

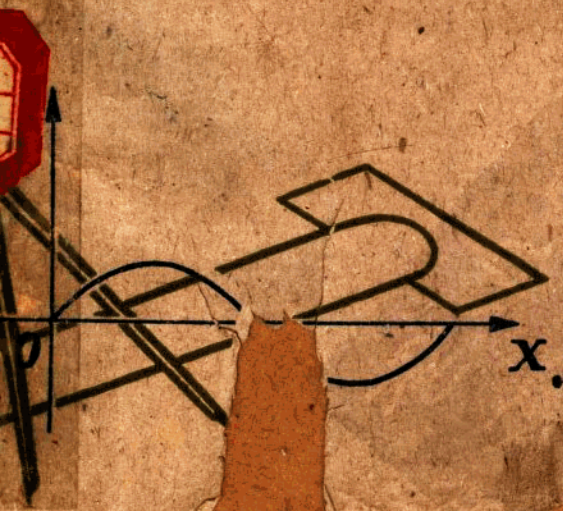
职工业余中等学校课本

中等数学

ZHONGDENG SHUXUE

第一册

上海教育出版社



說 明

我局 1960 年編写的职工业余中等学校“中等数学”課本，經過一年来的試教，一般能够符合中等阶段学員获得系統的数学知識，为学习专业课程打好基础的要求。但是，还存在着几何图形知識不够系統、不够完整，部分章节內容要求偏深，部分知識叙述过簡等缺点。这次修改时增添了直綫形与圓两章几何图形知識，把直綫方程圓錐曲綫和原第七章等解析几何內容移到第三冊里，作为学习微分、积分的預备知識。并且考虑到学員的接受能力，刪去了近似計算的內容，重点修改了有理指数幂与根式一节。此外，还补充了例題、习題。

数学本书的目的是，使学員牢固地掌握为进一步学习基础技术課程和专业課程所必需的数学基本知識和基本技能，也就是使他們能够正确、迅速、合理地进行代数式的恒等变换，布列方程和解方程；能够正确理解函数的意义、掌握初等函数的图象和性质；能够牢固掌握簡單平面图形的基本概念和性质、会作簡單的几何图形；并且能够綜合应用所获得的知識来解决实际問題。同时通过教学逐步培养学員的邏輯思維能力和辯证唯物主义观点。

本书分为三冊，第一冊包括整式、分式、实数、有理指数的幂和根式，直綫形，一次函数，二次函数等五章。第二冊包括指数函数、对数函数，圓，三角函数，复数等四章。第三冊包括平面解析几何，函数极限，一元函数的微积分和常微分方程等內容。

本书适用于初中、中专一貫制的中等学校的学員学习。第一冊需 150 課时，第二冊約需 110 課时，第三冊是机动教材，教学时当增刪內容，約需 100 課时。

上海市业余教育局

一九五十二月

0-1175

0.63 元

目 录

第一章 整式和分式	1
一 整式	1
1. 整式	1
2. 整式的加法和减法	2
3. 整式的乘法	5
4. 整	12
5. 乘	14
二 多项式	21
6. 多项式的因式分解的意义	21
7. 提取公因式法	22
8. 分组分解法	23
9. 应用乘法公式分解法	25
10. 多项式因式分解的一般步骤	30
三 分式	32
11. 分式	32
12. 分式的基本性质	34
13. 分式的加法和减法	35
14. 分式的乘法	41
15. 分式的除法	42
第二章 有理指数的幂和根式	47
一 实数	47
16. 方根	47
17. 方根的性质	47

18. 无理数	53
---------	----

19. 实数	54
--------	----

二 有理指数的幂	57
----------	----

20. 整数指数的幂	57
------------	----

21. 分数指数的幂	61
------------	----

三 根式	65
------	----

22. 根式	65
--------	----

23. 最简根式	67
----------	----

24. 根式的加法和减法	69
--------------	----

25. 根式的乘法和除法	71
--------------	----

26. 分母有理化	75
-----------	----

第三章 直线形	81
---------	----

一 直线的位置关系	81
-----------	----

27. 直线	81
--------	----

28. 直线的相互位置	82
-------------	----

29. 平行线的判定和它的性质	85
-----------------	----

二 三角形	93
-------	----

30. 三角形里的主要线段	93
---------------	----

31. 三角形内角的和	94
-------------	----

32. 轴对称图形	97
-----------	----

33. 等腰三角形的性质	103
--------------	-----

34. 全等形	103
---------	-----

35. 三角形全等的判定方法	104
----------------	-----

36. 直角三角形全等的判定方法	110
------------------	-----

37. 三角形的边角关系	111
--------------	-----

38. 基本作图	120
----------	-----

三 平行四边形	126
---------	-----

39. 平行四边形	126
40. 矩形、菱形、正方形	129
四 相似三角形	133
41. 成比例的线段	133
42. 作图题	136
43. 相似三角形	137
44. 三角形相似的判定方法	139
45. 直角三角形相似的判定	147
第四章 一次函数	155
一 函数	155
46. 常量和变量	155
47. 函数	156
48. 函数的定义域和值域	157
49. 函数关系的表示法	159
50. 平面里的直角坐标系	161
51. 函数的图象	163
二 一次函数	167
52. 一次函数	167
53. 函数 $y=kx$ 的图象	167
54. 函数 $y=kx+b$ 的图象	169
55. 一元一次不等式	171
三 一次方程组	180
56. 二元一次方程	180
57. 二元一次方程的解	183
58. 二元一次方程组	183
59. 解二元一次方程组	184
60. 二元一次方程组解的讨论	199

61. 可以化为二元一次方程組的方程組的解法	201
------------------------	-----

62. 經驗方程	205
----------	-----

63. 三元一次方程組	208
-------------	-----

第五章 二次函数	219
-----------------	-----

一 二次函数	219
--------	-----

64. 二次函数	219
----------	-----

65. 函数 $y=ax^2$ 的图象	220
---------------------	-----

66. 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象	222
--------------------------	-----

二 一元二次方程	230
----------	-----

67. 一元二次方程	230
------------	-----

68. 一元二次方程的解法	230
---------------	-----

69. 一元二次方程的根与系数的关系	238
--------------------	-----

70. 可以化为二次方程的方程	242
-----------------	-----

三 一元二次不等式	248
-----------	-----

71. 一元二次不等式	248
-------------	-----

四 二元二次方程組	257
-----------	-----

72. 二元二次方程組	257
-------------	-----

73. 二元二次方程組的一般解法	257
------------------	-----

第一章 整式和分式

一 整 式

1. 整式 在初等数学里我們已經知道, 用字母或者数字表示数, 并且用指明的运算符号把它們联結起来得到的式子叫做代数式. 单独的一个字母或者一个数, 也可以看做代数式. 例如,

$$3; a; -\frac{2}{3}a; -a^2b; x-y^2; 3x^2-\frac{1}{2}x+4$$

等都是代数式. 这些代数式的分母都不含有字母, 我們把它們叫做整式.

在整式里, 数和字母的乘积叫做单項式. 单独一个数或者一个字母也作为单項式. 例如, 上面这些整式里, 前面四个都是单項式. 几个单項式的代数和叫做多項式. 每一个单項式叫做多項式的項. 例如, 上面这些整式里, x 和 $-y^2$ 是多項式 $x-y^2$ 的項, $3x^2$ 、 $-\frac{1}{2}x$ 和 4 是多項式 $3x^2-\frac{1}{2}x+4$ 的項. 如果几个項所含有的字母相同, 相同字母的指数也相同, 那末不論它們的系数是否相同, 都叫做同类項. 多項式里的同类項可以把它們合并, 例如:

$$4a^2-3x+0.5a^2-2x=4.5a^2-5x.$$

为了运算方便, 我們經常把一个多項式的各項按照其中某一个字母的幂的次数加以排列. 例如, 多項式

$$2x^3-x^2-8x+5$$

是按照 x 的幂的指数逐漸减少的順序来排列的. 这样排列叫做按照字母 x 的降幂排列.

上面多项式也可以按照 x 的幂的指数逐渐增加的顺序来排列, 叫做

$$5 - 8x - x^2 + 2x^3.$$

这样排列叫做按照字母 x 的升幂排列.

按照某个字母排列的多项式, 把含有这个字母的指数最大的项, 叫做它的最高项, 不含有变数字母的项叫做常数项.

例 1 按照 x 的降幂排列多项式

$$x^3 - 2x^2 - 4x^4 + x.$$

并且指出它的最高项

解 $x^3 - 2x^2 - 4x^4 + x = -4x^4 + x^3 - 2x^2 + x.$

它的最高项是 $-4x^4$.

例 2 按照 y 的升幂排列多项式

$$3x^2y + 4xy^2 + x^3 - 2y^3.$$

解 $3x^2y + 4xy^2 + x^3 - 2y^3 = x^3 + 3x^2y + 4xy^2 - 2y^3.$

2. 整式的加法和减法

例 1 计算:

$$8a^2b + (-3ab^2) + (-10a^2b) + (+ab) + (+4ab^2).$$

解 $8a^2b + (-3ab^2) + (-10a^2b) + (+ab) + (+4ab^2)$

$$= 8a^2b - 3ab^2 - 10a^2b + ab + 4ab^2$$

$$= 8a^2b - 10a^2b + ab + 4ab^2 - 3ab^2$$

$$= -2a^2b + ab + ab^2.$$

例 2 计算:

$$-\frac{2}{3}x^2 - (-4x) - \left(+\frac{5}{6}x^2\right).$$

解 $-\frac{2}{3}x^2 - (-4x) - \left(+\frac{5}{6}x^2\right)$

$$= -\frac{3}{3}x^2 + 4x - \frac{5}{6}x^2$$

$$= -\frac{4}{6}x^2 + 4x - \frac{5}{6}x^2$$

$$= -\frac{9}{6}x^2 + 4x = -\frac{3}{2}x^2 + 4x.$$

把几个单项式相加减,只要把它们写成代数和的形式,并且合并同类项.

例 3 计算: $(4a^2b - ab^2) + (3ab^2 - 5a^2b)$.

解 $(4a^2b - ab^2) + (3ab^2 - 5a^2b)$

$$= 4a^2b - ab^2 + 3ab^2 - 5a^2b$$

$$= -a^2b + 2ab^2.$$

例 4 计算: $(7a^3 - b^3 + 4a^2b - 2ab^2) - (5a^3 + 4ab^2 - 2b^3)$.

解 $(7a^3 - b^3 + 4a^2b - 2ab^2) - (5a^3 + 4ab^2 - 2b^3)$

$$= 7a^3 - b^3 + 4a^2b - 2ab^2 - 5a^3 - 4ab^2 + 2b^3$$

$$= 2a^3 + 4a^2b - 6ab^2 + b^3.$$

把几个多项式相加减,要先去掉括号,然后按照单项式相加减的法则运算.

例 5 计算:

$$(2x^3 + 5 + 6x - 3x^2) + (x^3 - 6x + 9) + (1 - 4x^2 - x^3).$$

解 多项式的加减法,也可以象整数的加减法那样用竖式来演算.

先把上面的多项式按照 x 的降幂排列,再把同类项上下对齐,写成:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 6x + 5 \\ x^3 - 6x + 9 \\ +) x^3 - 4x^2 + 1 \\ \hline 2x^3 - 7x^2 + 15 \end{array}$$

$$\therefore \textcircled{1} \quad (2x^3 + 5 + 6x - 3x^2) + (x^3 - 6x + 9) + (1 - 4x^2 - x^3) \\ = 2x^3 - 7x^2 + 15.$$

习 题 一

1. 把下列各多项式按照字母 x 的降幂来排列:

(1) $13x - 3x^2 - 2x^3 - 6$;

(2) $15x - 3x^4 + 5x^3 - 9x^2$;

(3) $\frac{2}{3}x^2 - 5x + 4 - \frac{1}{4}x^4$;

(4) $xy^4 - 4x^4y + 0.3x^2y^3 - 1.5x^3y^2$.

2. 把多项式 $xy^4 + 4x^4y - 8x^2y^3 - 7x^3y^2$ 按照字母 y 的降幂来排列.

3. 计算下列各题:

(1) $\frac{2}{5}x^2y - (-\frac{1}{6}x^2y)$;

(2) $4a^2b + (-2ab^2) + 5a^2b + (-ab)$;

(3) $(-6xy) + (-\frac{1}{2}xy) - (-\frac{1}{4}xy)$;

(4) $(x^2 + xy) + (x^2 - 2xy)$;

(5) $(x^2 - 4x) + (-\frac{1}{2}x^2 - 6x)$;

(6) $(4a^2 + ab) - (5a^2 - 8ab)$;

(7) $(-13b^2 - 5a^2) - (a^2 + 0.8b^2)$;

(8) $(\frac{1}{4}x - y) + (-0.2x - \frac{3}{4}y)$, 如果 $x = 3.4$, $y = 7.24$, 求它的值;

(9) $\frac{3}{4}ab - (\frac{1}{2}ab - 3a^2) + (-\frac{1}{8}ab - \frac{5}{4}a^2)$,

① 为了方便起见, 我们用符号“ $\because$ ”和“ $\therefore$ ”分别表示“因为”和“所以”.

如果 $a=0.6$, $b=4.8$, 求它的值;

(10) $(x^2+4x-5)+(-x^2+3x+2)$;

(11) $(7x^2-4xy-y^2)-(2x^2+2y^2-xy)$;

(12) $(1x^3-5x^2+x-1)-(x^3-2x-4)$;

(13) $(x^2+2xy+y^2)+(x^2-y^2)+(x^2-2xy+y^2)$;

(14) $(2a^3+5a^2+3a-1)+(3-8a+2a^2-6a^3)-(3a-a^3-2a^2-5)$.

4. 第一車間共有 a 个工人, 第二車間里的工人數是第一車間的
一倍半, 第三車間是第一車間的 2 倍, 这三个車間共有多少个
工人?
5. 矩形的長等于寬的 3 倍, 已知矩形的寬是 x 厘米, 長比寬多
多少厘米?
6. 一个三角形三邊的長分別是 $(x+3)$ 厘米, $(3x+4)$ 厘米和
 $(2x+5)$ 厘米, 求它的周長.
7. 某工厂在第一季度里共制成新产品 a 种, 二月份制成了其中
的 $\frac{2}{9}$, 三月份制成了其中的 $\frac{1}{3}$ 还多 5 种, 三月份比二月份多制
成新产品多少种?

3. 整式的乘法

1. 同底數的冪的乘法

例 1 計算: $3^2 \times 3^3$.

解
$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^3 &= (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= 3^5. \end{aligned}$$

例 2 計算: $x^3 \cdot x^4$.

解 $x^5 \cdot x^4 = (xxxxx) \cdot (xxxx)$

$$= xxxxxxxx$$

$$= x^9.$$

例 1、例 2 是求同底数幂的乘积。观察已知的因数和它们的积，可以得到：

$$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}; \quad x^3 \cdot x^4 = x^{3+4}.$$

一般地说：

$$a^m \cdot a^n = (\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ 个}}) \cdot (\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ 个}})$$

$$= \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m+n \text{ 个}}$$

$$= a^{m+n}.$$

(m 和 n 都是正整数)

这就是说，同底数的幂相乘，底数不变，把各因式的指数的和做指数。

例 3 计算： $y^3 \cdot y \cdot y^5$.

解 $y^3 \cdot y \cdot y^5 = y^{3+1+5} = y^9$.

2. 幂的乘方

例 1 计算： $(5^2)^3$.

解 $(5^2)^3 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2$
 $= 5^{2+2+2}$
 $= 5^{2 \times 3} = 5^6.$

从例 1 里我们可以得到：

$$(5^2)^3 = 5^{2 \times 3}.$$

同样的，

$$(a^2)^3 = a^{2 \times 3}, \quad (a^4)^3 = a^{4 \times 3}$$

等等。一般地说：

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ 个}} = a^{m+m+\dots+m} = a^{mn}.$$

(n 个)

(m, n 是正整数)

这就是说，把一个幂乘方，底数不变，只要把这个幂的指数乘以乘方的次数

例 2 计算： $(x^3)^5$.

解 $(x^3)^5 = x^{3 \times 5} = x^{15}$.

例 3 计算： $(a^2)^3 \cdot (a^3)^2$.

解 $(a^2)^3 \cdot (a^3)^2 = a^6 \cdot a^6 = a^{12}$.

3. 单项式的乘法和乘方

例 1 计算： $3ax^2 \cdot (-5abx)$.

解 $3ax^2 \cdot (-5abx)$
 $= 3 \cdot a \cdot x^2 \cdot (-5) \cdot a \cdot b \cdot x$
 $= [3 \cdot (-5)] \cdot (a \cdot a) \cdot b \cdot (x^2 \cdot x)$
 $= -15a^2bx^3.$

单项式乘以单项式，只要把它们系数相乘，相同字母的指数相加；只在一个单项式里含有的字母，连同它的指数写在积里。

例 2 计算： $(-3x) \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2y\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}yz^2\right)$.

解 $(-3x) \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2y\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}yz^2\right)$
 $= -2x^3y \cdot \left(-\frac{3}{4}yz^2\right)$
 $= -\frac{3}{2}x^3y^2z^2.$

例3 計算: $(2ax)^3$.

解 $(2ax)^3 = (2ax) \cdot (2ax) \cdot (2ax)$

$$= (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (a \cdot a \cdot a) \cdot (x \cdot x \cdot x)$$

$$= 2^3 a^3 x^3$$

$$= 8a^3 x^3$$

一般地說:

$$(ab)^n = \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdots (ab)}_{n \text{ 个}}$$

$$= \underbrace{aa \cdots a}_{n \text{ 个}} \cdot \underbrace{bb \cdots b}_{n \text{ 个}}$$

$$= a^n b^n$$

這就是說, 把一個單項式乘方, 先把單項式的系數乘方, 再把各字母的指數分別乘以乘方的次數.

例4 計算: $\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)^4$.

解 $\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^4 (x^2)^4 y^4$

$$= \frac{16}{81} x^8 y^4$$

4. 多項式的乘法

例1 計算: $(3xy^2 + 5xy) \cdot (-2ax)$.

解 $(3xy^2 + 5xy) \cdot (-2ax)$

$$= 3xy^2(-2ax) + 5xy(-2ax)$$

$$= -6ax^2y^2 - 10axy^2$$

例2 計算: $\left(\frac{1}{5}m^2 - 7n^2\right) \cdot \frac{1}{5}m^2$.

解 $\left(\frac{1}{5}m^2 - 7n^2\right) \cdot \frac{1}{5}m^2$

$$= \left(\frac{1}{5}m^2\right)^2 - 7n^2 \cdot \frac{1}{5}m^2$$

$$= \frac{1}{25}m^4 - \frac{7}{5}m^2n^2.$$

例3 計算: $(2x+3y)(3x-y)$.

解 $(2x+3y)(3x-y)$

$$= (2x+3y) \cdot 3x + (2x+3y)(-y)$$

$$= 6x^2 + 9xy - 2xy - 3y^2$$

$$= 6x^2 + 7xy - 3y^2.$$

多項式乘以多項式, 先把一個多項式的各項乘以另一個多項式的每一項, 再把所得的積相加.

例4 計算: $(4x+3x^2-2)(2x+3)$.

解 $(4x+3x^2-2)(2x+3)$

$$= 8x^2 + 6x^4 - 4x + 12x + 9x^3 - 6$$

$$= 6x^4 + 9x^3 + 8x^2 + 8x - 6.$$

例5 計算: $(x^3-2x^2+3x-5)(x-2x^2-1)$.

解 多項式的乘法, 也可以象整數的乘法那樣, 用豎式來演

算.

先把上面的多項式按照 x 的降冪排列, 然後做乘法:

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + 3x - 5 \\ \times) -2x^2 + x - 1 \\ \hline -2x^5 + 4x^4 - 6x^3 + 10x^2 \\ + x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 5x \\ - x^3 + 2x^2 - 3x + 5 \\ \hline -2x^5 + 5x^4 - 9x^3 + 15x^2 - 8x + 5 \end{array}$$

$$\therefore (x^3-2x^2+3x-5)(x-2x^2-1)$$

$$= -2x^5 + 5x^4 - 9x^3 + 15x^2 - 8x + 5.$$

习 题 二

1. 口答下列各题:

- | | |
|---|----------------------|
| (1) $a^5 a^5$; | (2) $b^3 b^7$; |
| (3) $x^3 x^4 x$; | (4) $yy^2 y^3 y^4$; |
| (5) $2^3 \cdot 2^2$; | (6) $5^2 \cdot 5$; |
| (7) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3$. | |

2. 计算下列各题:

- | | |
|--|--------------------|
| (1) $(a^4)^3$; | (2) $(x^2)^4$; |
| (3) $(a^3)^n$; | (4) $(y^n)^2$; |
| (5) $(10^3)^3$; | (6) $(2^3)^2$; |
| (7) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^2$; | (8) $[(-1)^2]^3$. |

3. 计算下列各题:

- | | |
|---|---|
| (1) $(6y^3)(-3y)$; | (2) $(-6a^4)\left(-\frac{1}{2}a^2\right)$; |
| (3) $(-8x^2y)(-2xy^3)$; | (4) $(3a^2b^3)(-2a^3b^3)$; |
| (5) $(5a^2b^3)(-4a^3bc)(-5ab^2)$; | |
| (6) $(-3x)\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)\left(-\frac{3}{4}y^2x\right)$; | |
| (7) $(axy)^3$; | (8) $\left(-\frac{1}{3}ax\right)^2$; |
| (9) $(4m^3)^2$; | (10) $\left(-\frac{1}{2}a^2x\right)^3$; |
| (11) $\left(\frac{2}{3}a^2b^3c\right)^2$; | (12) $(-5ax^2)^3(-2b^2x)^4$. |

4. 用等号“=”或者不等号“ $\neq$ ”把下面各组里的两个数联接起来:

- (1) $5^2 \times 5^3$ 和 5^6 ; (2) $(5^2)^3$ 和 5^6 ;
 (3) $(7^4)^3$ 和 $(7^3)^4$; (4) $(9^4)^3$ 和 9^7 ;
 (5) $(2 \times 3 \times 5)^3$ 和 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$;
 (6) $(-7 \times 5)^4$ 和 $-7^4 \times 5^4$.

5. 计算下列各题:

- (1) $(2y-5) \cdot 7n$, $-6ny \cdot (5y-2n)$;
 (2) $(4n^2+7n+3) \cdot 4n^2$, $-2x \cdot (x^2-2x+1)$;
 (3) $(2x^2-3x+5) \cdot 4x^3+x(x^4-1)(x^2-1)$;
 (4) $\left(\frac{5}{6}n^2x^2y^2\right)\left(-\frac{5}{6}n^2y\right)$; (5) $(3a-2)(2a-1)$;
 (6) $(a-b)(c-d)$; (7) $(2a-b)\left(\frac{1}{2}c-4d\right)$;
 (8) $(5x+8y)(2x-3y)$; (9) $(a+b)(a-b)$;
 (10) $(a+b)(a+b)$; (11) $(2y^2+4y-3)(y-1)$;
 (12) $(x^2+2xy+y^2)(x+y)$;
 (13) $(a^3+4a+5a^2-1)(3-a)$;
 (14) $(3x^3-1-x)(x^2+4x+1)$.

6. 解方程: $(2x-3)(x+4) = (x-1)(2x+5)$.

7. 一块正方形的铁板, 一边截去 2 厘米, 一边截去 3 厘米, 剩下的面积比原来的小 44 平方厘米, 求原来的面积.

8. 扩建厂房, 划定矩形地基一块, 为了节约用地, 把原地基的长和宽各减少 7 米, 但按这样减少后不能符合厂房的需要. 经过研究, 把原地基的长减少 $20\frac{1}{2}$ 米, 宽不变, 这样既符合需要, 又和原来打算节约下来的面积一样. 已知原来矩形地基的长是宽的 2 倍, 求它的长和宽, 以及节约用地的面积.