尽早适应高考，提高应试能力
传授解题方法，授人以渔

早进考场

高一数学高考题解题诀窍

赵南平 编著

试题资料新颖齐全
以“解题诀窍”为主线
范例题型极具典型性
“走进考场”了解高考真面目

金盾出版社
JINDUN CHUBANSHE

早进考场

高一数学高考题解题诀窍

赵南平　编著

金盾出版社

内 容 提 要

为了高考得高分，需要较早就开始做高考试题。本丛书针对高中各年级数学中的高考题，编写了“解题诀窍”，供高一、高二、高三学生在不同阶段提前做高考试题。

本书的独特之处在于：试题资料新颖齐全，以“解题诀窍”为主线，范例题型极具典型性和代表性，“走进考场”栏目选入近年的高考试题，与高考“零距离”，学生可拓宽解题思路，尽早适应高考，提高应试能力。

图书在版编目(CIP)数据

早进考场·高一数学高考题解题诀窍/赵南平编著.—北京：金盾出版社，2007.6
ISBN 978-7-5082-4472-3

Ⅰ.早… Ⅱ.赵… Ⅲ.数学课-高中-解题-升学参考资料 Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 005354 号

金盾出版社出版、总发行

北京太平路 5 号(地铁万寿路站往南)

邮政编码：100036 电话：68214039 83219215

传真：68276683 网址：www.jdcbs.cn

封面印刷：北京百花彩印有限公司

正文印刷：北京金星剑印刷有限公司

装订：大亚装订厂

各地新华书店经销

开本：787×1092 1/16 印张：15.75 字数：506 千字

2007 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

印数：1—8000 册 定价：24.00 元

作者简介

赵南平，男，1944 年 9 月出生，福建省福州市人，1965 年 7 月毕业于福建师范学院数学系（本科），1988 年被评为中学数学特级教师。从事数学教学工作已 40 年，在教学中注意培养学生掌握解题规律，提高解题能力，所教的学生数学高考成绩优良，所指导的学生在数学竞赛中获奖。至今已由出版社出版编著 9 本，已在全国各种数学刊物上发表论文 30 多篇，有的被收入上海教育出版社出版的《名师授课录》一书，有的被收入台湾九章出版社出版的《名师授课手记》一书。

赵南平还担任过福建省重点中学校长，曾获得福建省“五一劳动奖章”、“全国优秀教师”等多项荣誉称号。其传略材料及主要业绩介绍已入选由国家人事部专家服务中心组织编写的《中国专家大辞典》权威辞书以及《中国特级教师》、《世纪之光——共和国英才全集》、《三个代表的理论与实践（人物事迹卷）》等多种辞书。

前　言

许多考生在走进高考考场时都想奋力一搏，尽力发挥出自己的水平.但不是所有的考生都能如愿以偿.有的考生一接触试题就头脑发麻，好像这一题未见过，那一题也未见过，不知从何处下手.而有的考生却对试题似曾相识，解起题来得心应手.现在许多考生都是到了高三总复习的后半阶段才开始接触高考试题，由于时间紧迫不可能做太多的高考试题.而据高考得高分的学生介绍，他们得高分的经验之一就是较早就开始做高考试题.受此启发，并结合多年的教学实践，编者萌生了编写《早进考场·高一(高二、高三)数学高考题解题诀窍》这样一套书的想法.

一、本书的独特之处

(一)试题资料新且齐全：编者自1965年参加工作以来，就对数学高考试题情有独钟.40多年来，基本上收集齐了解放后至今的全国及各地自行命题的数学高考试题，这些试题都是命题专家的心血结晶，特别是从2004年开始分省自行命题以来，精彩题层出不穷.但本人发现，不少基础题有许多相似之处，大同小异者比比皆是，甚至还有相隔几年之后又一模一样出现的试题(如2006年辽宁文、理三(17)的(1)与1991年全国文三(21)相同，2005年北京春季文理一(7)与2002年上海春季文理二(14)相同，等等).

(二)以"解题诀窍"为主线，旨在提高读者的解题能力：本书的每一章均由"常考知识点"、"较常考知识点"、"各知识点讲解"三部分组成."各知识点讲解"中的每一讲又由"高考内容"、"高考要求"、"解题诀窍"、"走进考场"、"答案与提示"五个板块组成，其中"解题诀窍"是主线.编者对收集到的诸多试题都作了分类，列出了《2000—2006年全国及各省高考试题考点分布》一览表(略)，并依试题对各考点考查的频率认真统计，从统计中发现哪些是常考知识点，哪些是较常考知识点，读者可从中了解高考的重点和热点.编者进而还对各知识点的试题类型作了更细的分类，对其解法作了精心的研究，从中归纳总结出了解各种题型的方法和技巧，形成了本书各讲中的"解题诀窍"，这是本书的精华所在.本书专门论及的一些内容是编者多年教研的成果(有的曾发表于数学刊物上)，在其他教辅书中极少涉及，有的题型已成为近几年高考的热门题型.读者通过对本书的学习，可了解在各知识点上高考到底考了哪些内容，常以哪种形式来考查，试题的难易程度怎样，等等.各讲中所列出的各种题型基本上涵盖了该知识点至今所有试题的类型.

(三)范例题型新颖，各种题型全面，极具典型性和代表性：编者从同类型的高考试题中精选出几道作为例题，例题的解答以前面总结出的解题规律和方法、技巧为指导，体现通性通法.还注意了特殊解法和技巧的应用，为开拓思路，许多例

题还有一题多解，读者可从中领会该题型的解题方法，丰富解题经验.（个别范例题号前打了“▲”号，表示解题中有的地方用到本章后面几讲的知识.）

（四）“走进考场”栏目可谓高考试题的万花筒：限于篇幅，编者在各讲的“走进考场”栏目中仅将2000年至今本知识点的全国及各省高考试题按时间顺序全部一一列出，资料全且新，出处准确，其目的是想让读者从中了解高考试题的庐山真面目，开开眼界，读者可对这些试题自行进行分析比较.

（五）与高考“零距离”：本书贴近高考，读者通过学习本书可提早与高考试题“亲密接触”，从中认识高考，感受高考命题的脉搏，追寻高考命题的轨迹，捕捉高考命题的信息及走向，读者通过本书的学习可拓宽解题思路，尽早适应高考，进而不断提高应考能力.

二、本书使用说明

（一）本书与现行教材内容顺序一致，读者可以找到相应考题一试身手，进行同步训练，仿佛身临高考考场，通过解题体会高考的要求，增强学习信心，读者若能持之以恒学习本书（共三册），定会产生“高考试题也并不难”的豪情，不再望题却步，解题能力定会大大提高.

（二）各讲中的“走进考场”题量虽多，但许多试题题型相似，读者不必一一去解答. 建议读者对本省自行命题的试题（A组题）最好能动手解过一遍，而对外省的试题只需作一番思考，对解题思路受阻的试题可再回头看看本讲“解题诀窍”中所介绍的解题方法，看能否从中受到启发；若不行，可看看后面的“解答与提示”.

（三）编者将各讲“走进考场”所列试题分为A、B、C三组，A组题有的是基本题，有的虽不是基本题，但若掌握了该讲“解题诀窍”中所介绍的解题方法，就可以解出来. 读者可在学完本讲内容后抽空解答或思考. B组题多非常见题型，其解答有一定难度，解题方法也非通性通法，建议读者可在学完本章内容或在学期末再去接触. C组题属难题，建议读者可在高考总复习时再去接触.

（四）本书既可作为学生的教辅读物，也可供教师教学时参考. 多年的教学实践告诉我们：教师在讲授新课或单元复习时，若能适当选择几道高考题作为例题、习题（实际上有的试题已被选入2003年审查通过的人教社高中数学新教材中）可以激发学生的学习兴趣，提高教学效果，因此本书不仅是学生的良师益友，也是教师的得力教具和掌中瑰宝.

本书编者对我国数学高考的考试特点、规律及发展趋势作长期跟踪并潜心研究，还参阅了大量的数学资料，虽倾心尽力，但疏漏不妥之处在所难免，敬祈数学同行和广大读者不吝指正.

愿此书伴随读者走进理想大学的校门.

赵南平

2006年11月于福州

目　录

第一章　集合与简易逻辑

一、常考知识点：(一)交集、并集；(二)一元二次不等式解法

二、较常考知识点：(一)集合　子集、全集、补集；(二)充分条件与必要条件

三、各知识点讲解

第1讲　集合　子集、全集、补集

一、高考内容

(一)集合

1. 集合的基本概念

(1)集合的定义　把某些指定的对象集在一起就成为一个集合，集合一般用大括号来表示，还经常用大写的拉丁字母表示.

(2)常用的数集及其记号　①全体非负整数的集合通常简称非负整数集(或自然数集)，记作 **N**. 非负整数集排除 0 的集，也称正整数集，表示成 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$　②全体整数的集合通常简称整数集，记作 **Z**　③全体有理数的集合通常简称有理数集，记作 Q　④全体实数的集合通常简称实数集，记作 **R**.

(3)元素概念　集合中的每个对象叫这个集合的元素. 集合的元素常用小写的拉丁字母表示.

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于集合 A，记作 $a\notin A$(或 $a\overline{\in}A$). 集合中的元素有三个特性：确定性、互异性、无序性.

2. 集合的表示方法

(1)列举法　把集合中的元素一一列举出来并写在大括号内的方法.

(2)描述法　用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法.

(3)图示法　为了形象地表示集合，我们常常画一条封闭的曲线(如长方形、圆)，用它的内部来表示一个集合.

3. 空集的概念

不含任何元素的集合叫空集，记作$\varnothing$.

(二)子集、全集、补集

1. 子集

对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B，或集合 B 包含集合 A，记作 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$). 这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集.

当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，则记作 $A\nsubseteq B$(或 $B\nsupseteq A$).

我们规定：空集是任何集合的子集，也就是说，对于任何一个集合 A，有$\varnothing\subseteq A$.

集合相等　对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$.

真子集　对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，我们就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).

几个重要结论　①任何一个集合是它本身的子集：$A\subseteq A$　②空集是任何非空集合的真子集　③如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么 $A\subseteq C$　④对于集合 A、B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，那么 $A=B$.

2. 全集与补集

全集：如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集. 全集通常用 U 表示.

补集：设 S 是一个集合，A 是 S 的一个子集(即 $A\subseteq S$)，由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫 S 中子集 A 的补集(或余集)，记作 $\complement_S A$，即 $\complement_S A=\{x|x\in S$ 且 $x\notin A\}$.

补集的性质：$A\cap \complement_U A=\varnothing$，$A\cup \complement_U A=U$，$\complement_U(\complement_U A)=A$.

注意：在不同的全集中，同一集合的补集不相同.

二、高考要求

理解集合、子集、补集的概念，了解空集和全集的意义，了解属于、包含、相等关系的意义，掌握有关的术语和符号，并会用它们正确表示一些简单的集合.

三、解题诀窍

集合是年年高考必考内容，且一般以选择题形式出现，近几年试题加强了对集合的运算、化简的考查.

(一)表示集合的方法

表示集合的方法有三种：列举法、描述法、图示法.

1. 如果构成集合的元素具有明显的规律或易于一一列举出来(如元素个数不多)，可考虑用列举法表示. 对含有较多元素的情况，写出若干个元素后，可用省略号表示.

2. 应用描述法表示集合时，大括号内可以是文字描述，也可以是数学式子描述. 用数学式子描述的一般形式是 $\{x|x\in p\}$，其中 x 表示元素，p 表示集合中元素所具有的公共属性.

【例 1】用适当的方法表示下列集合：

(1)由 4 与 6 的所有公倍数组成的集合.

(2)由 1、2、3 这三个数字抽出一部分或全部数字(没有重复)所组成的一切自然数的集合.

[解] (1)$\{x|x=12n,n\in \mathbf{Z}\}$.

(2)$\{1,2,3,12,13,21,23,31,32,123,132,213,231,312,321\}$.

(二)判断元素与集合关系的方法

要判断某元素是否属于某集合，一般是根据定义，即看该元素是否具备该集合中元素所应具有的属性.

这里要注意以下几点：

1. 符号“$\in$”与“$\notin$”是用来表示元素与集合之间的关系；而符号“$\subseteq$”、“$\not\subseteq$”与“$=$”是用来表示集合与集合之间的关系.

2. 一般地，出现大括号时是表示集合，未出现时是表示元素.

3. 对于给定的集合，首先要弄清集合中的元素指的是什么，元素满足什么条件，注意区别符号、术语所表达的含义，并且能化简的要先化简.

【例 2】下列命题中正确的是(　　)

A. $2\sqrt{11}\in\{$实数集$\}$　　B. $2\sqrt{11}\subseteq\{x|x\leqslant 3\sqrt{5}\}$

C. $2\sqrt{11}\notin\{x|x\leqslant 3\sqrt{5}\}$　　D. $2\sqrt{11}\in\{x|x\leqslant 3\sqrt{5}\}$

[解] (排除法)　由于集合{实数集}中的元素是集合，而不是数，所以 A 不正确. 由于元素与集合间的关系只能用 $\in$、$\notin$ 来表示，所以 B 不正确. 又 $\because 2\sqrt{11}=\sqrt{44}<\sqrt{45}=3\sqrt{5}$，$\therefore 2\sqrt{11}\in\{x|x\leqslant 3\sqrt{5}\}$. 故选 D.

【例 3】 2006·山东文理一(1)　定义集合运算：$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$，设集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为(　　)

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

[解] 令 $x=0,y=2$ 得 $z=0$；令 $x=0,y=3$ 得 $z=0$；令 $x=1,y=2$ 得 $z=6$；令 $x=1,y=3$ 得 $z=12$，$\therefore A\odot B=\{0,6,12\}$. 应选 D.

(三)有关子集问题的解法

要判断某集合是否是另一集合的子集，一般是根据定义，有时也可借助于韦恩图(特别是关于包含关系的判断)，通过数形结合解决问题.

1. 在解决与子集有关的问题时，要特别注意空集是任意集合的子集，是任意一个非空集合的真子集，而任意一个集合是它自身的子集.

2. 在解决与不等式相关的子集问题时，可画出数轴，借助数轴来分析问题.

3. 含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集(包含空集)，有 2^n-1 个非空子集，有 2^n-2 个非空真子集.

【例 4】设集合 $A=\{x|x^2+4x=0\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0,a\in\mathbf{R}\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 a 的值.

[解] $A=\{0,-4\}$，由 $B\subseteq A$：

(1)当 $A=B$ 时，$B=\{0,-4\}$. 于是 0、-4 是方程 $x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$ 的两个根. $\therefore\begin{cases}-2(a+1)=-4\\a^2-1=0\end{cases}$ 则 $a=1$.

(2)当 $B\subsetneqq A$ 时：①$B\neq\varnothing$，即 $B=\{0\}$ 或 $B=\{-4\}$时，由 $\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)=0$ 得 $a=-1$. 此时 $B=\{0\}$满足条件. ②$B=\varnothing$时，$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)<0$，解得 $a<-1$.

综上，实数 a 的值为：$a\leqslant-1$ 或 $a=1$.

【例 5】2005·天津文一(1) 集合 $A=\{x|0\leqslant x<3$ 且 $x\in\mathbf{N}\}$的真子集的个数是(　　)

A. 16　　B. 8　　C. 7　　D. 4

[解] $A=\{0,1,2\}$，其真子集的个数为 $2^3-1=7$，应选 C.

(四)利用集合元素性质求字母值的方法

由于集合元素具有确定性、无序性和互异性，在求集合的元素涉及字母取值的问题时，可利用集合元素的无序性列出方程(组)，解方程(组)求出字母的值(有时还需讨论). 对求出字母的值还要检验是否满足集合元素的互异性.

【例 6】已知集合 $A=(a,a+d,a+2d)$，集合 $B=\{a,aq,aq^2\}$，其中 $a、d、q\in\mathbf{R}$，若 $A=B$，求常数 q 的值.

[解] 依元素的互异性知：$a\neq0,d\neq0,q\neq1$.

$\because A=B,\therefore$(Ⅰ)$\begin{cases}a+d=aq\\a+2d=aq^2\end{cases}$ 或 (Ⅱ)$\begin{cases}a+d=aq^2\\a+2d=aq.\end{cases}$

由(Ⅰ)得：$a+2(aq-a)=aq^2$，$\because a\neq0,\therefore q^2-2q+1=0,q=1$(舍去)

由(Ⅱ)得：$q=-\frac{1}{2}$或 $q=1$(舍去). 综上得 $q=-\frac{1}{2}$.

(五)判断集合与集合间关系的方法

1. 判断集合间的关系的关键是要弄清集合是由哪些元素所组成，并应尽量将问题具体化、形象化，如可将用描述法表示的集合用列举法或图示法来表示.

2. 其方法一般是归结为判断元素与集合的关系. 而对于用集合语言叙述的问题，求解时往往需要转译成代数语言或几何语言.

3. 若未给出集合的元素(即所谓的"抽象集合")，常通过画出韦恩图来判断.

【例 7】2002·全国、天津文一(6)、理一(5)、广东文理一(5) 设集合 $M=\left\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则(　　)

A. $M=\mathbf{N}$　　B. $M\subsetneqq\mathbf{N}$　　C. $M\supsetneqq\mathbf{N}$　　D. $M\cap\mathbf{N}=\varnothing$

[解一] 对 M：$x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2k+1}{4},k\in\mathbf{Z}$；对 N：$x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}=\frac{k+2}{4},k\in\mathbf{Z}$. 比较分子：$2k+1$ 是奇数，$k+2$ 可以是任意整数，$\therefore M\subsetneqq\mathbf{N}$. 故选 B.

[解二] (特殊值判断法)　对 $\mathbf{N}$：令 $k=2$ 得 $x=1$；对 M：若令 $\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=1$，解得 $k=\frac{3}{2}\notin\mathbf{Z}$. $\therefore 1\notin M$. A、C 不正确. 对 $\mathbf{N}$：令 $k=-1$ 得 $x=\frac{1}{4}$；对 M：若令 $\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$，解得 $k=0$，$\therefore\frac{1}{4}\in M$. D 不正确，应选 B.

(六)证明两集合相等的方法

要证集合 A 与集合 B 相等，一般是根据集合相等的定义，即先证 $A\subseteq B$，再证 $B\subseteq A$.

【例 8】集合 $Z=\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$Y=\{y|y=4k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，试证明：$X=Y$.

［证明］ (1)设 $x_0\in \mathbf{Z}$,则 $x_0=2n_0+1,n_0\in \mathbf{Z}$. ①若 n_0 是偶数,可设 $n_0=2m,m\in \mathbf{Z}$,则 $x_0=2\cdot 2m+1=4m+1,3x_0\in Y$. ②若 n_0 是奇数,可设 $n_0=2m-1,m\in \mathbf{Z}$,则 $x_0=2(2m-1)+1=4m-1$,$\therefore x_0\in Y$. 由①、②$X\subseteq Y$.

(2)又设 $y_0\in Y$,则 $y_0=4k_0+1$ 或 $y_0=4k_0-1,k_0\in \mathbf{Z}$. ①$y_0=4k_0+1=2\cdot 2k_0+1$,$\because 2k_0\in \mathbf{Z}$,$\therefore y_0\in X$. ②$y_0=4k_0-1=2(2k_0-1)+1$,$\because 2k_0-1\in \mathbf{Z}$,$\therefore y_0\in X$. 由①、②$Y\subseteq \mathbf{Z}$.

由(1)、(2)知 $X=Y$.

(七)求补集的方法

一般是根据定义来求．求补集时一定要注意全集指的是什么,一般来说,全集不同,其补集也不同. 另外,要注意由集合的运算逆推集合的元素所满足的条件.

由补集的定义还可得出如下性质:$\complement_U(\complement_U A)=A$.

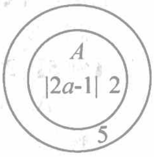

图 1-1

【例 9】 已知全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$,$A=\{|2a-1|,2\}$,$\complement_U A=\{5\}$,求实数 a 的值.

［解一］ $\because \complement_U A=\{5\}$,$\therefore 5\in U$ 且 $5\notin A$,则 $a^2+2a-3=5$,即 $a=2$ 或 $a=-4$.

当 $a=2$ 时,$|2a-1|=3\neq 5$;当 $a=-4$ 时,$|2a-1|=9$,但 $9\notin U$. $\therefore a=2$.

［解二］ 如图 1-1,由已知 $\begin{cases}|2a-1|=3 & ① \\ a^2+2a-3=5 & ②\end{cases}$ 由①得 $a=2$ 或 $a=-1$;由②得 $a=2$ 或 $a=-4$. $\therefore a=2$.

(八)利用补集思想解题

有些问题若从正面入手解题较难,可改为由反面入手,这就是"正难则反"的解题策略. 在解集合问题时,可将所研究对象的全体视为全集 U,求出使问题反面成立的集合 A,则 $\complement_U A$ 便为所求,这就是所谓的"补集思想".

【例 10】 若方程 $x^2+x+a=0$ 至少有一根为非负实数,求实数 a 的取值范围.

［解］ 若方程无非负实根,即方程无实根或有两个负根,则有 $\Delta=1-4a<0$ 或 $\begin{cases}\Delta=1-4a\geqslant 0 \\ x_1+x_2=-1<0 \\ x_1x_2=a>0.\end{cases}$ 解得 $a>0$,则所求实数 a 的取值范围是 $\{a|a\leqslant 0\}$.

四、走进考场1

A组

1. 2006·上海文理一(1) 已知集合 $A=\{-1,3,2m-1\}$,集合 $B=\{3,m^2\}$,若 $B\subseteq A$,则实数 $m=$______.

2. 2006·辽宁理一(5)、文一(8) 设⊕是 $\mathbf{R}$ 上的一个运算,A 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集. 若对任意 a、$b\in A$,有 $a\oplus b\in A$,则称 A 对运算⊕封闭. 下列数集对加法、减法、乘法和除法(除数不等于 0)四则运算都封闭的是(　　)

A. 自然数集　　B. 整数集　　C. 有理数集　　D. 无理数集

3. 2005·湖北文理一(1) 设 P、Q 为两个非空实数集合,定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$,若 $P=\{0,2,5\}$,$Q=\{1,2,6\}$,则 $P+Q$ 中元素的个数是(　　)

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

▲4. 2004·湖北理二(15) 设 A、B 为两个集合,下列四个命题:

①$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$对任意 $x\in A$,有 $x\notin B$　②$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$　③$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\not\supseteq B$　④$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$存在 $x\in A$,使得 $x\notin B$. 其中真命题的序号是______.(把符合要求的命题序号都填上)

5. 2003·上海春文理一(5) 已知集合 $A=\{x||x|\leqslant 2,x\in \mathbf{R}\}$,$B=\{x|x\geqslant a\}$,且 $A\subseteq B$,则实数 a 的取值范围______.

6. 2001·北京春文理一(1) 集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$ 的子集个数是(　　)

A. 32　　B. 31　　C. 16　　D. 15

7. 2000·广东文理一(1) 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$,那么 A 的真子集的个数是(　　)

A. 15　　B. 16　　C. 3　　D. 4

五、答案与提示

A组

1. 1　由 $B\subseteq A$ 得 $m^2=2m-1$　**2.** C　提示:自然数集、整数集对除法不封闭;无理数集对加减乘除均不封闭　**3.** B　提示:列举出全部元素　**4.** ④　**5.** $a\leqslant -2$　提示:利用数轴上覆盖关系　**6.** A　**7.** A

第2讲　交集　并集

一、高考内容

(一)交集

由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫 A 与 B 的交集,记作 $A\cap B$,

即 $A\cap B=\{x|x\in A,且\ x\in B\}$.

交集的运算性质:$A\cap A=A$,$A\cap\varnothing=\varnothing$,$A\cap B=B\cap A$. $(A\cap B)\subseteq A$,$(A\cap B)\subseteq B$.

(二)并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫 A 与 B 的并集,记作 $A\cup B$,

即 $A\cup B=\{x|x\in A 或\ x\in B\}$.

并集的运算性质:$A\cup A=A$,$A\cup\varnothing=A$,$A\cup B=B\cup A$. $A\subseteq(A\cup B)$,$B\subseteq(A\cup B)$

二、高考要求

理解交集、并集的概念.

三、解题诀窍

(一)求集合的交集、并集的方法

1. 一般是根据定义来求

(1)要求两集合的交集,就是求由两集合的公共元素组成的集合(当两集合没有公共元素时,其交集是空集).

【例1】 2005·广东文理一(1) 若集合 $M=\{x||x|\leqslant 2\}$,$N=\{x|x^2-3x=0\}$,则 $M\cap N=$(　　)

A. $\{3\}$　　B. $\{0\}$　　C. $\{0,2\}$　　D. $\{0,3\}$

[解] $M=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$,$N=\{0,3\}$　$\therefore M\cap N=\{0\}$,应选 B.

(2)要求两集合的并集,就是求由两集合的所有元素组成的集合,但要注意集合元素的互异性(即两集合的公共元素只能出现一次).当集合中的元素含有字母参数时,还要注意讨论.

【例2】 设集合 $A=\{1,3,a\}$,$B=\{1,a^2-a+1\}$,求 $A\cup B$.

[解] 由集合元素的互异性知,在 A 中 $a\neq 1$,$a\neq 3$;在 B 中 $a^2-a+1\neq 1$,即 $a\neq 0$ 且 $a\neq 1$.

如果 $a^2-a+1=3$,即 $a=-1$ 或 $a=2$. 当 $a=-1$ 时,$A\cup B=\{1,3,-1\}$;当 $a=2$ 时,$A\cup B=\{1,3,2\}$.

如果 $a^2-a+1=a$,即 $a=1$(舍去)

如果 $a\neq-1$ 且 $a\neq2$ 且 $a\neq0$ 且 $a\neq1$ 且 $a\neq3$，则 $A\cup B=\{1,3,a,a^2-a+1\}$.

【例 3】 2006·辽宁理一(1)、文一(2)　设集合 $A=\{1,2\}$，则满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$ 的集合 B 的个数是(　　)

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 8

［解］由已知集合 B 是集合 $\{1,2,3\}$ 含元素 3 的子集，∴共有 $2^2=4$ 个，应选 C.

(3)作集合的交、并、补的运算时，要先作括号内的运算. 一般来说，结合律是不成立的. 即 $X\cap(Y\cup Z)$ 与 $(X\cap Y)\cup Z$ 是不相等的两个集合. 另外，$\complement_I(A\cap B)=\complement_IA\cup\complement_IB$；$\complement_I(A\cup B)=\complement_IA\cap\complement_IB$ 能简化求集合的交、并、补的运算.

【例 4】 2006·重庆文理一(1)　已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,5,7\}$，$B=\{3,4,5\}$，则 $(\complement_UA)\cup(\complement_UB)=$(　　)

A. $\{1,6\}$　　B. $\{4,5\}$　　C. $\{2,3,4,5,7\}$　　D. $\{1,2,3,6,7\}$

［解一］$\complement_UA=\{1,3,6\}$，$\complement_UB=\{1,2,6,7\}$，∴$(\complement_UA)\cup(\complement_UB)=\{1,2,3,6,7\}$，应选 D.

［解二］∵$A\cap B=\{4,5\}$　∴$(\complement_UA)\cup(\complement_UB)=\complement_U(A\cap B)=\{1,2,3,6,7\}$，应选 D.

【例 5】 1999·全国、广东文理一(1)　如图 1-2，I 是全集，M、P、S 是 I 的 3 个子集，则阴影部分所表示的集合是(　　)

A. $(M\cap P)\cap S$　　B. $(M\cap P)\cup S$　　C. $(M\cap P)\cap\overline{S}$　　D. $(M\cap P)\cup\overline{S}$

［解一］阴部部分为 $M\cap P$ 的一部分且位于 S 的外部，即在 $\overline{S}$ 中，∴它表示 $(M\cap P)\cap\overline{S}$. 选 C.

［解二］(排除法)　阴影部分不含 S 中元素，故排除 B；M、P、S 的公共部分位于阴影之外，故排除 A；阴影只是 S 外部区域(即 $\overline{S}$)的局部，不含 $\overline{S}$ 的全部元素，故排除 D，因此应选 C.

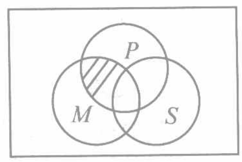

图 1-2

(4)若集合是用不等式(或区间)表示的实数集合，求它们的交集、并集、补集时常要借助于数轴来处理.(要注意区间端点的"开"与"闭").

【例 6】 2004·北京文理一(1)　设全集是实数集 $\mathbf{R}$，$M=\{x\mid-2\leqslant x\leqslant2\}$，$N=\{x\mid x<1\}$，则 $\complement_RM\cap N$ 等于(　　)

A. $\{x\mid x<-2\}$　　B. $\{x\mid-2<x<1\}$

C. $\{x\mid x<1\}$　　D. $\{x\mid-2\leqslant x<1\}$

［解］由图 1-3 知 $\complement_RM\cap N=\{x\mid x<-2\}$. 应选 A.

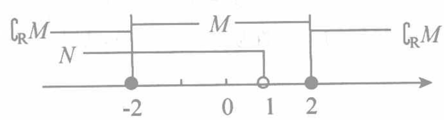

图 1-3

2. 有时也可借助于韦恩图

特别是对于交集非空的若干集合元素个数的计算，借助韦恩图是最好的办法(填图时先从已知区域填起，然后推测未知区域). 另外，也可利用如下的公式进行计算：若用 Card(A)表示有限集合 A 的元素个数，则有：$\mathrm{Card}(A\cup B)=\mathrm{Card}(A)+\mathrm{Card}(B)-\mathrm{Card}(A\cap B)$.

【例 7】 高一(1)班学生期末考试成绩表明：(1)36 人的数学成绩不低于 80 分；(2)20 人的物理成绩不低于 80 分；(3)15 人的数学、物理成绩都不低于 80 分. 问：有多少人这两科成绩至少有一科不低于 80 分？

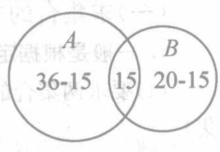

图 1-4

［解一］如图 1-4 所示，设集合 A、B 分别表示数学、物理成绩不低于 80 分的学生的集合，则 A 有 36 个元素，B 有 20 个元素，$A\cap B$ 有 15 个元素，易见 $A\cup B$ 的元素个数为：$(36-15)+15+(20-15)=41$. 因此有 41 人这两科成绩至少有一科不低于 80 分.

［解二］$\mathrm{Card}(A\cup B)=36+20-15=41$(人).

【例 8】 2004·全国卷一理一(6)　设 A、B、I 均为非空集合，且满足 $A\subseteq B\subseteq I$，则下列各式中错误的是(　　)

A. $(\complement_IA)\cup B=I$　　B. $(\complement_IA)\cup(\complement_IB)=I$

C. $A\cap(\complement_IB)=\varnothing$　　D. $(\complement_IA)\cap(\complement_IB)=\complement_IB$

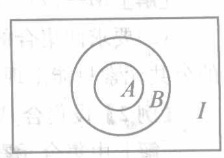

图 1-5

［解一］由已知 $A\subseteq B\subseteq I$ 得 $\complement_IA\supseteq\complement_IB$，可见 B 错误，应选 B.

［解二］(特殊值判断法+验证法)　令 $A=\{1\}$，$B=\{1,2\}$，$I=\{1,2,3\}$. 检验四个选

项可知 B 错，故选 B.

［解三］画出满足题意的韦恩图如图 1-5，由图可知 B 错，故选 B.

(二)利用交集、并集的运算性质解题

由交集、并集的运算性质可得 $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$，$A\cup B=A\Leftrightarrow A\supseteq B$. 要善于利用这一性质解题.

另外，在解有关 $A\cap B=\varnothing$，$A\cup B=\varnothing$，$A\subseteq B$ 等集合问题时，不要忽略了空集的情况.

【例 9】 2006·江苏文理一(7)　若 A、B、C 为三个集合，$A\cup B=B\cap C$，则一定有(　　)

A. $A\subseteq C$　　B. $C\subseteq A$

C. $A\neq C$　　D. $A=\varnothing$

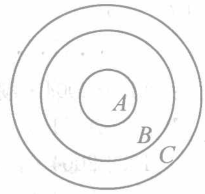

图 1-6

［解一］$\because A\cup B=B\cap C$，$\therefore (A\cup B)\subseteq B$ 且 $(A\cup B)\subseteq C$，则 $A\subseteq B$ 且 $A\subseteq C$，$\therefore A\subseteq B\subseteq C$. 应选 A.

［解二］由 $B\cap C=A\cup B$，画出韦恩图只能如图 1-6 所示，故选 A.

四、走进考场 2

A 组

1. 2006·北京文一(1)　设集合 $A=\{x|2x+1<3\}$，$B=\{x|-3<x<2\}$，则 $A\cap B$ 等于(　　)

A. $\{x|-3<x<1\}$　B. $\{x|1<x<2\}$　C. $\{x|x>-3\}$　D. $\{x|x<1\}$

2. 2006·天津文一(1)　已知集合 $A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{x||x|\leqslant 2\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$　B. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　C. $\{x|-3\leqslant x\leqslant 2\}$　D. $\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$

3. 2006·浙江文理一(1)　设集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A. $[0,2]$　B. $[1,2]$　C. $[0,4]$　D. $[1,4]$

4. 2006·安徽文一(1)　设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，集合 $S=\{1,3,5\}$，$T=\{3,6\}$，则 $\complement_U(S\cup T)$ 等于(　　)

A. $\varnothing$　B. $\{2,4,7,8\}$　C. $\{1,3,5,6\}$　D. $\{2,4,6,8\}$

5. 2006·陕西文一(1)　已知集合 $P=\{x\in \mathbf{N}|1\leqslant x\leqslant 10\}$，集合 $Q=\{x\in \mathbf{R}|x^2+x-6=0\}$，则 $P\cap Q$ 等于(　　)

A. $\{2\}$　B. $\{3\}$　C. $\{-2,3\}$　D. $\{-3,2\}$

6. 2005·全国卷一文理一(2)　设 I 为全集，S_1、S_2、S_3 是 I 的三个非空子集，且 $S_1\cup S_2\cup S_3=I$，则下面论断正确的是(　　)

A. $\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$　　B. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap\complement_I S_3)$

C. $\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$　　D. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

7. 2005·浙江文一(2)　设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，则 $P\cap(\complement_U Q)=$(　　)

A. $\{1,2\}$　B. $\{3,4,5\}$　C. $\{1,2,6,7\}$　D. $\{1,2,3,4,5\}$

8. 2005·湖南文一(1)　设全集 $U=\{-2,-1,0,1,2\}$，$A=\{-2,-1,0\}$，$B=\{0,1,2\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$(　　)

A. $\{0\}$　B. $\{-2,-1\}$　C. $\{1,2\}$　D. $\{0,1,2\}$

9. 2005·江苏文理一(1)　设集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{2,3,4\}$，则 $(A\cap B)\cup C=$(　　)

A. $\{1,2,3\}$　B. $\{1,2,4\}$　C. $\{2,3,4\}$　D. $\{1,2,3,4\}$

10. 2005·江西文理一(1)　设集合 $I=\{x||x|<3,x\in \mathbf{Z}\}$，$A=\{1,2\}$，$B=\{-2,-1,2\}$，则 $A\cup(\complement_I B)=$(　　)

A. $\{1\}$　B. $\{1,2\}$　C. $\{2\}$　D. $\{0,1,2\}$

11. 2004·天津文一(1)　设集合 $P=\{1,2,3,4,5,6\}$，$Q=\{x\in \mathbf{R}|2\leqslant x\leqslant 6\}$，那么下列结论正确的是

是(　　)

A. $P\cap Q=P$　　B. $P\cap Q\subsetneqq Q$　　C. $P\cup Q=Q$　　D. $P\cap Q\subsetneqq P$

12. 2004·浙江文理一(1)　若 $U=\{1,2,3,4\}$,$M=\{1,2\}$,$N=\{2,3\}$,则 $\complement_U(M\cup N)$等于(　　)

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2\}$　　C. $\{1,3,4\}$　　D. $\{4\}$

13. 2004·福建文一(1)　设集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,3,5\}$,$B=\{2,3,5\}$,则 $\complement_U(A\cap B)$等于(　　)

A. $\{1,2,4\}$　　B. $\{4\}$　　C. $\{3,5\}$　　D. $\varnothing$

14. 2004·湖北文一(1)　设 $A=\{x|x=\sqrt{5k+1},k\in\mathbf{N}\}$,$B=\{x|x\leqslant 6,x\in\mathbf{Q}\}$,则 $A\cap B$ 等于(　　)

A. $\{1,4\}$　　B. $\{1,6\}$　　C. $\{4,6\}$　　D. $\{1,4,6\}$

15. 2004·江苏文理一(1)　设集合 $P=\{1,2,3,4\}$,$Q=\{x||x|<2,x\in\mathbf{R}\}$,则 $P\cap Q$ 等于(　　)

A. $\{1,2\}$　　B. $\{3,4\}$　　C. $\{1\}$　　D. $\{-2,-1,0,1,2\}$

16. 2002·北京文理一(1)　满足条件 $M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$的集合 M 的个数是(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

17. 2001·天津文一(1)　设 $A=\{x|x^2-x=0\}$,$B=\{x|x^2+x=0\}$,则 $A\cap B$ 等于(　　)

A. 0　　B. $\{0\}$　　C. $\varnothing$　　D. $\{-1,0,1\}$

18. 2000·全国、天津文一(1)　设集合 $A=\{x|x\in\mathbf{Z}$ 且 $-10\leqslant x\leqslant -1\}$,$B=\{x|x\in\mathbf{Z}$ 且 $|x|\leqslant 5\}$,则 $A\cup B$中元素的个数是(　　)

A. 11　　B. 10　　C. 16　　D. 15

19. 2000·北京春文理一(2)　设全集 $I=\{a、b、c、d、e\}$,集合 $M=\{a、c、d\}$,$N=\{b、d、e\}$,那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 是(　　)

A. $\varnothing$　　B. $\{d\}$　　C. $\{a、c\}$　　D. $\{b、e\}$

20. 2000·上海春文理一(12)　设 I 是全集,非空集合 P、Q 满足 $P\subsetneqq Q\subsetneqq I$,若含 P、Q 的一个集合运算表达式,使运算结果为空集$\varnothing$,则这个运算表达式可以是______(只需写出一个表达式).

五、答案与提示

A组

1. A　提示:$A=\{x|x<1\}$　**2.** A　提示:$B=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$　**3.** A　**4.** B　**5.** A　提示:$Q=\{2,-3\}$　**6.** C　提示:特殊值判断法:令 $S_1=S_2=S_3=I$,剔除 B、D,再令 $S_1\subset S_2=S_3=I$,剔除 A　**7.** A　**8.** C　**9.** D　**10.** D　提示:$I=\{0,1,2,-1,-2\}$　**11.** D　提示:$P\cap Q=\{2,3,4,5,6\}$　**12.** D　**13.** A　**14.** D　提示:$A=\{1,4,6,\cdots\}$　**15.** A　提示:$Q=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$　**16.** B　提示:$M=\{2,3\}$或 $M=\{1,2,3\}$　**17.** B　提示:$A=\{0,1\}$,$B=\{0,-1\}$　**18.** C　提示:$A=\{-10,-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1\}$,$B=\{-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$　**19.** A　**20.** $P\cap\complement_I Q$　也可以写成$\complement_I Q\cap(P\cap Q)$或$\complement_I Q\cap(P\cup Q)$　提示:作出韦恩图如图 1-7

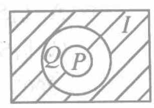

图 1-7

第 3 讲　含绝对值的不等式解法

一、高考内容

含绝对值不等式的解法(见解题诀窍).

二、高考要求

掌握简单不等式的解法.

三、解题诀窍

(一)$|f(x)|<a$(或$|f(x)|>a$)型不等式的解法

这时要注意a的正负.当$a>0$时，可根据定义将其转化为解不等式组：

$|f(x)|<a \Leftrightarrow -a<f(x)<a$　　$|f(x)|>a \Leftrightarrow f(x)<-a$ 或 $f(x)>a$

口诀：**“小于号夹中间(夹在$-a$与a之间)，大于号分两边(分在$-a$与a两边).”**

【例1】 2003·北京春理一(11)　若不等式$|ax+2|<6$的解集为$(-1,2)$，则实数a等于(　　)

A. 8　　B. 2　　C. -4　　D. -8

[解] 由$|ax+2|<6$得$-6<ax+2<6$，$-8<ax<4$.

当$a>0$时，有$-\frac{8}{a}<x<\frac{4}{a}$，已知原不等式解集为$(-1,2)$，$\therefore \begin{cases}-\frac{8}{a}=-1\\ \frac{4}{a}=2.\end{cases}$ 此方程组无解.

当$a<0$时，有$-\frac{8}{a}>x>\frac{4}{a}$. $\therefore \begin{cases}\frac{4}{a}=-1\\ -\frac{8}{a}=2.\end{cases}$ 解得$a=-4$.

当$a=0$时，原不等式即$|0\cdot x+2|<6$，解集为$\mathbf{R}$，与题设不符，舍去.　$\therefore a=-4$.

(二)形如$m<|ax+b|<n(m>0,n>0)$型不等式的解法

由 $m<|ax+b|<n \Leftrightarrow \begin{cases}|ax+b|<n & ①\\ |ax+b|>m & ②\end{cases}$ 或 $m<|ax+b|<n \Leftrightarrow \begin{cases}ax+b>0\\ m<ax+b<n\end{cases}$ ① 或 $\begin{cases}ax+b<0\\ -n<ax+b<-m\end{cases}$ ②　分别求出不等式①、②的解，再求解的交集即得原不等式的解集.

【例2】 2004·全国卷三文理一(8)　不等式$1<|x+1|<3$的解集为(　　)

A. $(0,2)$　　B. $(-2,0)\cup(2,4)$　　C. $(-4,0)$　　D. $(-4,-2)\cup(0,2)$

[解一] 原不等式等价于$\begin{cases}x+1>0\\ 1<x+1<3\end{cases}$或$\begin{cases}x+1<0\\ -3<x+1<-1\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}x\geqslant -1\\ 0<x<2\end{cases}$或$\begin{cases}x<-1\\ -4<x<-2\end{cases}\Rightarrow 0<x<2$或$-4<x<-2$.故选D.

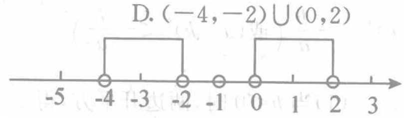

图1-8

[解二] 由绝对值在数轴上的几何意义，$1<|x+1|<3$表示数轴上到-1的距离介于1和3之间的点，如图1-8，得$-4<x<-2$或$0<x<2$.应选D.

四、走进考场3

A组

1. 2006·安徽理一(2)　设集合$A=\{x||x-2|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y|y=-x^2,-1\leqslant x\leqslant 2\}$，则$\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)$等于(　　)

A. $\mathbf{R}$　　B. $\{x|x\in\mathbf{R},x\neq 0\}$　　C. $\{0\}$　　D. $\varnothing$

2. 2005·福建文一(1)　已知集合$P=\{x||x-1|\leqslant 1,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{x|x\in\mathbf{N}\}$，则$P\cap Q$等于(　　)

A. P　　B. Q　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$