高等学校“十一五”规划教材

模糊数学及其应用

李柏年■著

MOHU SHUXUE JIQI YINGYONG

合肥工业大学出版社

高等学校“十一五”规划教材

模糊数学及其应用

李柏年　著

合肥工业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

模糊数学及其应用/李柏年著.—合肥:合肥工业大学出版社,2007.11

ISBN 978-7-81093-687-3

Ⅰ.模…　Ⅱ.李…　Ⅲ.模糊数学　Ⅳ.0159

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 164348 号

模糊数学及其应用

李柏年　著　　　　责任编辑　疏利民

出版	合肥工业大学出版社	**版次**	2007年11月第1版
地址	合肥市屯溪路193号	**印次**	2007年11月第1次印刷
邮编	230009	**开本**	710×1000　1/16
电话	总编室:0551—2903038	**印张**	11
	发行部:0551—2903198	**字数**	197千字
网址	www.hfutpress.com.cn	**印刷**	安徽江淮印务有限责任公司
E-mail	press@hfutpress.com.cn	**发行**	全国新华书店

ISBN 978-7-81093-687-3　　　　定价:20.00元

内 容 提 要

第一章介绍模糊集合的基本概念、建立模糊集合隶属度函数的基本方法以及Matlab模糊工具箱中的函数的应用．第二章判别分析方法包括距离判别、模糊集合的贴近度判别以及最大隶属原则．第三章在模糊矩阵概念的基础上，给出了模糊聚类的基本方法以及模糊C均值聚类的Matlab实现．第四章模糊综合评价，建立了客观性权向量、模糊矩阵的综合评价方法．第五章层次分析法介绍了模糊层次分析的建模方法与应用．第六章在普通线性规划的基础上，引入模糊线性规划、多目标规划的模糊最优解以及模糊线性规划在经济中的应用实例．

本书主要对象是财经类院校本科生，可以作为数学建模第二课堂的辅导教材，也可供硕士研究生以及科技工作者参考．

前言

为了辅导我校学生参加全国大学生数学建模竞赛，1998年我们编写了《模糊数学及其应用》的讲义．2002年我校开始招收信息与计算科学专业的本科生，我们开设了专业方向课程“模糊数学与信息处理”，于是我们对讲义又进行了修改以适应信息与计算科学专业学生使用．通过近10年的使用，该讲义的内容已经融入了财经类院校金融、经济管理、物流、会计、统计等各专业应用实例．模糊数学教学提高了学生的动手能力，促进了实验教学的改革，有利于培养学生通过建立数学模型分析问题解决问题的能力．本教材有以下几个特色：

(1) 模糊数学的理论与Matlab数学软件相结合．本书以Matlab数学软件为平台，将模糊数学理论介绍与软件命令有机地结合，通过解决实际问题初步掌握Matlab软件中的模糊工具箱，培养学生在解决经济领域中的实际问题时建立模型、使用软件的能力．

(2) 课堂理论教学与实验室教学相结合．本教材针对每一章的基本理论与方法都安排了与之对应的实验教学的内容，实验背景知识介绍增加了学生的知识面，开阔了学生的视野，增强了学生对实验目的的认识，这就有利于调动学生的积极性，提高学生的学习兴趣，同时有利于高等院校的实验室建设．

(3) 适合财经类院校的学生学习特点．财经类院校的学生学习特点不同于工科院校，他们要解决的是经济管理中的定量分析问题，因此设计的数学实验问题主要是面对经济领域内的定量分析问题．比如资源优化配置问题、物流中心的选址、投资的收益与风险、企业效益的模糊综合评价、

统计数据分析与预测等．

（4）与数学建模教学相结合，促进学生的个性发展．数学建模教学能培养学生解决实际问题的能力，能发挥学生的创造性．本教材中编写了经济领域中的建立数学模型的问题，从而达到以下目的：①培养学生主动探寻并善于抓住经济问题中的背景和本质的素养；②培养良好的科学态度和创新精神，合理地提出新思想、新概念、新方法的素养；③培养对各种问题以“数学方式”的理性思维，从多角度探寻解决问题的道路的素养；④善于对现实世界中的现象和过程进行合理的简化和量化，建立数学模型的素养．

本书第五章由唐晓静副教授编写，其余由李柏年教授编写并进行总纂、修改与定稿．

本书在写作的过程中得到了安徽财经大学教务处、统计与应用数学学院的大力支持与帮助，在此表示衷心的感谢．

由于作者才疏学浅，错误与不足之处在所难免，恳请读者批评指正．

作　者

2007 年 10 月 8 日

目录

第一章 模糊集合

1.1 模糊子集及其表示法

1.1.1 模糊子集的概念

在提出模糊子集的定义之前，我们先回顾一下经典集合的概念与特征函数．

对于某一集合 A，元素 a 要么属于 A，要么不属于 A. 二者必居其一，且仅居其一．这是经典集合的特征．基于这一特征，经典集合 A 中的元素 u 与集合 A 的关系可以用一个函数 — 特征函数来刻画．集合 A 的特征函数（也称示性函数）是指：

$$I_A(u) = \begin{cases} 1 & u \in A \\ 0 & u \notin A \end{cases}$$

也就是说，若 u 是 A 中元素，则其特征函数 $I_A(u)$ 的值为 1；若 u 不是 A 中的元素，则特征函数 $I_A(u)$ 的值为 0. 上述特征函数体现了经典集合论中的“非此即彼”的二值逻辑关系．

然而在实际工作和生活中，我们常常遇到并非都是“非此即彼”的二值逻辑关系，而是介于“是”与“不是”之间，表现出“亦此亦彼”的性质．例如对于某种商品的质量，有人认为很好，有人认为一般，甚至还有人认为较差．因此我们很难只用好或不好来衡量该商品的质量．

为了解决实际工作中的这类问题，我们必须把元素属于集合的概念模糊化，变经典集合的“非此即彼”关系为“亦此亦彼”关系；承认论域上存在并非完全属于某集合又非完全不属于该集合的元素．使经典集合的绝对属于的概念 变为相对属于的概念．为此需要将经典集合中的特征函数只取 0,1 两个值的情形推广到可取闭区间[0,1] 上的值，承认论域上的不同元素对同一集合有不同的隶属程度．类似特征函数，我们引入隶属度概念，借以描述

元素与集合的关系并进行度量．下面，我们给出模糊子集的定义．

定义 1.1 设给定论域U，所谓U上的一个模糊子集$\underset{\sim}{A}$是指对于任意的$x \in U$，都能确定一个数$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \in [0,1]$，用这个数表示$x$属于$\underset{\sim}{A}$的程度．映射

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}: U \to [0,1]$$
$$x \to \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \in [0,1]$$

称为$\underset{\sim}{A}$的隶属函数，常数$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$叫做$U$中的元素对模糊子集$\underset{\sim}{A}$的隶属度．

隶属度$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$表示$x$属于$\underset{\sim}{A}$的程度，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$越接近于0，表示$x$隶属于$\underset{\sim}{A}$的程度越小；$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$越接近于1，表示$x$隶属于$\underset{\sim}{A}$的程度越大；若$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$越接近于0.5，则表示$x$隶属于模糊集合$\underset{\sim}{A}$的程度越模糊．

例 1 邀请100名消费者，对五种商品x_1,x_2,x_3,x_4,x_5的质量进行评价．结果如下：81人认为x_1质量好，53人认为x_2质量好，所有的人都认为x_3质量好，没有人认为x_4质量好，24人认为x_5质量好．

于是对论域$U=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$中的每一个元素，都规定了一个隶属度：

$$x_1 \to 0.81, x_2 \to 0.53, x_3 \to 1, x_4 \to 0, x_5 \to 0.24$$

这样就确定了U上的一个模糊子集$\underset{\sim}{A}$，它表示“质量好”这一模糊概念．

其中，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1)=0.81$，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)=0.53$，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_3)=1$，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_4)=0$，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_5)=0.24$，即五种商品$x_1,x_2,x_3,x_4,x_5$对模糊子集$\underset{\sim}{A}$的隶属度．

1.1.2 模糊集合的表示方法

1. 当论域$U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$为有限集时，U上的模糊子集$\underset{\sim}{A}$的隶属函数为$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$，则$\underset{\sim}{A}$可以有以下几种表示方法：

（1）向量表示法

$$\underset{\sim}{A}=\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1),\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2),\cdots,\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_n)\right)$$

（2）札德(Zadeh)记号法

$$\underset{\sim}{A}=\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1)/x_1+\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)/x_2+\cdots+\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_n)/x_n$$

（注：以上仅为记号，而不表示分式运算）

（3）序偶表示法

$$\underset{\sim}{A}=\left\{\left(x_1,\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1)\right),\left(x_2,\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)\right),\cdots,\left(x_n,\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_n)\right)\right\}$$

2. 当论域U是无限集时，U上的模糊集合$\underset{\sim}{A}$的隶属函数为$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$，则$\underset{\sim}{A}$可以有以下表示方法：

$$\underset{\sim}{A}=\int_U \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)/x \qquad \text{（注：此处}\int\text{不是积分号）}$$

例 2　以年龄为论域$U=[0,100]$，札德给出的两个模糊子集$\underset{\sim}{O}=$“年老”，$\underset{\sim}{Y}=$“年轻”的隶属函数为：

$$\mu_{\underset{\sim}{O}}(x)=\begin{cases} 0 & 0\leqslant x\leqslant 50 \\ \left[1+\left(\dfrac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} & 50<x\leqslant 100 \end{cases}$$

$$\mu_{\underset{\sim}{Y}}(x)=\begin{cases} 0 & 0\leqslant x\leqslant 25 \\ \left[1+\left(\dfrac{x-25}{5}\right)^{2}\right]^{-1} & 25<x\leqslant 100 \end{cases}$$

则$\underset{\sim}{O}$与$\underset{\sim}{Y}$可分别表示为：

$$\underset{\sim}{O}=\int\limits_{0\leqslant x\leqslant 50} 0/x+\int\limits_{50<x\leqslant 100}\left[1+\left(\frac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}\Big/x$$

$$\underset{\sim}{Y}=\int\limits_{0\leqslant x\leqslant 25} 1/x+\int\limits_{25<x\leqslant 100}\left[1+\left(\frac{x-25}{5}\right)^{2}\right]^{-1}\Big/x$$

1.1.3　模糊集的运算

由于模糊集中没有元素和集合之间的绝对属于关系，所以模糊集运算的定义是由隶属函数间的关系来确定的．

1. $\underset{\sim}{A}\subset\underset{\sim}{B}\Leftrightarrow\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\leqslant\mu_{\underset{\sim}{B}}(x),\forall x\in U$
2. $\underset{\sim}{A}=\underset{\sim}{B}\Leftrightarrow\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)=\mu_{\underset{\sim}{B}}(x),\forall x\in U$
3. 若$\underset{\sim}{C}=\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B}$，则$\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)=\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\vee\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)$
4. 若$\underset{\sim}{D}=\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B}$，则$\mu_{\underset{\sim}{D}}(x)=\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\wedge\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)$

其中“$\vee$”和“$\wedge$”分别为取大和取小运算．

5. 若$\underset{\sim}{E}=\underset{\sim}{A}^c$，则$\mu_{\underset{\sim}{E}}(x)=1-\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$
6. 若$\underset{\sim}{A}=\phi$，则$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)=0$
7. 若$\underset{\sim}{A}=\underset{\sim}{U}$，则$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)=1$

例 3　设$\underset{\sim}{A}=0.3/x_1+0.9/x_2+1/x_3+0.8/x_4+0.5/x_5$

$\underset{\sim}{B}=0.2/x_1+0.1/x_2+0.8/x_3+0.3/x_4+0.6/x_5$

计算： $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}, \underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}, \underset{\sim}{A}^c, \underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{A}^c, \underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{A}^c$，

解： $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B} = 0.3/x_1 + 0.9/x_2 + 1/x_3 + 0.8/x_4 + 0.6/x_5$；

$\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B} = 0.2/x_1 + 0.1/x_2 + 0.8/x_3 + 0.3/x_4 + 0.5/x_5$；

$\underset{\sim}{A}^c = 0.7/x_1 + 0.1/x_2 + 0/x_3 + 0.2/x_4 + 0.5/x_5$；

$\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{A}^c = 0.7/x_1 + 0.9/x_2 + 1/x_3 + 0.8/x_4 + 0.5/x_5$；

$\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{A}^c = 0.3/x_1 + 0.1/x_2 + 0/x_3 + 0.2/x_4 + 0.5/x_5$

模糊集合运算满足以下运算律：

(1) 交换律：$\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{B} \cup \underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{B} \cap \underset{\sim}{A}$

(2) 结合律：$\underset{\sim}{A} \cup (\underset{\sim}{B} \cup \underset{\sim}{C}) = (\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}) \cup \underset{\sim}{C}, \underset{\sim}{A} \cap (\underset{\sim}{B} \cap \underset{\sim}{C}) = (\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}) \cap \underset{\sim}{C}$

(3) 分配律：$\underset{\sim}{A} \cap (\underset{\sim}{B} \cup \underset{\sim}{C}) = (\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}) \cup (\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{C})$，

$\underset{\sim}{A} \cup (\underset{\sim}{B} \cap \underset{\sim}{C}) = (\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}) \cap (\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{C})$

(4) 摩根律：$(\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B})^c = \underset{\sim}{A}^c \cap \underset{\sim}{B}^c, (\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B})^c = \underset{\sim}{A}^c \cup \underset{\sim}{B}^c$

注意：模糊集合的运算律不满足互补律，即

$$\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{A}^c \neq U, \underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{A}^c \neq \phi$$

1.2 隶属函数的确定方法

由于模糊子集 $\underset{\sim}{A}$ 与隶属函数 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ 是一一对应的关系，因此要建立某种特性的模糊子集 $\underset{\sim}{A}$，就必须建立反映这种特性所具有的程度函数即隶属函数．

1.2.1 模糊统计法

通常的概率统计试验是针对某个事件出现与否，重复进行多次试验，得到事件 A 发生的频率 $\mu_n(A) = \dfrac{n(A)}{n}$，其中 $n(A)$ 为事件 A 发生的次数，n 为试验的总次数．而事件 A 的概率的统计意义为：$P(A) = \lim\limits_{n \to \infty} \mu_n(A)$.

而模糊统计所研究的事物本身具有模糊性，比如"高个子"，"年轻人"等．因此在统计的过程中，不可避免地带有人的心理感受，所以它随不同条件、不同场合、不同观点而变化．

例如身高 1.85 米，在座的人认为是高个子的可能性比较大，但是如果到 NBA 球员中去问这一问题，得到的结果恰好相反．我们定义的模糊统计是这样的：

设论域U,选定元素$x_0 \in U$,然后考虑U的一个运动着的边界可变的模糊子集$\underset{\sim}{A}$,每次试验可理解为让不同观点的人讨论x_0是否属于$\underset{\sim}{A}$,于是$x_0 \in \underset{\sim}{A}$的隶属度为:

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_0) = \lim_{n\to\infty} \frac{N(\underset{\sim}{A})}{n}\text{,其中 } N(\underset{\sim}{A}) \text{ 表示 } x_0 \in \underset{\sim}{A} \text{ 的次数}$$

在实际工作中,我们常取$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_0) = \dfrac{N(\underset{\sim}{A})}{n}$为$x_0$属于模糊子集$\underset{\sim}{A}$的隶属度.下面我们举例说明概率统计与模糊统计的区别.

例 4 袋中有红、黄、蓝三种颜色的球各两只,现从中任取三个球.问:

(1) 取到(红、黄、兰)的概率有多大?

(2) 取到三球的颜色如何搭配最美观?

解:(1) 这是概率的问题,此时三球的颜色已确定为(红、黄、兰),但是每次抽取时所得到的样本点可能不同,该样本点是否属于(红、黄、兰)无法确定.

(2) 这是模糊统计,论域U中的点是固定的,即三球颜色搭配的所有情况.而此时模糊集合为$\underset{\sim}{A}$ = "最美观",对于U中的每一个点是否属于$\underset{\sim}{A}$要因人而异.

从例 4 可以看出:若把概率统计比喻为"变动的点"是否落在"不动的圈子",则模糊统计可比喻为"变动的圈子"是否盖住"不动的点".

1.2.2 借助于概率论的方法

由于$P(A) \in [0,1]$,$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \in [0,1]$,所以我们很自然地想到可以利用概率论的结果建立模糊集合的隶属函数.

例 5 设$U = (0,3)$,代表身高的变化区段,单位(米).$\underset{\sim}{A}$ = "矮个子",$\underset{\sim}{B}$ = "中等个",$\underset{\sim}{C}$ = "高个子".ξ是$\underset{\sim}{A}$,$\underset{\sim}{B}$的分界点,η是$\underset{\sim}{B}$,$\underset{\sim}{C}$的分界点.我们首先利用概率统计的方法,确定两个随机变量ξ,η,求出$\xi \sim N(a_1,\sigma_1^2)$,$\eta \sim N(a_2,\sigma_2^2)$,于是对任意的$x \in U$,可以建立如下的隶属函数:

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) = P(\xi \geqslant x) = 1 - \Phi\left(\frac{x-a_1}{\sigma_1}\right)$$

$$\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) = P(\eta < x) = \Phi\left(\frac{x-a_2}{\sigma_2}\right)$$

$$\mu_{\underset{\sim}{B}}(x) = P(\xi < x \leqslant \eta) = \Phi\left(\frac{x-a_1}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{x-a_2}{\sigma_2}\right)$$

1.2.3 分段函数表示法

例 6 设某污染河水中酚的含量 t = 0.0012mg/L，给定酚的水质分级标准为：

级别	1	2	3
含量	0.001	0.002	0.01

试建立各级水的隶属函数，并计算 t = 0.0012mg/L 对各级水的隶属度．

解：$$\underset{\sim}{\mu_1}(t)=\begin{cases}\dfrac{t-0}{0.001-0} & 0\leqslant t<0.001\\[2ex] \dfrac{0.002-t}{0.002-0.001} & 0.001\leqslant t<0.002\\[2ex] 0 & \text{其他}\end{cases}$$

$$\underset{\sim}{\mu_2}(t)=\begin{cases}\dfrac{t-0.001}{0.002-0.001} & 0.001\leqslant t<0.002\\[2ex] \dfrac{0.01-t}{0.01-0.002} & 0.002\leqslant t<0.01\\[2ex] 0 & \text{其他}\end{cases}$$

$$\underset{\sim}{\mu_3}(t)=\begin{cases}0 & t<0.002\\[2ex] \dfrac{t-0.002}{0.01-0.002} & 0.002\leqslant t<0.01\\[2ex] 1 & t\geqslant 0.01\end{cases}$$

$$\underset{\sim}{\mu_1}(0.0012)=0.8,\underset{\sim}{\mu_2}(0.0012)=0.2,\underset{\sim}{\mu_3}(0.0012)=0$$

1.2.4 借助已知的模糊分布

在模糊数学中已经针对有关的变量建立了一些隶属函数，我们可以根据所研究的问题，选择其中的某个分布作为隶属函数．这里应注意两个问题：

(1) 根据实际问题中指标的不同类型，选择不同的分布．

通常，指标集分为以下几种类型：成本型、效益型、适度型、区间型等．成本型是指数值越小越好的指标；效益型是指数值越大越好的指标；适度型也称固定型是指数值越接近某个常数越好的指标；区间型是指数值越接近某个区间（包括落在该区间）越好的指标．

成本型应选取单调不增的分布；效益型指标应选取单调不减的分布；适度性和区间型应选取对称型分布．

(2) 选取的分布中的参数要根据已知数据和经验恰当地确定．

例如，设 x 表示销售量，$\underset{\sim}{A}$ 表示"畅销"，$\underset{\sim}{B}$ 表示"滞销"，于是可建立如下的隶属函数：

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)=\begin{cases}0 & x\leqslant c \\ & \qquad (a,b>0) \\ \dfrac{1}{1+[a(x-c)]^{-b}} & x>c\end{cases}$$

$$\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)=\begin{cases}1 & x\leqslant c \\ & \qquad (a,b>0) \\ \dfrac{1}{1+[a(x-c)]^{b}} & x>c\end{cases}$$

上述的隶属函数中的参数 a,b,c 的选取不同所得到的隶属函数也不同，比如参数 c，就必须根据某种商品的历史销售量来确定，而且 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$，$\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)$ 中的 c 值也不同，即使是同一种商品也是如此．

1.2.5　利用 Matlab 中的模糊工具箱建立隶属度函数

在 Matlab 模糊工具箱里有以下隶属度函数(membership function)：

(1) 高斯型函数

格式：y = gaussmf(x,[sig,c])

说明：c = mean(x),sig = std(x) 分别表示数据 x 的均值与标准差

例 7　某地区十年降水量如下，试建立'降水量适中'的隶属度函数

276.2 251.6 192.7 246.2 291.7 466.5 258.6 453.4 158.2 324.8

解：在 Matlab 中键入：

```
a = [276.2 251.6 192.7 246.2 291.7 466.5 258.6 453.4 158.2 324.8];
mean(a); std(a); h = lillietest(a)
```

由于　h = 0，数据服从正态分布，可以使用高斯型函数，在 Matlab 中键入：

```
y = gaussmf(a,[std(a),mean(a)]);
plot(a,y,'*')
```

我们得到每年降水量关于'降水量适中'的隶属度及其散点图

表 1-1　每年降水量关于'降水量适中'的隶属度

年份	降水量	隶属度	年份	降水量	隶属度
1981	276.2	0.9877	1986	466.5	0.2197
1982	251.6	0.9220	1987	258.6	0.9460
1983	192.7	0.6123	1988	453.4	0.2735
1984	246.2	0.9009	1989	158.2	0.4104
1985	291.7	1.0000	1990	324.8	0.9478

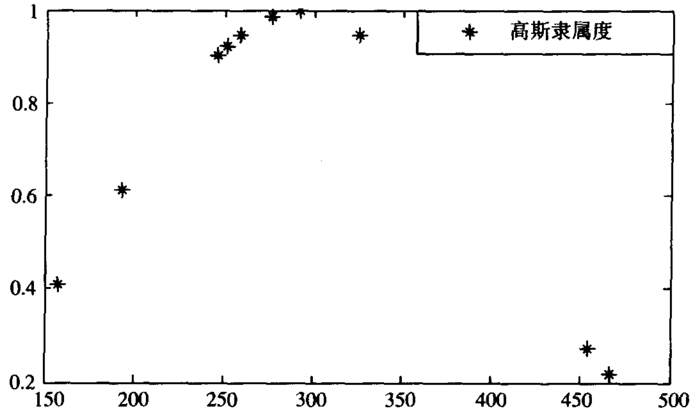


图 1-1　'降水量适中'隶属度

注：1° 此处的计算公式为 $y = e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$，$\mu$，$\sigma$ 分别为均值和标准差；

2° 显然均值处隶属度等于 1，对于实际问题可能未必如此．

(2) 三角形函数

格式：y = trimf(x,[a,b,c])

说明：$a < b < c$，函数在 $x = b$ 点隶属度为 1，在 a，c 处隶属度为零，函数表达式为：

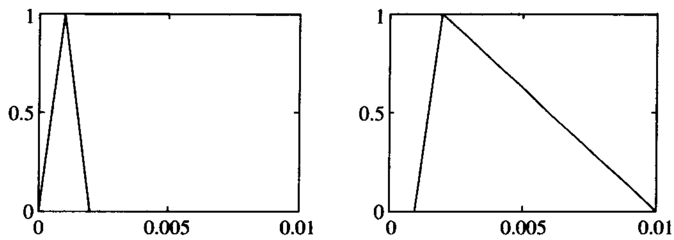
$$f(x,a,b,c) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} & a \leqslant x < b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & b \leqslant x < c \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

例 8　利用 Matlab 建立例 6 中一级、二级水的隶属度

解：x = [0 : 0.001 : 0.01];

```
y1 = trimf(x,[0,0.001,0.002]);
subplot(121),plot(x,y1);
y2 = trimf(x,[0.001,0.002,0.01]);
subplot(122),plot(x,y2)
```

得到和例 6 同样的隶属度函数,隶属度函数图形如图 1 - 2 所示



一级水隶属度函数　　二级水隶属度函数

图 1 - 2

(3) 梯形函数

格式:y = trapmf(x,[a,b,c,d])

说明:参数 x 用于指定变量的论域范围,参数 a,b,c,d 用于指定梯形隶属度函数的形状,要求 $a \leqslant b, c \leqslant d$.

例 9　作出例 6 中三级水的隶属度函数图形

解:x = [0 : 0.001 : 0.014];

y3 = trapmf(x,[0.002,0.01,0.1,0.2]);

plot(x,y3,'*') 图形如图 1 - 3 所示,(通常称为升半梯形分布)

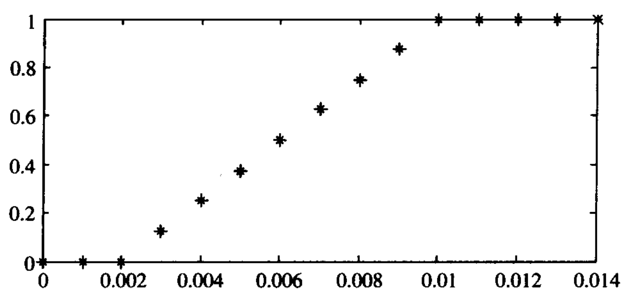


图 1 - 3　三级水的隶属度函数图形

(4) 钟型函数

格式:y = gbellmf(x,[a,b,c])

说明:a、b、c 决定钟型函数的形状和位置,其中 c 点隶属度为 1,a,b 通常