快乐大本·优秀教材辅导
KUAILE DABEN
YOUXIUJIAOCAIFUDAO

材料力学
习题精解精练

（配刘鸿文第四版教材·高教版）

主 编 李冬华

● 课后习题 精析 精解
● 同步训练 勤学 勤练

XITI
JINGJIEJINGLIAN

哈尔滨工程大学出版社


材料力学
习题精选精练

快乐大本·优秀教材辅导
KUAILE DABEN
YOUXIUJIAOCAIFUDAO

材料力学
习题精解精练

（配刘鸿文第四版教材·高教版）

主　编 李冬华
副主编 周新伟 王海波
主　审 朱加铭

XITI
JINGJIEJINGLIAN

哈尔滨工程大学出版社

内容简介

本书是配合刘鸿文主编的《材料力学Ⅰ、Ⅱ》(第四版)教材而编写的辅导书。本书按教材的章节顺序编排,每章包括书后习题解析和同步训练题两部分内容,旨在帮助学生熟练掌握解题的基本方法和技巧,巩固所学的知识,开阔视野。

本书可作为高等学校学生学习材料力学的辅导书,也可供教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学习题精解精练/李东华主编.—哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2007.4

ISBN 978-7-81073-974-0

Ⅰ.材… Ⅱ.李… Ⅲ.材料力学-高等学校-解题 Ⅳ.T301-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第046908号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区东大直街124号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传　　真 0451-82519699
经　　销 新华书店
印　　刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂
开　　本 787mm×1 092mm 1/16
印　　张 19.25
字　　数 400千字
版　　次 2007年4月第1版
印　　次 2007年4月第1次印刷
定　　价 20.00元
http://press.hrbeu.edu.cn
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前　　言

材料力学是高等工科院校开设的一门重要的技术基础课。材料力学课程具有理论与实践相结合、系统性强、逻辑严谨的特点。学好这门课程，不仅要掌握好它的基本理论和基本分析方法，而且要完成一定数量的习题。为了帮助广大学生正确掌握本门课程的基本理论，提高分析问题解决问题的能力，提高学习效率，我们编写了这本《材料力学习题精解精练》一书。针对学生们反映“上课一听就懂，书一看就会，习题一做就错”的问题，在书中安排了同步训练题。同步训练题中选取了全国通用材料力学试题库的一些试题，旨在启发学生思维，注重掌握各章的基本概念，提高独立思考的能力。希望本书能对材料力学的学习者有所帮助。

本书依据刘鸿文主编的《材料力学》(第四版)而编写，对书中习题作出解答。因后四章(平面曲杆、厚壁圆筒和旋转圆盘、矩阵位移法、杆件的塑性变形)超出教育部颁发的“高等学校本科基础课程教学基本要求”的规定范围，所以，后四章的习题(共 51 题)没有纳入本习题解答之内。

本书分成十五章。王海波编写了第 1 章、第 2 章、第 3 章；陆夏美编写了第 4 章、第 5 章；郭颖编写了第 6 章、第 7 章；周新伟编写了第 8 章、第 9 章、第 10 章、第 11 章；李冬华编写了第 12 章、第 13 章、第 14 章、第 15 章。全书由李冬华任主编，哈尔滨工程大学朱加铭教授任主审，本书的编写得到了工程力学系教师大力支持，在编写中使用了大家多年教学中积累的素材。在此一并表示感谢。

由于我们的水平有限，书中错误再所难免，欢迎广大读者指正。

编　者

2007 年 3 月

目　　录

第1章　绪　　论

书后习题解析

1.1　对图 1－1(a) 所示钻床,试求 $n-n$ 截面上的内力。

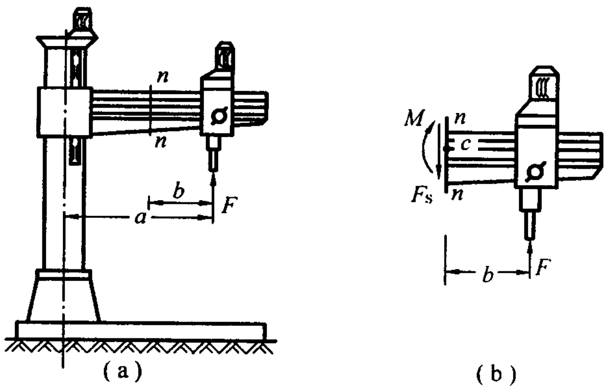


图 1－1

解　应用截面法,取图 1－1(a) 所示截面 $n-n$ 以右部分作为研究对象,其受力如图1－1(b) 所示。由平衡条件 $\sum F_y = 0, F - F_S = 0$,和 $\sum M_C = 0, Fb - M = 0$,解得 $F_S = F, M = Fb$。

1.2　试求图 1－2(a) 所示结构 $m-m$ 和 $n-n$ 两截面上的内力,并指出 AB 和 BC 两杆的变形属于何类基本变形。

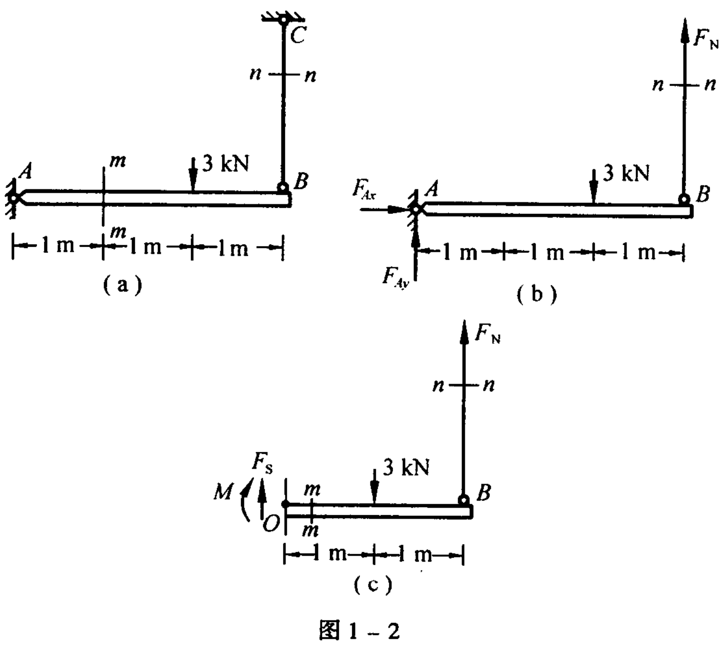


图 1－2

解 应用截面法，对图 1－2(a) 取截面 $n-n$ 以下部分为研究对象，受力如图 1－2(b) 所示。由平衡条件 $\sum M_A=0, F_N\times 3-3\times 2=0$，解得 $F_N=2\ \text{kN}$。

BC 杆的变形属于拉伸变形。

应用截面法，取图 1－2(a) 所示截面 $m-m$ 以右及 $n-n$ 以下部分作为研究对象，其受力如图 1－2(c) 所示。由平衡条件 $\sum M_O=0, F_N\times 2-3\times 1-M=0, \sum F_y=0, F_S+F_N-3=0$，解得 $M=1\ \text{kN}\cdot\text{m}, F_S=1\ \text{kN}$。

AB 杆的变形属于弯曲变形。

1.3 在图 1－3(a) 所示的简易吊车横梁上，F 力可以左右移动。试求截面 1－1 和 2－2 上的内力及其最大值。

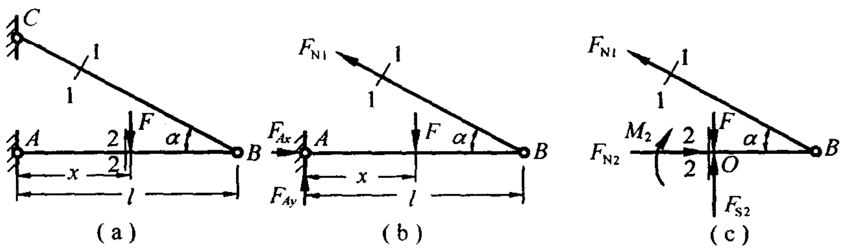


图 1－3

解 应用截面法，取图 1－3(a) 所示截面 1－1 以右部分作为研究对象，其受力如图 1－3(b) 所示。由平衡条件 $\sum M_A=0, F_{N1}l\sin\alpha=Fx$，解得 $F_{N1}=Fx/(l\sin\alpha)$。因 x 的变化范围是 $0\leqslant x\leqslant l$，所以当 $x=l$ 时，F_{N1} 达到最大值，即 $F_{N1\max}=F/\sin\alpha$。

应用截面法，取图 1－3(a) 所示截面 1－1 和 2－2 以右部分作为研究对象，受力如图1－3(c) 所示。由平衡条件 $\sum F_x=0, F_{N2}-F_{N1}\cos\alpha=0$；$\sum F_y=0, F_{S2}-F+F_{N1}\sin\alpha=0$；$\sum M_O=0, F_{N1}\sin\alpha(l-x)-M_2=0$，解得 $F_{N2}=xF\cot\alpha/l, F_{S2}=(1-x/l)F, M_2=(l-x)Fx/l$。

当 $x=l$ 时，N_2 达到最大值，即 $F_{N2\max}=F\cot\alpha$；当 $x=0$ 时，F_{S2} 达到最大值，即 $F_{S2\max}=F$；当 $x=l/2$ 时，M_2 达到最大值，即 $M_{2\max}=Fl/4$。

1.4 如图 1－4 所示，拉伸试样上 A，B 两点距离 l 称为标距。受拉力作用后，用变形仪量出两点距离增量 $\Delta l=5\times 10^{-2}\ \text{mm}$。若 l 的原长 $l=100\ \text{mm}$，试求 A 与 B 两点的平均应变 ε_m。

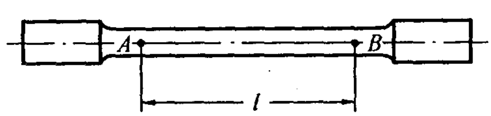


图 1－4

解 由线应变的定义可知 AB 的平均应变为

$$\varepsilon_m=\Delta l/l=5\times 10^{-2}/100=5\times 10^{-4}$$

1.5 图 1－5 所示的三角形薄板因受外力作用而变形，角点 B 垂直向上的位移为0.03 mm，但 AB 和 BC 仍保持为直线。试求沿 OB 的平均应变，并求 AB 与 BC 两边在 B 点的角度改变。

解 由线应变的定义可知，沿 OB 的平均应变为

$$\varepsilon_m=(OB'-OB)/OB=0.03/120=2.5\times 10^{-4}$$

由角应变的定义可知，在 B 点的角应变为

$$\gamma=\frac{\pi}{2}-\angle AB'C=\frac{\pi}{2}-2\left(\arctan\frac{OA}{OB'}\right)=\frac{\pi}{2}-2\left(\arctan\frac{120}{120.03}\right)=2.5\times 10^{-4}\ \text{rad}$$

1.6 图 1－6 所示的圆形薄板半径为 R，变形后 R 的增量为 ΔR。若 $R=80\ \text{mm}, \Delta R=3\times 10^{-3}\ \text{mm}$，试求沿半径方向和外圆圆周方向的平均应变。

解　由线应变的定义可知，沿半径方向的平均应变为 $\varepsilon_{径} = \Delta R/R = 3\times10^{-3}/80 = 3.75\times10^{-5}$；沿圆周方向的平均应变为 $\varepsilon_{周} = \dfrac{2\pi(R+\Delta R)-2\pi R}{2\pi R} = \dfrac{2\pi\Delta R}{2\pi R} = \dfrac{3\times10^{-3}}{80} = 3.75\times10^{-5}$。

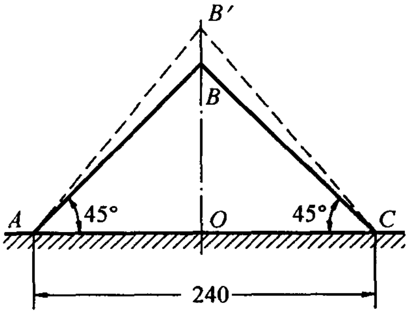


图 1－5

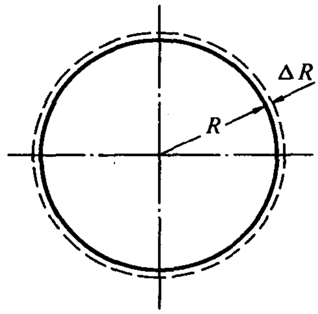


图 1－6

同步训练题

求图 1－7 所示折杆 1－1 和 2－2 截面的内力，并在分离体上画出内力的方向。

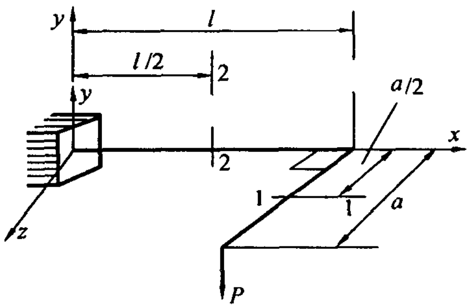


图 1－7

同步训练题答案

解　1－1 截面 $F_{x1}=0, F_{y1}=P, F_{z1}=0; M_{x1}=-\dfrac{1}{2}Pa, M_{y1}=0, M_{z1}=0$。

2－2 截面 $F_{x2}=0, F_{y2}=P, F_{z2}=0; M_{x2}=-Pa, M_{y2}=0, M_{z2}=\dfrac{1}{2}Pl$。

第2章　拉伸、压缩与剪切

书后习题解析

2.1　试求图2－1所示的各杆1－1,2－2,3－3截面上的轴力,并作轴力图。

解　轴力图如图2－1所示。

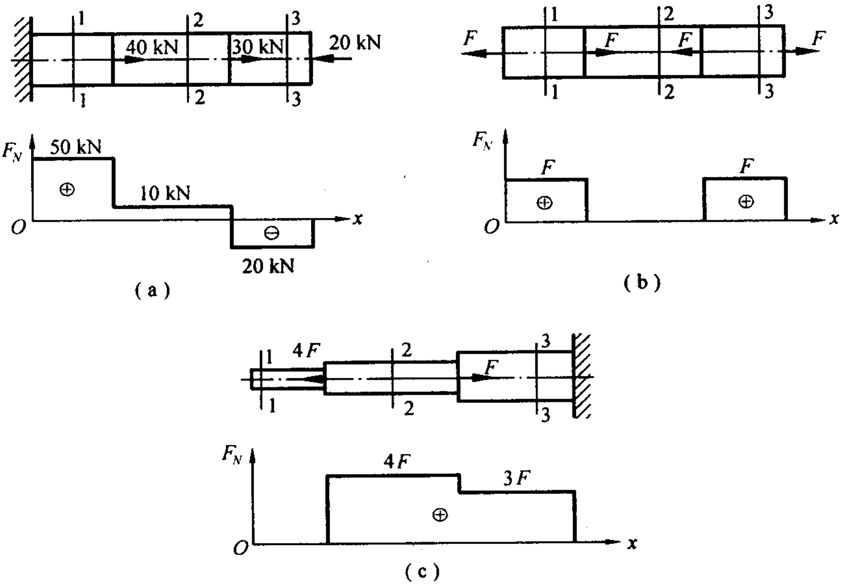


图2－1

2.2　作用于图2－2所示零件上的拉力 $F = 38$ kN,试问零件内部最大拉应力发生在哪个截面上?并求其值。

解　截面1－1的面积为 $A_1 = (50-22)\times 20\ \mathrm{mm}^2 = 560\ \mathrm{mm}^2$,截面2－2的面积为 $A_2 = (15+15)\times(50-22)\ \mathrm{mm}^2 = 840\ \mathrm{mm}^2$。1－1截面和2－2截面的轴力大小都为 F,因1－1截面面积比2－2截面面积小,故最大拉应力在截面1－1上,其数值为

$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A_1} = \frac{F}{A_1} = \frac{38\times 10^3}{56\times 10^{-6}}\ \mathrm{Pa} = 67.9\ \mathrm{MPa}$$

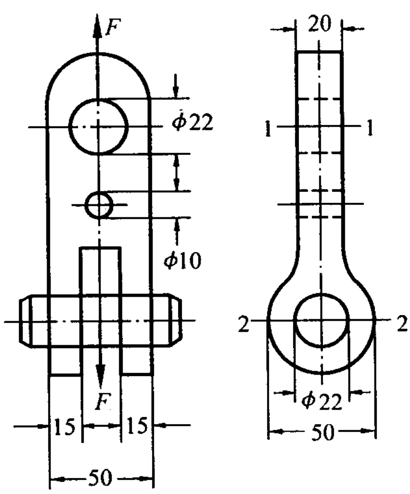


图2－2

2.3　在图2－1(c)中,若1－1,2－2,3－3三个横截面的直径分别为 $d_1 = 15$ mm, $d_2 = 20$ mm, $d_3 = 24$ mm, $F = 8$ kN,试用图线表示横截面上的应力沿轴线的变化情况。

解　由图2－1(c)所示轴力图可知,三个截面的轴力分别为 $F_{N1} = 0, F_{N2} = 4F, F_{N3} = 3F$,三个截面上的正应力分别

为 $\sigma'_1=\dfrac{F_{N1}}{A_1}=0$，$\sigma'_2=\dfrac{F_{N2}}{A_2}=\dfrac{4\times8\times10^3}{\frac{\pi}{4}\times0.02^2}\text{Pa}=102\text{ MPa}$，$\sigma'_3=\dfrac{F_{N3}}{A_3}=\dfrac{3\times8\times10^3}{\frac{\pi}{4}\times0.024^2}\text{Pa}=53.1\text{ MPa}$。应力分布如图2-3所示。

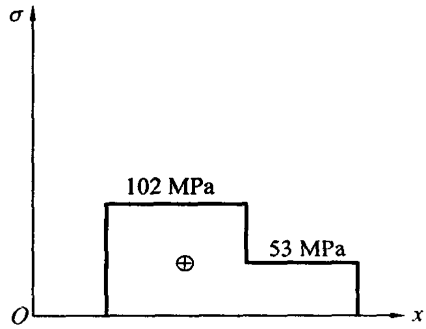


图2-3

2.4　在图2-4(a)所示结构中，若钢拉杆 BC 的横截面直径为10 mm，试求拉杆内的应力。设由 BC 连接的1和2两部分均为刚体。

解　刚体1受力如图2-4(b)所示，平衡条件为

$$\sum M_D=0,F_N\times1.5+F_A\times4.5-F\times3=0$$

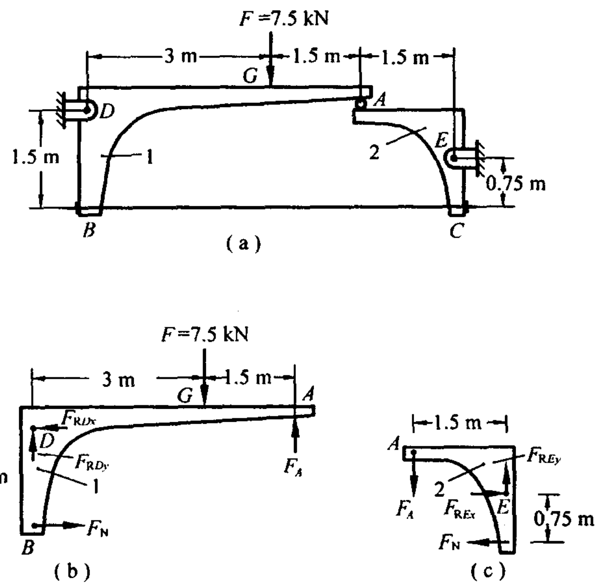


图2-4

刚体2受力如图2-4(c)所示，平衡条件为

$$\sum M_E=0,F_A\times1.5-F_N\times0.75=0$$

由前两式解得 BC 杆的内力为 $F_N=6$ kN，故拉杆 BC 杆内的应力为

$$\sigma=\frac{F_N}{A}=\frac{6\times10^3}{\frac{\pi}{4}\times(10\times10^{-3})^2}\text{Pa}=76.4\text{ MPa}$$

2.5　在图2-5(a)所示结构中，1，2两杆的横截面直径分别为10 mm和20 mm，试求两杆内的应力。设两根横梁皆为刚体。

解　选取 AB 杆为受力体，其受力如图2-5(b)所示，由平衡条件 $\sum F_y=0$，$F_{NA}+10=F_{NC}$；$\sum M_A=0$，$10\times2-F_{NC}\times1=0$，由前两式解得　　$F_{NA}=10\text{ kN},F_{NC}=20\text{ kN}$

所以1，2杆内的应力分别为

$$\sigma'_1=\frac{10\times10^3}{\frac{\pi}{4}\times(10\times10^{-3})^2}\text{Pa}=127\text{ MPa},\sigma'_2=\frac{20\times10^3}{\frac{\pi}{4}\times(20\times10^{-3})^2}\text{Pa}=63.7\text{ MPa}$$

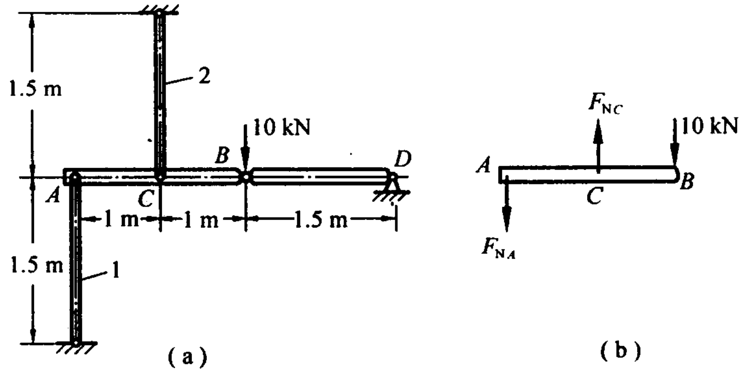


图 2－5

2.6　如图 2－6 所示，直径为 10 mm 的圆杆，在拉力 $F = 10$ kN 的作用下，试求最大切应力，并求与木杆的横截面夹角为 $\alpha = 30°$ 的斜截面上正应力及切应力。

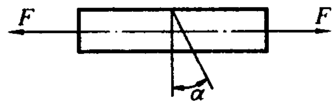


图 2－6

解　由 $\sigma_\alpha = \dfrac{F_N}{A}\cos^2\alpha$，$\tau_\alpha = \dfrac{F_N}{2A}\sin 2\alpha$ 进行计算。当 $\alpha = 45°$ 时，杆内切应力达到最大值，所以

$$\tau_{max} = \frac{F_N}{2A}\sin 2\alpha = \frac{F}{2A}\sin 90° = \frac{10\times 10^3}{2\times\dfrac{\pi}{4}\times 0.01^2}\ \text{Pa} = 63.7\ \text{MPa}$$

当 $\alpha = 30°$ 时

$$\sigma_{30°} = \frac{F}{A}\cos^2 30° = \left(\frac{10\times 10^3}{\pi\times 0.01^2/4}\times\frac{3}{4}\right)\ \text{Pa} = 95.5\ \text{MPa}$$

$$\tau_{30°} = \frac{F}{2A}\sin(2\times 30°) = \left(\frac{10\times 10^3}{\pi\times 0.01^2/4}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\ \text{Pa} = 55.1\ \text{MPa}$$

2.7　如图 2－7 所示，油缸盖与缸体采用 6 个螺栓连接。已知油缸内径 $D = 350$ mm，油压 $p = 1$ MPa。若螺栓材料的许用应力 $[\sigma] = 40$ MPa，求螺栓的内径。

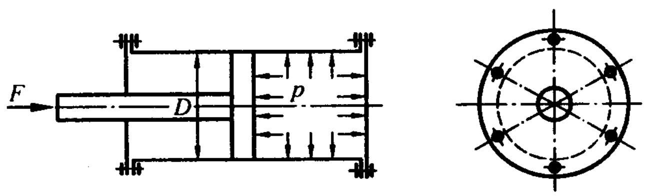


图 2－7

解　设油缸盖承压面积为 A_1，螺栓的横截面积为 A，根据平衡条件，6 个螺栓所承受的总轴力为 $F_N = pA_1 = p\times\dfrac{\pi}{4}D^2$。假设总轴力 F_N 由 6 个螺栓平均分担，则每个螺栓所承受的轴力为 $F_{N螺} = \dfrac{F_{N螺}}{6} = \dfrac{\pi}{24}D^2p$。根据强度条件，$\sigma = \dfrac{F_{N螺}}{A} = \dfrac{\pi}{24}D^2p\Big/\left(\dfrac{\pi}{4}d^2\right) \leqslant [\sigma]$，故螺栓的内径为

$$d \geqslant \sqrt{\frac{D^2p}{6[\sigma]}} = \sqrt{\frac{0.35^2\times 10^6}{6\times 40\times 10^6}}\ \text{m} = 22.6\ \text{mm}$$

2.8　汽车离合器踏板如图2-8所示。已知踏板受到压力 $F_1=400$ N作用，拉杆1的直径 $D=9$ mm，杠杆臂长 $L=330$ mm，$l=56$ mm，拉杆的许用应力 $[\sigma]=50$ MPa，校核拉杆1的强度。

解　由平衡条件 $\sum M_O=0$，$F_1L=F_2l$，可得拉杆1的轴力为 $F_N=F_2=\dfrac{F_1L}{l}=\dfrac{400\times0.33}{0.056}=2\,357$ N，则拉杆1的工作应力为 $\sigma=\dfrac{F_N}{A}=\dfrac{F_2}{\dfrac{\pi}{4}D^2}=\dfrac{4\times2\,357}{\pi\times0.009^2}$ Pa $=37.1$ MPa。由于 $\sigma<[\sigma]=50$ MPa，故拉杆1满足强度要求。

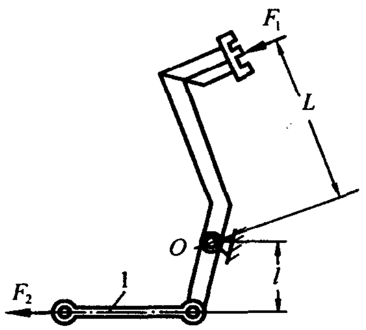


图2-8

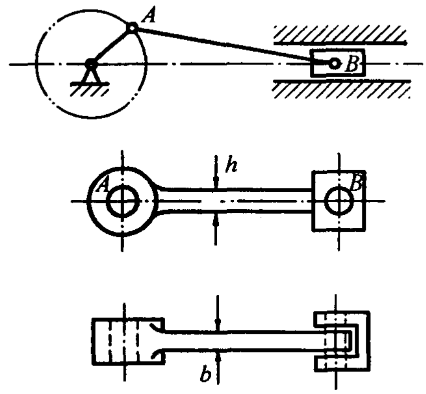


图2-9

2.9　冷镦机的曲柄滑块机构如图2-9所示。镦压工件时，连杆接近水平位置，承受的镦压力 $F=1\,100$ kN。连杆截面是矩形截面，高度与宽度之比为 $h/b=1.4$。材料为45钢，许用应力 $[\sigma]=58$ MPa，试确定截面尺寸 h 及 b。

解　连杆内的轴力 F_N 等于镦压力 F，所以根据强度条件，应有 $\sigma=\dfrac{F_N}{A}=\dfrac{F}{bh}=\dfrac{F}{1.4b^2}=\dfrac{F}{h^2/1.4}\leqslant[\sigma]$，故

$$b\geqslant\sqrt{\frac{F}{1.4[\sigma]}}=\sqrt{\frac{1\,100\times10^3}{1.4\times58\times10^6}}\ \text{m}=116\ \text{mm}$$

$$h\geqslant\sqrt{\frac{1.4F}{[\sigma]}}=\sqrt{\frac{1\,100\times10^3\times1.4}{58\times10^6}}\ \text{m}=162\ \text{mm}$$

所以，截面尺寸应为 $b\geqslant116$ mm，$h\geqslant162$ mm。

2.10　图2-10(a)所示的双杠杆夹紧机构，需产生一对20 kN的夹紧力，试求：水平杆 AB 及二斜杆 BC 和 BD 的横截面直径。已知：该三杆的材料相同，$[\sigma]=100$ MPa，$\alpha=30°$。

解　取 CE 杆为研究对象，受力如图2-10(b)所示。由平衡条件 $\sum M_O=0$，$F_{NBC}l\cos\alpha=F_El$ 得 BC 杆的轴力为 $F_{NBC}=\dfrac{20}{\cos30°}$ kN $=23.1$ kN。B 铰链

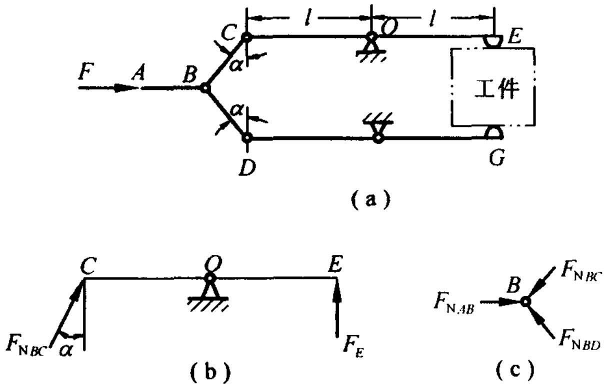


图2-10

的受力如图 2 - 10(c) 所示。由平衡条件 $\sum F_x = 0, 2F_{NBC}\cos60^\circ = F_{NAB}$ 解得 $F_{NAB} = 23.1\ \text{kN}$。

根据强度条件 $\sigma_{BC} = \dfrac{F_{NBC}}{A_{BC}} = \dfrac{F_{NBC}}{\frac{\pi}{4}d_{BC}^2} \leqslant [\sigma]$，可确定 BC 杆的直径为

$$d_{BC} \geqslant \sqrt{\frac{4F_{NBC}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4\times 23\ 100}{\pi\times 100\times 10^6}}\ \text{m} = 17.2\ \text{mm}$$

由于结构对称，所以 $d_{BD} = d_{BC} = d_{AB} = 17.2\ \text{mm}$。

2.11 如图 2 - 11(a) 所示，卧式拉床的油缸内径 $D = 186$ mm，活塞杆直径 $d_1 = 65$ mm，材料为 20Cr 并经过热处理，$[\sigma]_{杆} = 130$ MPa。缸盖由 6 个 M20 的螺栓与缸体连接，M20 螺栓的内径 $d = 17.3$ mm，材料为 35 钢，经热处理后 $[\sigma]_{螺} = 110$ MPa。试按活塞杆和螺栓强度确定最大油压 p。

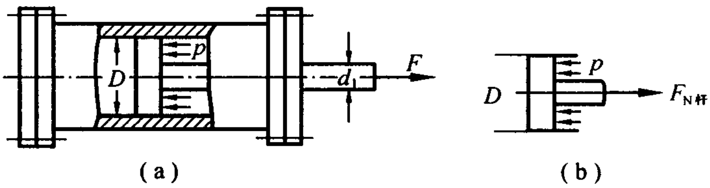


图 2 - 11

解 (1) 按活塞杆的强度要求确定最大油压 p

活塞杆的受力如图 2 - 11(b) 所示。由平衡条件 $\sum F_x = 0$，可得活塞杆的轴力为 $F_{N杆} = p\dfrac{\pi}{4}(D^2 - d_1^2)$。

根据活塞杆的强度条件 $\sigma_{杆} = \dfrac{F_{N杆}}{A_{杆}} = \left[p\dfrac{\pi}{4}(D^2 - d_1^2)\right]\Big/\left(\dfrac{\pi}{4}d_1^2\right) \leqslant [\sigma]_{杆}$，解得最大油压力为

$$p \leqslant \frac{[\sigma]_{杆}\ d_1^2}{D^2 - d_1^2} = \frac{130\times 10^6\times 0.065^2}{0.186^2 - 0.065^2}\ \text{Pa} = 18.1\ \text{MPa}$$

(2) 按螺栓的强度要求确定最大油压 p

设缸盖所受的压力由 6 个螺栓平均分担，每个螺栓所承受的轴力为 $F_{N螺} = \left[p\dfrac{\pi}{4}(D^2 - d_1^2)\right]\Big/6$。根据螺栓的强度条件 $\sigma_{螺} = \dfrac{F_{N螺}}{A_{螺}} = p\dfrac{\pi}{4}(D^2 - d_1^2)\Big/\left(6\times\dfrac{\pi}{4}d^2\right) \leqslant [\sigma]_{螺}$ 解得最大油压为

$$p \leqslant \frac{6[\sigma]_{螺}\ d^2}{D^2 - d_1^2} = \frac{6\times 110\times 10^6\times 0.0173^2}{0.186^2 - 0.065^2}\text{Pa} = 6.5\ \text{MPa}$$

最大油压为 $p = 6.5$ MPa。

2.12 在图 2 - 12(a) 所示的简易吊车中，BC 为钢杆，AB 为木杆。木杆 AB 的横截面面积 $A_1 = 100\ \text{cm}^2$，许用应力 $[\sigma]_1 = 7$ MPa；钢杆 BC 的横截面面积 $A_2 = 6\ \text{cm}^2$，许用拉应力 $[\sigma]_2 = 160$ MPa。试求许可吊重 F。

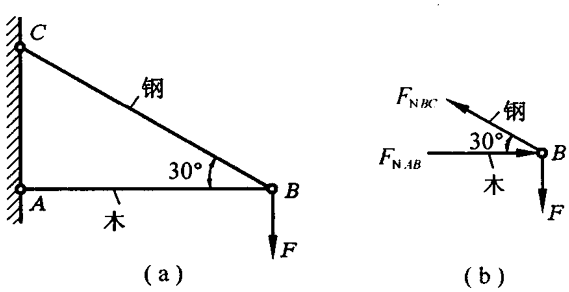


图 2 - 12

解 (1) 按照钢杆的强度要求确定许可吊重

B 铰链的受力如图 2 - 12(b) 所示，平衡条件为 $\sum F_x = 0,\ -F_{NBC}\cos30^\circ + F_{NAB} = 0$，$\sum F_y = 0, F_{NBC}\sin30^\circ - F = 0$，解得 $F_{NBC} = 2F, F_{NAB} = \sqrt{3}F$。钢杆的强度条件为 $\sigma_{钢} =$

$F_{NBC}/A_2 \leqslant [\sigma]_2$，从而解得

$$F_{NBC} \leqslant [\sigma]_2 A_2 = (160 \times 10^6 \times 6 \times 10^{-4})\text{N} = 96\ \text{kN}$$

因 $F_{NBC} = 2F$，所以许可吊重 $[F] = F_{NBC}/2 \leqslant 48$ kN。

(2) 按木杆的强度要求确定许可吊重

木杆的强度条件为 $\sigma_{木} = F_{NAB}/A_1 \leqslant [\sigma]_1$，解得

$$F_{NAB} \leqslant [\sigma]_1 A_1 = (7 \times 10^6 \times 100 \times 10^{-4})\ \text{N} = 70\ \text{kN}$$

因 $F_{NAB} = \sqrt{3}F$，所以许可吊重 $[F] = F_{NAB}/\sqrt{3} \leqslant 40.4$ kN。

比较上述求得的两种许可吊重值，可以确定吊车的许可吊重为 $[F] = 40.4$ kN。

2.13　图 2－13 为某拉伸试验机的结构示意图。设试验机的 CD 杆与试件 AB 的材料同为低碳钢，其 $\sigma_p = 200$ MPa，$\sigma_s = 240$ MPa，$\sigma_b = 400$ MPa。试验机最大拉力为 100 kN。(1) 用这一试验机做拉断试验时，试件直径最大可达多大？(2) 若设计时取试验机的安全系数 $n = 2$，则 CD 杆的横截面面积为多少？(3) 若试件直径 $d = 10$ mm，今欲测弹性模量 E，则所加载荷最大不能超过多少？

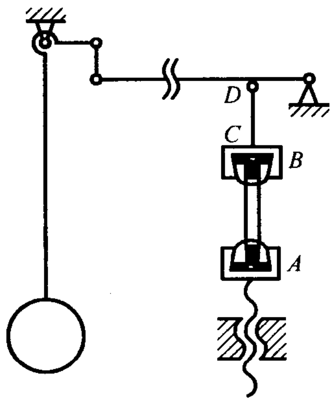


图 2－13

解　(1) 工作状态下，CD 杆和试件 AB 承受相同的轴向拉力，其最大值为 $F = 100$ kN。设试件的直径为 d，根据强度条件，满足 $\sigma_{AB} = F/\left(\frac{\pi}{4}d^2\right) \geqslant \sigma_b$，从而得试件的最大直径为

$$d_{max} \leqslant \sqrt{\frac{4F}{\pi\sigma_b}} = \sqrt{\frac{4 \times 100 \times 10^3}{\pi \times 400 \times 10^6}}\ \text{m} = 17.8\ \text{mm}$$

(2) CD 杆的强度条件为 $\sigma_{CD} = \dfrac{F}{A_{CD}} \leqslant \dfrac{\sigma_s}{n}$，从而得 CD 杆的横截面面积为

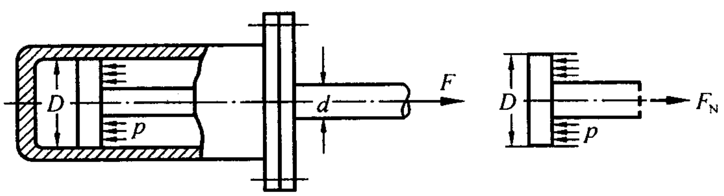
$$A_{CD} \geqslant \frac{nF}{\sigma_s} = \frac{2 \times 100 \times 10^3}{240 \times 10^6}\text{m}^2 = 833\ \text{mm}^2$$

(3) 测弹性模量时，试件最大应力不应超过其弹性极限 σ_p，即 $\sigma'_{AB} = F\Big/\left(\frac{\pi}{4}d^2\right) \leqslant \sigma_p$，解得

$$F \leqslant \sigma_p \frac{\pi}{4}d^2 = 200 \times 10^6 \times \frac{\pi}{4} \times 0.01^2\text{N} = 15.7\ \text{kN}$$

所以测弹性模量时，所加载荷最大不应超过 15.7 kN。

2.14　某铣床工作台进给油缸如图 2－14(a) 所示，缸内工作油压 $p = 2$ MPa，油缸内径 $D = 75$ mm，活塞杆直径 $d = 18$ mm。已知活塞杆材料的许用应力 $[\sigma] = 50$ MPa，试校核活塞杆的强度。



(a)　(b)

图 2－14

解　活塞杆的受力如图 2－14(b) 所示。由平衡条件 $\sum F_x = 0$，可得其承受的拉力为 $F_N = p\pi(D^2 - d^2)/4$，因而活塞杆的应力为

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = p\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\Big/\left(\frac{\pi}{4}d^2\right) = \frac{2 \times 10^6 \times (0.075^2 - 0.018^2)}{0.018^2}\text{Pa} = 32.7\ \text{MPa}$$

由于 $\sigma = 32.7\ \text{MPa} < [\sigma] = 50\ \text{MPa}$,因此活塞杆可以安全工作。

2.15 图2-15所示的拉杆沿斜截面 $m-m$ 由两部分胶合而成。设在胶合面上许用拉应力 $[\sigma] = 100\ \text{MPa}$,许用切应力 $[\tau] = 50\ \text{MPa}$。并设由胶合面的强度控制杆件的拉力。试问:为使杆件承受最大拉力 F,α 角的值应为多少?若杆件横截面面积为 $4\ \text{cm}^2$,并规定 $\alpha \leqslant 60°$,试确定许可载荷 F。

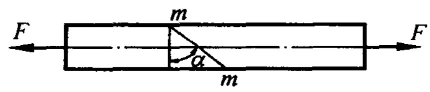


图2-15

解 由 $\sigma_\alpha = \frac{F}{A}\cos^2\alpha = [\sigma]$,$\tau_\alpha = \frac{F}{A}\sin\alpha\cos\alpha = [\tau]$,比较得 $\tan\alpha = \frac{[\tau]}{[\sigma]} = \frac{50}{100} = 0.5$,故 $\alpha = 26.6°$。所以 $\alpha = 26.6°$ 时,杆件承受的拉力最大,其值为

$$F_{\max} = \frac{A[\sigma]}{\cos^2\alpha} = \frac{4\times10^{-4}\times100\times10^6}{\cos^2 26.6°}\text{N} = 50\ \text{kN}$$

2.16 如图2-16(a)所示,在压力 F 作用下的杆件,如再考虑其自重影响,并要求任一横截面上的应力皆等于许用应力 $[\sigma]$。试确定横截面面积沿轴线的变化规律,并计算杆件变形。设材料单位体积的质量为 ρ。

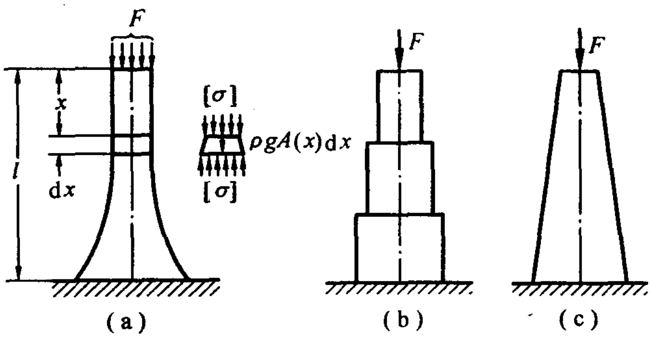


图2-16

解 取长为 $\mathrm{d}x$ 的微段,则顶面与底面的面积分别为 $A(x)$ 和 $A(x)+\mathrm{d}A(x)$。这两个横截面上的应力都应等于 $[\sigma]$,而这一微段的自重则应为 $\rho gA(x)\mathrm{d}x$。

由平衡方程 $\sum F_x = 0$,$[\sigma]A(x) + \rho gA(x)\mathrm{d}x - [\sigma][A(x)+\mathrm{d}A(x)] = 0$,得出 $\frac{\mathrm{d}A(x)}{A(x)} = \frac{\rho g}{[\sigma]}\mathrm{d}x$。两边积分得

$$\ln A(x) = \frac{\rho g}{[\sigma]}x + C \qquad (*)$$

当 $x = 0$ 时 $A(x) = A_0 = \frac{F}{[\sigma]}$,把此边界条件代入(*)式,得 $C = \ln A_0$,这样,(*)式化为 $A(x) = A_0 e^{\frac{\rho g}{[\sigma]}x}$。这就是沿轴线 $A(x)$ 的变化规律。由于 $|\varepsilon| = \frac{[\sigma]}{E} =$ 常量,于是整个杆件的总变形是 $|\Delta l| = |\varepsilon l| = \frac{[\sigma]l}{E}$。

实际上,若将杆件加工成如图2-16(a)的形状是非常困难的,因此通常采用阶梯形杆或截锥形杆,如图2-16(b),(c)所示。

2.17 在图2-17(a)所示的杆系中,BC 和 BD 两杆的材料相同,且抗拉和抗压许用应力相等,同为 $[\sigma]$。为使杆系使用的材料最省,试求夹角 θ 的值。

解 B 铰链的受力如图2-17(b)所示。平衡条件 $\sum F_x = 0$,$F_{N2} - F_{N1}\cos\theta = 0$;$\sum F_y = 0$,$F_{N1}\sin\theta - F = 0$,解得 $F_{N1} = \frac{F}{\sin\theta}$,$F_{N2} = F\cot\theta$。最合理的情况是两杆同时达到许用应力值,即 $\sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A} = [\sigma]$,$\sigma_2 = \frac{F_{N2}}{A_2} = [\sigma]$。将 F_{N1},F_{N2} 表达式代入前两式,可得 BD 与 BC 杆的截面面积分别为 $A_1 = \frac{F}{\sin\theta[\sigma]}$,$A_2 = \frac{F\cot\theta}{[\sigma]}$,则