpha$ , 半径为  $r$ , 弧长为  $l$ , 扇形面积为  $S$ , 那么

① 若  $l=3, r=2$ , 则  $\alpha=$  \_\_\_\_\_ (弧度);

② 若  $\alpha=\frac{2}{3}\pi, r=4$ , 则  $S=$  \_\_\_\_\_;

③ 若  $\alpha=-216^\circ, l=7\pi$ , 则  $r=$  \_\_\_\_\_;

④ 若  $l=7\pi, r=2$ , 则  $\alpha=$  \_\_\_\_\_ (弧度).

(2) 和  $\frac{3}{4}\pi$  终边相同的角的集合中, 最大的负角是\_\_\_\_\_.

(3) 设角  $\alpha$  的终边与  $\frac{7}{5}\pi$  的终边关于  $y$  轴对称, 且  $\alpha \in (-2\pi, 2\pi)$ , 则  $\alpha$  等于\_\_\_\_\_.

3. 设角  $\alpha_1 = -570^\circ, \alpha_2 = 750^\circ, \beta_1 = \frac{3}{5}\pi, \beta_2 = -\frac{7}{3}\pi$ .

(1) 将  $\alpha_1, \alpha_2$  转化为弧度, 并指出它们各自所在的象限;

(2) 将  $\beta_1, \beta_2$  转化为角度, 并在  $-720^\circ - 0^\circ$  之间找出与它们有相同终边的所有角.

4. 已知  $\triangle ABC$  的三内角  $A, B, C$  之比是  $3:5:7$ , 求  $\angle A, \angle B, \angle C$  的度数并用弧度制表示出来.



1. 选择题

- (1) 在直角坐标系中,若角  $\alpha$  与角  $\beta$  的终边关于原点对称,则必有( ).  
 (A)  $\alpha = -\beta$  (B)  $\alpha = -2k\pi \pm \beta (k \in \mathbf{Z})$   
 (C)  $\alpha = \pi + \beta$  (D)  $\alpha = 2k\pi + \pi + \beta (k \in \mathbf{Z})$
- (2) 集合  $M = \{x | x = \frac{k}{2}\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $N = \{x | x = \frac{k}{4}\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ , 则有( ).  
 (A)  $M = N$  (B)  $M \supseteq N$  (C)  $M \subsetneq N$  (D)  $M \cap N = \emptyset$
- (3) 已知扇形的周长是 6 cm, 面积是 2 cm<sup>2</sup>, 则扇形的圆心角的弧度数是( ).  
 (A) 1 (B) 4 (C) 1 或 4 (D) 2 或 4
- (4) 一个半径为  $R$  的扇形, 它的周长是  $4R$ , 则这个扇形所含弓形的面积是( ).  
 (A)  $2R^2 - \sin 1 \cos 1 R^2$  (B)  $\frac{1}{2} R^2 \sin 1 \cos 1$   
 (C)  $\frac{1}{2} R^2$  (D)  $R^2 - \sin 1 \cos 1 \cdot R^2$

2. 填空题

- (1) 若  $M = \{\alpha | \alpha = \frac{k}{2}\pi - \frac{\pi}{5}, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $N = \{\alpha | -\pi < \alpha < \pi\}$ , 则  $M \cap N$  等于\_\_\_\_\_.
- (2) 集合  $A = \{x | k\pi + \frac{\pi}{4} < x < k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$ , 集合  $B = \{x | 6 + x - x^2 \geq 0\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.
- (3) 使用函数型计算器, 将下列角度与弧度互化(精确到小数点后四位).  
 $130^\circ =$ \_\_\_\_\_ (弧度);  $-76^\circ =$ \_\_\_\_\_ (弧度);  
 $3 \text{ rad} =$ \_\_\_\_\_ ;  $-2.5 \text{ rad} =$ \_\_\_\_\_.

3. 集合  $A = \{\alpha | \alpha = \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbf{Z}\} \cup \{\alpha | \alpha = 2n\pi \pm \frac{2}{3}\pi, n \in \mathbf{Z}\}$ , 集合  $B = \{\beta | \beta = \frac{2n}{3}\pi, n \in \mathbf{Z}\} \cup \{\beta | \beta = n\pi + \frac{\pi}{2}, n \in \mathbf{Z}\}$ , 试确定  $A$  与  $B$  的关系.

4. 一个扇形的周长为 20, 问扇形的半径、圆心角各取何值时, 此扇形的面积最大?

探索与思考

1. 已知  $\alpha$  是第  $k (k=1, 2, 3, 4)$  象限的角, 问  $\frac{\alpha}{2}$  是第几象限角?  $\frac{\alpha}{3}, \frac{\alpha}{4}$  是第几象限角?

2. 视力正常的人,能读远处文字的视角不小于  $5'$ . 试求:

(1) 离人 10 m 处所能阅读文字的大小如何?

(2) 要看清长宽均为 5 m 的大字标语,人距离标语最远距离为多少米?

## 1.2 任意角的三角函数

### 1.2.1 三角函数的定义

#### 双基建构

1. 设点  $P$  是  $\alpha$  终边上任意一点,坐标为  $P(x, y)$ ,  $|OP| = \sqrt{x^2 + y^2} = r$ , 则

(1) 比值  $\frac{y}{r}$  叫做  $\alpha$  的正弦,记作  $\sin \alpha$ ,即  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ ;

(2) 比值  $\frac{x}{r}$  叫做  $\alpha$  的余弦,记作  $\cos \alpha$ ,即  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ ;

(3) 比值  $\frac{y}{x}$  叫做  $\alpha$  的正切,记作  $\tan \alpha$ ,即  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ .

2. 函数  $y = \sin \alpha$  的定义域为  $\mathbb{R}$ ;  $y = \cos \alpha$  的定义域为  $\mathbb{R}$ ;  $y = \tan \alpha$  的定义域为  $\{\alpha \mid \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

3. 三角函数在各象限内的符号口诀是“一全,二正,三负,四正”.

#### 基础综合

1

#### 1. 选择题

(1) 设角  $\alpha$  的终边过点  $P(-6a, -8a) (a \neq 0)$ , 则  $\sin \alpha - \cos \alpha$  的值是 ( ).

(A)  $\frac{1}{5}$

(B)  $-\frac{1}{5}$

(C)  $-\frac{1}{5}$  或  $-\frac{7}{5}$

(D)  $-\frac{1}{5}$  或  $\frac{1}{5}$

(2) 若角  $\alpha$  的终边与直线  $y = 3x$  重合且  $\sin \alpha < 0$ , 又  $P(m, n)$  是  $\alpha$  终边上一点且  $|OP| = \sqrt{10}$ , 则  $m - n$  等于 ( ).

(A) 2

(B) -2

(C) 4

(D) -4

(3) 下列各三角函数值: ①  $\sin 125^\circ$ ; ②  $\tan \frac{37\pi}{12} \cdot \sin \frac{37\pi}{12}$ ; ③  $\frac{\sin 4}{\tan 4}$ ; ④  $\sin 1 - \cos 1$ .

其中为负值的个数是 ( ).

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个
- (4) 若函数  $y = \sqrt{\sin\alpha} + \sqrt{-\cos\alpha}$ , 且  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ , 则  $\alpha$  的范围是( ).
- (A)  $\left\{ \alpha \mid 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \right\}$  (B)  $\left\{ \alpha \mid \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi \right\}$
- (C)  $\left\{ \alpha \mid \pi \leq \alpha \leq \frac{3}{2}\pi \right\}$  (D)  $\left\{ \alpha \mid \frac{3}{2}\pi \leq \alpha \leq 2\pi \right\}$

2. 填空题

- (1) 若点  $P(-\sqrt{3}, m)$  是角  $\theta$  终边上一点, 且  $\sin\theta = \frac{\sqrt{13}}{13}$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.
- (2)  $y = \sqrt{\sin x} + \tan x$  的定义域是 \_\_\_\_\_.
- (3)  $\sin(-1320^\circ)\cos 110^\circ + \cos(-1020^\circ)\sin 750^\circ + \tan 495^\circ =$  \_\_\_\_\_.
3. 已知角  $\beta$  的终边在直线  $y = \sqrt{3}x$  上, 求  $\sin\beta$  和  $\cos\beta$ .

4. 化简:

(1)  $a^2 \sin 810^\circ - 2ab \cos 360^\circ + b^2 \tan 765^\circ + (a^2 - b^2) \tan(-1395^\circ)$ ;

(2)  $\frac{4}{3}m^2 \cos^2 \frac{13}{6}\pi + \frac{1}{3}m^2 \sin^2 \left(-\frac{5}{3}\pi\right) - \frac{m^2}{2\cos^2 \frac{17}{4}\pi}$ .



1. 选择题

- (1) 若  $\tan\theta \geq 0$ , 那么  $\theta$  的范围是( ).
- (A)  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$  (B)  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$
- (C)  $\left[k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbf{Z})$  (D)  $\left[2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbf{Z})$
- (2) 设  $A$  是第三象限角, 且  $\left|\sin \frac{A}{2}\right| = -\sin \frac{A}{2}$ , 则  $\frac{A}{2}$  是( ).
- (A) 第一象限角 (B) 第二象限角
- (C) 第三象限角 (D) 第四象限角
- (3)  $\sqrt{\sin^2 120^\circ}$  等于( ).

- (A)  $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$       (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (C)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       (D)  $\frac{1}{2}$

(4) 若三角形的两内角  $\alpha, \beta$  满足  $\sin\alpha\cos\beta < 0$ , 则此三角形为( ).

- (A) 锐角三角形      (B) 钝角三角形  
(C) 直角三角形      (D) 以上情况均有可能

## 2. 填空题

(1) 函数  $y = \frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|} + \frac{|\cot x|}{\cot x}$  的值域为\_\_\_\_\_.

(2) 已知点  $P(\tan\alpha, \cos\alpha)$  在第三象限, 则角  $\alpha$  的终边在第\_\_\_\_\_象限.

(3) 若  $\sin\theta \cdot \cos\theta > 0$ , 则  $\theta$  是\_\_\_\_\_象限角.

3. 求函数  $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{-\tan x}$  的定义域.

4. 设  $f(x) = a\sin(\pi x + \alpha) + b\cos(\pi x + \beta)$ , 其中  $a, b, \alpha, \beta$  都是非零实数. 若  $f(2\ 005) = -1$ , 求  $f(2\ 007)$  的值.

## 1.2.2 单位圆与三角函数线

### 双基建构

1. 一般地, 我们把半径为 1 的圆叫做\_\_\_\_\_.

2. 角  $\alpha$  的余弦和正弦分别是角  $\alpha$  终边与单位圆交点的\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_.

3. 设角  $\alpha$  的顶点在圆心  $O$ , 始边与  $x$  轴正半轴重合, 终边与单位圆相交于点  $P$ , 过点  $P$  作  $PM$  垂直  $x$  轴于  $M$ , 则点  $M$  是点  $P$  在  $x$  轴上的\_\_\_\_\_. 由三角函数的定义知, 点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_, 其中  $\cos\alpha =$ \_\_\_\_\_,  $\sin\alpha =$ \_\_\_\_\_. 单位圆与  $x$  轴正半轴交于点  $A$ , 单位圆在点  $A$  的切线与  $\alpha$  的终边或其反向延长线相交于点  $T(T')$ , 则  $\tan\alpha =$ \_\_\_\_\_. 我们把有向线段  $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{MP}, \overrightarrow{AT}(AT')$  叫做  $\alpha$  的\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_.

### 基础训练

#### 1. 选择题

(1) 已知  $MP, OM, AT$  分别是  $60^\circ$  角的正弦线、余弦线和正切线, 则一定有( ).

- (A)  $MP < OM < AT$       (B)  $OM < MP < AT$   
(C)  $AT < OM < MP$       (D)  $OM < AT < MP$

(2) 已知集合  $E = \{\theta | \cos\theta < \sin\theta, 0 \leq \theta < 2\pi\}$ ,  $F = \{\theta | \tan\theta < \sin\theta\}$ , 则  $E \cap F =$  ( ).

(A)  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$

(B)  $(\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi)$

(C)  $(\pi, \frac{3}{2}\pi)$

(D)  $(\frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi)$

(3)  $\sin 1, \sin 1.2, \sin 1.5$  三者的大小关系是( )。

(A)  $\sin 1 > \sin 1.2 > \sin 1.5$

(B)  $\sin 1 > \sin 1.5 > \sin 1.2$

(C)  $\sin 1.5 > \sin 1.2 > \sin 1$

(D)  $\sin 1.2 > \sin 1 > \sin 1.5$

(4) 若  $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ , 则下列不等式中成立的是( )。

(A)  $\sin \theta > \cos \theta > \tan \theta$

(B)  $\cos \theta > \tan \theta > \sin \theta$

(C)  $\sin \theta > \tan \theta > \cos \theta$

(D)  $\tan \theta > \sin \theta > \cos \theta$

2. 填空题

(1) 借助三角函数线比较下列各组值的大小:

①  $\sin \frac{3}{5}\pi, \sin \frac{4}{5}\pi, \sin \frac{9}{10}\pi$ ; \_\_\_\_\_ (由大到小排列);

②  $\cos 1, \cos 1.2, \cos 1.5$ ; \_\_\_\_\_ (由大到小排列);

③  $\tan \frac{3}{5}\pi, \tan \frac{4}{5}\pi, \tan \frac{9}{10}\pi$ ; \_\_\_\_\_ (由大到小排列).

(2) 若  $\alpha$  为锐角, 则  $\sin \alpha + \cos \alpha$  \_\_\_\_\_ 1. (填大于、小于、等于)

3. 利用单位圆, 求使下列不等式成立的  $x$  的取值范围:

(1)  $-\frac{1}{2} < \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;

(2)  $\cos x \leq -\frac{1}{2}$ ;

(3)  $\tan x \geq 1$ .

4. 若  $x$  为锐角, 在单位圆中画出  $x$  的正弦线、余弦线、正切线, 并说明

$$\sin x < x < \tan x.$$

### 1.2.3 同角三角函数的基本关系式



#### 双基建构

1. 同角三角函数的基本关系式包括: \_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_. 可以推导出平方关系

\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_；商的关系\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_；倒数关系\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。

2. 商数关系  $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$  成立的角  $\alpha$  的范围是\_\_\_\_\_。

**基础训练**



**1. 选择题**

(1) 已知  $\cos\theta = \frac{4}{5}$ , 且  $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ , 那么  $\tan\theta$  的值为( )。

- (A)  $\frac{4}{3}$                       (B)  $-\frac{4}{3}$                       (C)  $\frac{3}{4}$                       (D)  $-\frac{3}{4}$

(2) 若  $\tan\alpha = m$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ , 则  $\sin\alpha$  等于( )。

- (A)  $m\sqrt{m^2+1}$               (B)  $-m\sqrt{m^2+1}$               (C)  $\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$               (D)  $-\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$

(3) 若  $\sin\theta = \frac{m-3}{m+5}$ ,  $\cos\theta = \frac{4-2m}{m+5}$ , 则  $m$  的值为( )。

- (A) 0                      (B) 8                      (C) 0 或 8                      (D)  $3 < m < 9$

(4) 如果  $\tan\alpha = m (m \neq 0)$  且  $\sin\alpha = \frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$ , 那么  $\alpha$  所在象限是( )。

- (A) 一、二象限                      (B) 二、三象限  
(C) 二、四象限                      (D) 一、四象限

**2. 填空题**

(1) 化简  $\sqrt{1 - \sin^2 170^\circ} =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 则  $\sin\alpha \cos\alpha =$ \_\_\_\_\_。

(3) 已知  $\sin\alpha, \cos\alpha$  是方程  $2x^2 - x - m = 0$  的两个根, 则  $m =$ \_\_\_\_\_。

3. 已知  $\alpha$  是三角形的一个内角, 且  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{2}{3}$ , 试判断这个三角形的形状。

4. 求证:  $\sin^6 A + \cos^6 A = 1 - 3\sin^2 A \cos^2 A$ 。





1. 选择题

- (1) 若  $\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{8}$ , 且  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos\alpha - \sin\alpha$  为( ).  
 (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{3}{4}$  (D)  $-\frac{3}{4}$
- (2) 若  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{5}$  且  $0 < \alpha < \pi$ , 则  $\tan\alpha$  的值为( ).  
 (A)  $-\frac{4}{3}$  (B)  $\frac{4}{3}$  (C)  $-\frac{3}{4}$  (D)  $\frac{3}{4}$
- (3) 已知  $\sin\alpha - \cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ , 则  $\tan\alpha + \cot\alpha$  的值为( ).  
 (A) -4 (B) 4 (C) -8 (D) 8
- (4) 若角  $\alpha$  的终边落在直线  $x + y = 0$  上, 则  $\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} + \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$  的值等于( ).  
 (A) 2 (B) -2 (C) 1 (D) 0

2. 填空题

- (1) 已知  $\tan\alpha = -2$ , 则  $\frac{3\sin\alpha + 5\cos\alpha}{2\cos\alpha - 3\sin\alpha} =$  \_\_\_\_\_,  $\sin^2\alpha - 2\cos^2\alpha =$  \_\_\_\_\_.
- (2) 已知  $\sin\alpha + 3\cos\alpha = 0$ , 则  $\sin\alpha =$  \_\_\_\_\_.
- (3) 化简  $\sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\alpha\sin^2\beta + \cos^2\alpha\cos^2\beta =$  \_\_\_\_\_.

3. 已知  $\cos\alpha = m (|m| \leq 1)$ , 求  $\sin\alpha$  和  $\tan\alpha$  的值.

4. 已知  $\theta \in (0, 2\pi)$ , 而  $\sin\theta, \cos\theta$  是方程  $x^2 - kx + k + 1 = 0$  的两实数根, 求  $k$  和  $\theta$  的值.

### 1.2.4 诱导公式



#### 双基建构

1. 诱导公式(1) \_\_\_\_\_;
- 公式(2) \_\_\_\_\_;
- 公式(3) \_\_\_\_\_;
- 公式(4) \_\_\_\_\_;
- 公式(4') \_\_\_\_\_.