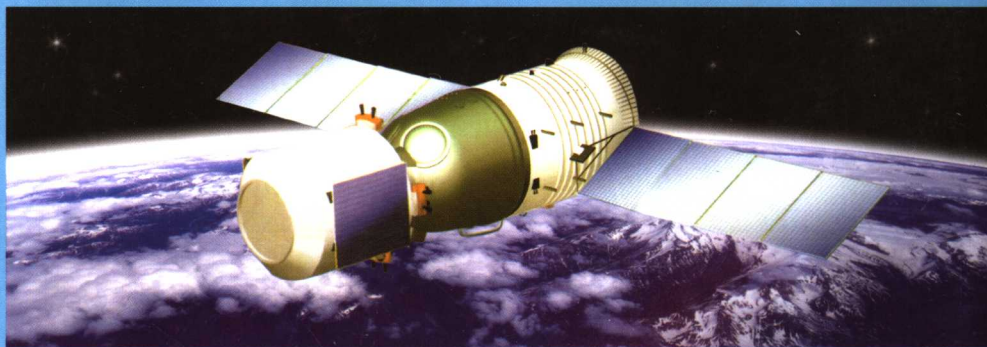


高等学校“十一五”规划教材/自动控制类

自动控制原理



(第2版)

张晋格 主编

王广雄 主审

哈尔滨工业大学出版社

内 容 简 介

本书系统地阐述了自动控制系统分析与设计的经典理论和方法。全书共分八章,其中前六章讲述线性定常系统的分析与设计,第七章讲述非线性系统,第八章介绍 MATLAB 在系统分析中的应用。

本书是在哈尔滨工业大学多年校用教材的基础上,根据教学改革的需要,考虑到目前控制理论教材的发展趋势而重新编写的。本书可作为高等学校自动化、电气工程、测控、通信、计算机及机械电子工程等各专业本专科学生的教材,也可供从事控制领域的工程技术人员自学与参考。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理/张晋格主编.—2版.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2007.2

ISBN 978-7-5603-1816-5

I.自… II.张… III.自动控制理论 IV.TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 005173 号

责任编辑 黄菊英

封面设计 卞秉利

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 18 字数 436 千字

版 次 2003 年 1 月第 1 版 2007 年 2 月第 3 版

2007 年 2 月第 3 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-1816-5

定 价 26.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

为了适应 21 世纪高素质科技人才的培养需要,教学改革正按照“优化知识结构,培养创新意识,提高综合素质”的总原则在深入进行之中。为此哈尔滨工业大学开展了现代控制工程基础理论课程体系与教材建设的研究工作,其研究成果获黑龙江省优秀高等教育科研成果一等奖。在此基础上,考虑到目前我国多数工科院校的课程设置情况与教学现状,作为“十五”期间我校重点教材建设项目,决定将控制工程基础理论按照“自动控制原理”、“现代控制理论基础”、“计算机控制理论与应用”、“智能控制技术”等教材体系编写。

从内容上,系列教材将先后覆盖控制理论的经典部分、现代部分、离散与数字部分以及最新发展的智能控制方法等。

从编写风格上突出了以下特点:

(1) 先进性:将计算机辅助工具 MATLAB 融入系列教材编写中,用于系统的分析、计算、设计与仿真。顺应现代科技的发展潮流,给控制理论教材注入新的活力。

(2) 适用性:控制理论要求学生具有较强的数理概念,根据这一特点,教材努力将数学的严谨性与物理的直观性相结合,理论与实践相结合,加大例题与习题的选择力度,注重工程应用背景,兼顾机、电类各专业的应用特点。

(3) 系统性与渐进性:遵循控制理论的发展规律,教材各分册之间循序渐进,有机连接,充分体现控制理论发展的系统性和渐进过程。

本书是根据自动化、电气工程、测控、通信、计算机与机械电子工程等专业新修订的教学大纲,在哈尔滨工业大学历届所用教材基础上考虑到目前控制理论教材的发展趋势重新编写的,也是作者多年教学经验和科研成果的总结。

本书主要讲述经典控制理论,共八章。其中前六章是线性定常系统的分析与综合,第七章是非线性系统,第八章介绍 MATLAB 在系统分析中的应用。

本书在讲述方法上注意了数理概念的结合,深入浅出,通俗易懂,加强了基本概念;在内容安排上,考虑到各专业的通用性和便于不同教学时数的取舍。为了便于学生加深对概念和理论的消理解,每章都有足够的例题和习题以供练习。

本书第一至五章及第六章 6.7 节由张晋格教授编写,第六、七章由王新生副教授编写,第八章由赵丽讲师编写,全书由张晋格教授主编统稿。

本书由王广雄教授主审,此外裴润教授、梁景凯教授、李铁桥教授也参加了审阅,并提出宝贵意见,在此深表感谢。

在本书编写过程中,得到哈尔滨工业大学自动控制理论及应用教研室和自动化教研室(威海)的领导及许多同志的大力支持,在此一并表示衷心感谢。

由于编者水平有限,书中不足之处在所难免,恳请读者对本书提出批评与指正,以便进一步修订与完善。

作 者
2002 年 10 月

第2版前言

本书自2003年1月出版以来,得到了广大高校师生的好评和认可,曾先后被多所院校选做教材使用,并收到了良好的教学效果。随着教育的不断深入,对学生知识结构的优化、创新能力的培养、综合素质的提高等方面提出了更高的要求。为了适应新世纪高素质科技人才培养的需要,我们根据近几年教学实践的体会,结合学生的反馈信息,对原书知识体系、每章知识点、例题与习题等方面,做了认真的分析和研究,感到在保持本书原有特点的基础上,有必要按照教学改革的发展情况,在某些方面对原书做进一步修改和充实。

本书主要是讲述自动控制系统的基本理论和分析设计方法。要求学生具有较强的数理概念和理论与工程实践相结合的意识 and 能力。在本课程学习过程中,习题演练与解题能力的训练尤为重要。为此修订版中,我们在每一章的结尾处都增添了“典型例题分析”。通过这些精选的例题,使学生从解题入手,提高分析与解决问题的能力,从而能够深入理解和综合利用所学过的有关理论和方法,逐步达到知识的融会贯通,学以致用。

此外,对书中某些章节还补充了“习题”和“小结”,对书中某些知识点在论述中的不足或不详之处,也做了认真地修正和补充。

为了使学生在习题练习中便于自析,修订版在附录Ⅲ中还增加了各章“习题参考答案”,供广大读者查阅。

尽管如此,但由于水平所限,书中肯定还会有不妥与疏漏之处,恳请读者批评指正,以便今后做进一步修订与完善。

作 者
2007年1月

目 录

第一章 绪论

1.1 引言	(1)
1.2 控制系统的基本控制方式	(1)
1.3 自动控制系统的类型	(4)
1.4 控制系统的性能要求和典型输入信号	(6)
1.5 基于 MATLAB 的控制系统分析与设计	(8)
习题与思考题	(9)

第二章 控制系统的数学模型

2.1 控制系统微分方程的建立	(10)
2.2 数学基础——拉普拉斯变换及其应用	(17)
2.3 传递函数	(24)
2.4 控制系统的传递函数方框图及其简化	(31)
小结	(41)
典型例题分析	(42)
习题	(43)

第三章 时域分析法

3.1 线性定常系统的时间响应及暂态响应性能指标	(47)
3.2 一阶系统的暂态响应	(50)
3.3 二阶系统的暂态响应	(52)
3.4 高阶系统的暂态响应	(62)
3.5 线性控制系统的稳态性	(64)
3.6 代数稳定判据	(66)
3.7 控制系统的稳态误差	(70)
3.8 稳态误差分析与计算	(72)
小结	(79)
典型例题分析	(79)
习题	(84)

第四章 频域分析法

4.1 频率特性	(87)
4.2 幅相频率特性(极坐标图)	(93)
4.3 对数频率特性(Bode 图)	(97)
4.4 乃奎斯特稳定判据	(106)
4.5 相对稳定性分析	(115)
4.6 闭环频率特性及其绘制方法	(118)
4.7 系统频域指标与时域指标之间的关系	(124)
4.8 频率特性的实验确定法	(126)
小结	(129)

典型例题分析	(130)
习题	(134)
第五章 控制系统的校正	
5.1 系统校正的概念	(137)
5.2 基本控制规律及常用校正装置	(139)
5.3 串联校正装置的频域设计	(145)
5.4 反馈校正	(160)
5.5 前馈与反馈复合控制	(165)
典型例题分析	(170)
习题	(175)
第六章 根轨迹法	
6.1 根轨迹与根轨迹方程	(179)
6.2 绘制根轨迹的基本规则	(180)
6.3 参数根轨迹	(190)
6.4 正反馈回路根轨迹	(192)
6.5 迟后系统根轨迹	(193)
6.6 利用根轨迹法分析系统的暂态响应	(195)
6.7 根轨迹法在系统校正中的应用	(197)
小结	(204)
典型例题分析	(204)
习题	(208)
第七章 非线性系统分析	
7.1 非线性系统的基本概念	(211)
7.2 相平面法	(214)
7.3 描述函数法	(224)
小结	(234)
典型例题分析	(234)
习题	(239)
第八章 MATLAB 在控制系统分析中的应用	
8.1 MATLAB 简介	(242)
8.2 MATLAB 在求解线性微分方程中的应用	(243)
8.3 MATLAB 在系统方框图化简中的应用	(248)
8.4 MATLAB 在系统时域分析中的应用	(253)
8.5 MATLAB 在绘制系统根轨迹中的应用	(256)
8.6 MATLAB 在系统频域分析中的应用	(263)
小结	(267)
附录	
附录 I 拉普拉斯变换表	(268)
附录 II 常用校正装置及特性	(270)
附录 III 部分习题参考答案	(274)
参考文献	(281)

第一章 绪 论

1.1 引 言

自动控制作为重要的技术手段,在工业、农业、国防、科学技术领域得到了广泛的应用,并发挥着日益重要的作用。

所谓自动控制是指在无人干预的情况下,利用控制装置(或控制器)使被控对象(如机器设备或生产过程)的一个或多个物理量(如电压、速度、流量、液位等)在一定精度范围内自动地按照给定的规律变化。例如,电网电压和频率自动地维持不变;数控机床按照预定的程序自动地切削工件;火炮根据雷达传来的信号自动地跟踪目标;人造卫星按预定的轨道运行,并始终保持正确的姿态等。这些都是自动控制的结果。

在这些自动控制系统实例中,尽管它们在功能与结构上各不相同,但它们都是由控制装置和被控对象所组成,通常我们称之为系统。这里所说的系统是指为达到某一目的,由相互制约的各个部分按一定规律组合而成,具有一定功能的整体。广义而言,系统的概念不仅包含物理系统,还包括生物学、社会学、经济学各领域的系统。

自动控制原理是研究自动控制技术的基础理论。它主要研究自动控制系统的组成、分析与设计。根据自动控制技术的发展阶段,通常将控制理论分为经典控制理论和现代控制理论。

按上述提法,经典控制理论是在传递函数的基础上以输入输出特性为数学模型,研究单输入、单输出的自动控制系统,特别是线性定常系统,主要采用频率响应法和根轨迹法来解决控制系统的分析与设计。由于这些理论发展较早,现已日臻成熟,在工程上比较成功地解决了如恒值自动控制系统与伺服系统(又称随动系统)的设计与实践问题。

现代控制理论是建立在状态空间法基础上,研究多输入多输出、时变非线性等控制系统的分析与设计问题,基本方法是时域方法,研究内容十分广泛,主要有线性系统理论、最优控制、最佳滤波、自适应控制、系统辨识、随机控制等。

近年来由于计算机与信息技术的迅速发展,控制工程无论从深度上还是从广度上都在向其他学科不断延伸与扩展,逐渐发展到以控制论、信息论、仿生学为基础,以智能机为核心的智能控制阶段。

本书重点阐述经典控制理论。

1.2 控制系统的基本控制方式

一、开环控制

自动控制系统有两种最基本的控制方式,即开环控制与闭环控制。如果系统在控制器

与被控对象之间只有正向控制作用而不存在反馈控制作用,这种控制方式叫做开环控制,如图 1.1 所示。由图可见,这种控制系统结构简单,对于每一个参考输入量,都有一个相应的输出

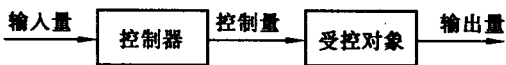


图 1.1 开环控制系统

量与之对应。系统的精度主要取决于元器件的精度和调整的精度。当系统的内部干扰和外部干扰影响不大、精度要求不高时,可采用开环控制方式。但是当系统在干扰作用下,输出量一旦偏离了原来的预定值,由于系统没有输出反馈,对控制量没有任何影响,因此系统没有消除或减少偏差的功能,这是开环系统最大的缺点,从而限制了它的应用范围。

下面我们来举例说明。图 1.2(a)是一个开环直流调速系统,图 1.2(b)是它的框图。

图中 U_g 为给定参考输入,它经触发器和晶闸管整流后产生直流电动机的供电电压 U_d ,使电机产生期望的转速 n 。但是若电动机负载、电网电压或激磁电流只要稍有变化,电动机转速 n 会随之而变化,不能维持 U_g 所对应的期望转速 n ,显然该系统无抗扰能力。

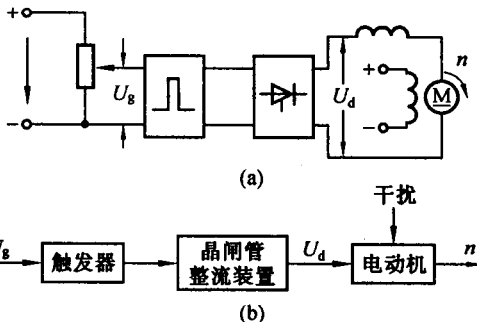


图 1.2 开环直流调速系统

二、闭环控制

若将系统的输出量反馈到它的输入端,并与参考输入进行比较,则构成闭环控制,其系统框图如图 1.3 所示。闭环控制的特点是,在控制器输入量与被控对象之间,不仅存在正向作用,而且存在反馈作用。若反馈信号与输入信号相减,则称为负反馈;反之,若反馈信号与输入信号相加,则称为正反馈。输入信号与反馈信号之差,称为偏差信号。此信号通过控制器,产生控制量使输出量趋于给定的数值。闭环控制的实质是利用负反馈作用来减小系统的输出误差,故又称闭环控制为反馈控制。

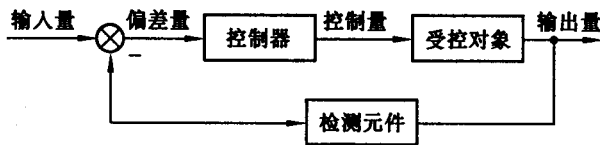


图 1.3 闭环系统框图

作为闭环控制系统的实例如图 1.4 所示。图中 TG 是测速发电机,通过它不断地对输出转速进行检测,并将测得的结果反馈到输入端与参考输入相减,产生偏差信号 ΔU ,经放大后驱动执行机构,使输出转速完全按照参考输入的要求变化。该系统如果受到外界或内部扰动,可以通过负反馈产生的偏差所取得的控制作用去消除输出量的误差,这种控制原理称为反馈控制原理。在本例中,例如,当电动机负载增大时,使电动机流过的电流 I_d 上升,电枢电阻压降增大,导致电动机转速 n 下降,从而测速机输出电压 U_m 减小,偏差电压 ΔU 上升,经放大后使触发脉冲前移,晶闸管整流输出电压 U_d 上升,从而补偿了由于负载增大所造成的电机转速下降,使转速 n 近似地保持不变。

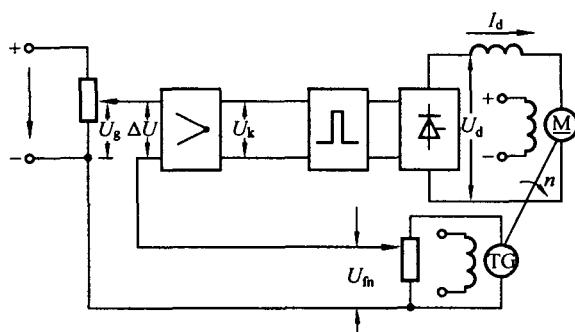


图 1.4 闭环直流调速系统

三、开环与闭环控制系统的比较

从抗扰能力考虑,由于闭环系统引入了反馈,因此对于外部扰动和内部参数变化引起的偏差能够自动地减小,这样就可以采用成本较低、精度不太高的元器件构成一个精度较高的控制系统,闭环系统的精度很大程度上取决于反馈检测元件的精度,而开环系统则不然,由于没有反馈,因此没有纠正偏差的能力,当受到外扰和内扰时,将会引起系统精度降低。开环系统的精度完全取决于系统元器件的精度和调整的准确度。

从稳定性的角度考虑,开环系统的结构简单、建造容易,一般不存在稳定问题。而闭环则不然,反馈的引入有可能使本来稳定的开环系统出现振荡,甚至造成不稳定,因此稳定性对于闭环系统始终是一个重要问题。

应当指出,当系统的输入量与输出量关系已知、内外扰动对系统影响不大、控制精度要求不高时,最好采用开环控制。当无法预计外界扰动或内部元件参数不稳定时,采用闭环控制的优点显得特别突出。当整个系统要求性能较高时,为了解决闭环系统本身控制精度和稳定性之间存在的矛盾,可以将开环和闭环结合在一起,构成复合控制系统。

本书主要研究闭环控制系统,即反馈控制的有关理论和方法。

四、反馈控制系统的框图组成和术语定义

对于任何一个控制系统,不管其结构多么复杂,用途各种各样,但都可以由一些基本框图和符号来表示。图 1.5 是一个典型的反馈控制系统示意框图。

现将图中的符号及术语定义说明如下,这些符号将在本书中经常用到。

参考输入 r ——输入到控制系统中的给定(指令)信号;

主反馈 b ——与输出成正比或有某种函数关系,但是量纲与参考输入相同的信号;

偏差 e ——参考输入与主反馈之差的信号;

控制环节 G_c ——接受偏差信号,通过转换与运算产生控制量 u ;

控制量 u ——控制环节的输出,作用于被控对象;

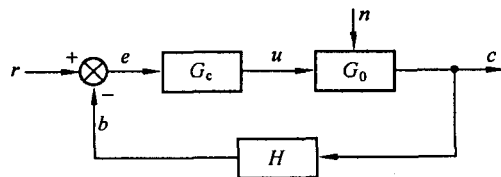


图 1.5 典型反馈控制系统

扰动 n ——不希望的、影响输出的信号；

被控对象 G_0 ——接受控制量、输出被控制量；

输出 c ——系统的被控制量；

反馈环节 H ——将输出转换为主反馈信号；

比较环节 $\otimes$ ——相当于偏差检测器，它的输出量等于两输入量的代数和，图中箭头上的符号表示输入在此相加或相减。

1.3 自动控制系统的类型

自动控制系统的种类繁多，应用范围很广，性能与结构各异，因此可以从不同角度进行分类，下面将列出主要的几种分类方法。

一、按给定量的变化规律分类

1. 恒值控制系统(又称自动调节系统)

当系统的给定量(参考输入量)是常量，或整定后相对保持常量时，称为恒值控制系统，此类系统分析与设计的重点是研究各种干扰对被控对象的影响，并从克服干扰的角度对系统进行设计，即在存在干扰的情况下，如何使系统以一定的准确度将输出量保持在与给定值所对应的希望数值上。

在图 1.4 闭环直流调速系统中，若给定电位器不动，即输入电压 U_g 保持不变，则成为恒转速自动控制系统。下面再给出一贮槽液位控制系统的例子，如图 1.6 所示。

该系统的自动控制器是通过比较实际液位，再通过调整气动阀门的开度，对误差进行修正，从而使液面保持不变。

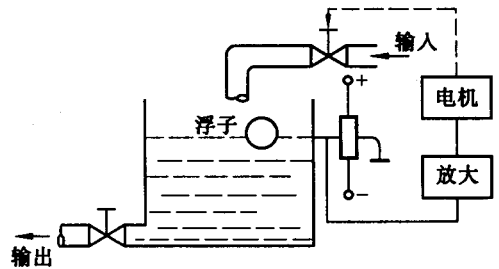


图 1.6 液位控制系统

2. 随动系统(又称伺服系统)

随动系统的参考输入量是一个变化的量，一般是随机的，即给定量的变化规律事先不能确定，而要求系统的被控制量(输出量)能准确快速地跟随输入信号的变化而变化，即复现给定量。

随动系统应用极广，如火炮自动瞄准系统、雷达自动跟踪系统。图 1.7 给出一个位置随动系统的例子。

该系统用一对桥式连接的电位计作为位置检测元件，并分别把系统的输入与输出位置信号转换成电信号进行比较。当两电位器转角相等时，即 $\theta_r = \theta_c$ ，则 $U_r = U_c$ ， $U_e = U_d = 0$ ，电机静止不动，当发送电位计变化一角度 $\Delta\theta_r$ 时，则 $U_e = U_r - U_c \neq 0$ ，在 U_e 作用下经放大后供电给电动机，带动负载和接受电位器的动臂一起旋转，直至 $\theta_r = \theta_c$ 为止。

3. 程序控制系统

当输入量是已知给定值的时间函数时，控制作用将按预定的规律(程序)变化，这种系统称为程序控制系统，机械加工中的仿形铣床或数字程序控制机床都属于这种系统，程序控制系统可以做成开环形式，也可以是闭环形式。

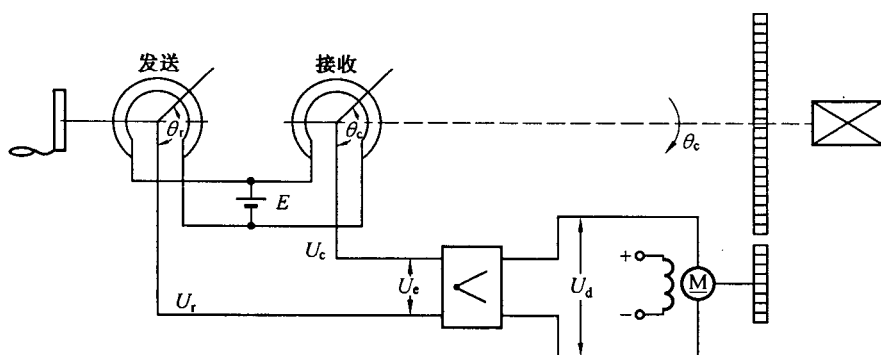


图 1.7 位置随动系统

二、按系统的响应特性分类

1. 线性与非线性系统

(1) 线性系统。当系统中各元件的特性均为线性时,若能用线性微分方程描述系统输入与输出的关系,则称为线性系统。线性系统的主要特性是具有齐次性和叠加性。系统的时间响应特性与初始状态无关。

若线性微分方程的各项系数均为与时间无关的常数,则为线性定常系统(或称线性时不变系统或自治系统),若线性微分方程的系数中有时间函数项(哪怕只有一项),则称为线性时变系统(又称非自治系统)。

(2) 非线性系统。当系统中有一个非线性特性元件时,系统则只能由非线性微分方程来描述,系统称为非线性系统,非线性系统也有定常系统和时变系统之分,非线性常系数微分方程没有完整统一的解法,不能应用叠加原理,输出时间响应特性与初始状态关系极大。

2. 连续系统与离散系统

根据系统中信号相对于时间的连续性,通常分为连续时间系统和离散时间系统,简称连续系统与离散系统。

(1) 连续系统。当系统中各元件的输入、输出信号都是连续函数的模拟量时,称为连续系统。若系统是线性的又是连续的,则称为线性连续系统。

(2) 离散系统。当系统中的信号是以脉冲序列或数码的形式传递时,则称为离散系统。离散系统可以用差分方程描述,同样差分方程也有线性、非线性、定常与时变之分。

连续系统经过采样开关将连续信号转换成离散的脉冲序列形式去控制的系统,通常称为采样控制系统。

如果用计算机或数字控制器,离散信号是以数码形式传递的系统,则称为数字控制系统。由于被控量是模拟量,所以这种系统中有模/数(A/D)和数/模(D/A)转换器。计算机控制系统是典型的数字控制系统,其系统结构框图如图 1.8 所示。

除此之外,还可以从其他角度将控制系统分为单输入单输出系统(SISO)和多输入多输出系统(MIMO);确定性系统与非确定性系统;集中参数系统和分布参数系统等。

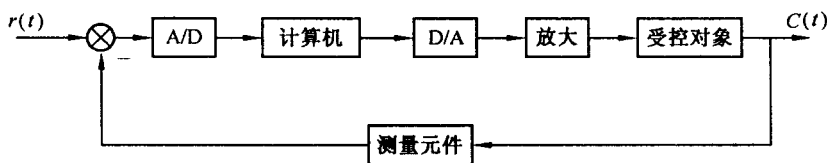


图 1.8 典型计算机控制系统框图

1.4 控制系统的性能要求和典型输入信号

一、对控制系统的基本要求

自动控制系统由于控制对象不同,工作方式不同,完成的任务不同,因此对系统的品质要求也往往各不一样,但是自动控制理论是研究各类系统共同规律的一门科学,对于闭环反馈控制系统来说,在已知系统的结构与参数时,我们感兴趣的是在某种典型输入信号的作用下,输出量(被控量)变化的全过程。例如,对于恒值控制系统,主要是研究扰动作用引起输出量变化的全过程;对于随动系统,主要是研究输出量怎样克服扰动影响并跟随参考输入量变化的全过程。各类系统对被控量变化全过程所提出的基本要求是一样的,一般可归纳为稳定性、快速性和准确性,即稳、快、准。

1. 稳定性

稳定性是保证系统正常工作的先决条件,因为不稳定的系统是无法完成预定控制任务的。所谓稳定性是指系统偏离平衡工作状态后,自动恢复到平衡状态的能力。

由于控制系统中一般含有惯性元件或储能元件,而这些元件的能量不能突变,因此当系统受到扰动时,控制过程不会立即完成,使该系统的输出响应偏离了平衡状态,如果在随后的时间里,被控量经过一段时间(称为过渡过程时间)能够最终回到原来的平衡状态,则系统是稳定的;反之,如果系统的输出响应逐渐增大趋于无穷,或出现发散振荡的情况,则系统是不稳定的。线性自动控制系统的稳定性是由系统本身的结构与参数决定的,与外界因素无关,自动控制理论应研究系统的稳定性与系统的结构及参量间的关系,并给出稳定性的判别方法,因此稳定性的研究是自动控制理论中的一个基本问题。

2. 快速性

快速性是系统在稳定工作的前提下提出的,所谓快速性是指系统在消除输出响应与给定输入量之间的偏差时的快慢程度。快速性是衡量系统过渡过程性能的形式和快慢的重要指标,通常称为动态性能指标。为了保证系统动态调节过程快速、均匀,通常把调节时间(即过渡过程时间)、超调量、振荡次数统称为系统的动态品质指标(或称暂态、瞬态品质指标)。

3. 准确性

准确性又称稳态精度。系统在过渡过程结束后实际输出量与给定期望值之间的偏差,称为稳态误差。稳态误差越小,说明控制系统的控制精度越高。稳态误差是衡量控制系统性能好坏的另一项重要指标,设计者的任务之一就是在兼顾控制系统其他性能指标的同时,使稳态误差尽可能小或小于某个允许的误差范围。

应当指出,上面提出的三个基本要求,对于不同的控制系统,具体的技术标准也各有侧

重,例如,恒值控制系统对平稳性的要求严格,随动系统对快速性的要求较高。另外,对于同一系统,稳、快、准的要求是相互制约的。例如,提高系统的快速性,往往会诱发系统强烈的振荡;若改善平稳性,控制过程又可能延缓,甚至会影响稳态精度。分析与解决这些矛盾,也是控制理论研究的主要问题。

二、典型输入信号

在工程实践中,作用于自动控制系统的信号是多种多样的,既有确定性信号,也有非确定性信号,如随机信号。为了便于系统的分析与设计,常选用几种确定性信号作为典型输入信号。典型输入信号的选取原则是:该信号的函数形式容易在实验室或现场中获得;系统在这种信号作用下的性能可以代表实际工作条件下的性能;这种信号的函数表达式简单,便于计算。工程设计中常用的典型输入信号有:阶跃函数、斜坡函数、抛物线函数、脉冲函数、正弦函数,此外还有伪随机函数等。

1. 阶跃函数

阶跃函数的图形如图 1.9 所示,它的表达式为

$$f(t) = \begin{cases} A & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (A \text{ 为常量}) \quad (1.1)$$

幅值为 1 的阶跃函数,称为单位阶跃函数。它的表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

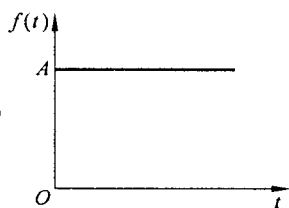


图 1.9 阶跃函数

常记为 $1(t)$, 幅值为 A 的阶跃函数可表示为 $f(t) = A \cdot 1(t)$ 。在任意时刻 t_0 出现的阶跃函数可表示为 $f(t - t_0) = A \cdot 1(t - t_0)$ 。

在工程实践中,阶跃函数是经常遇到的一种外作用信号形式,如给定电压突然跳变、电机负载突然变化等,都可以视为阶跃信号。在控制系统的分析与设计中,一般将在阶跃函数作用下系统的输出响应特性作为评价系统动态性能的依据。

2. 斜坡函数

斜坡函数的图形如图 1.10 所示,它的表达式为

$$f(t) = \begin{cases} At & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (A \text{ 为常量}) \quad (1.3)$$

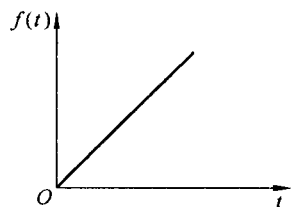


图 1.10 斜坡函数

斜坡函数也称为等速度函数。它等于阶跃函数对时间的积分,而它的导数就是阶跃函数。当 $A = 1$ 时,称为单位斜坡函数。

在工程实践中,某些随动系统经常工作于这种函数作用之下。

3. 抛物线函数

抛物线函数的图形如图 1.11 所示,它的表达式为

$$f(t) = \begin{cases} At^2 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (A \text{ 为常量}) \quad (1.4)$$

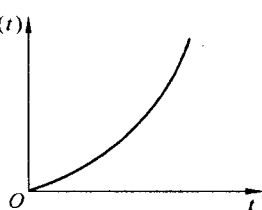


图 1.11 抛物线函数

抛物线函数也称为加速度函数,它等于斜坡函数对时间的积分,而它对时间的导数就是斜坡函数。当 $A = 1/2$ 时,称为单位加速度函数。

4. 脉冲函数

脉冲函数的图形如图 1.12 所示, 它的表达式为

$$f(t) = \begin{cases} \frac{A}{\varepsilon} & 0 < t < \varepsilon \\ 0 & t < 0 \text{ 或 } t > \varepsilon \end{cases} \quad (A \text{ 为常数}) \quad (1.5)$$

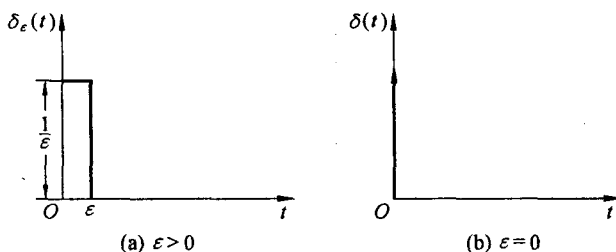


图 1.12 脉冲函数

当 $A = 1$ 时, 计为 δ_ε , 见图 1.12(a); 若令 $\varepsilon \rightarrow 0$, 则称为单位脉冲函数 $\delta(t)$, 见图 1.12(b)。

理想单位脉冲函数 $\delta(t)$ 的表达式为

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad \text{且} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1.6)$$

式(1.6)表明, 理想单位脉冲函数是一个宽度为零、幅值为无穷大、面积为 1 的脉冲。脉冲函数的强度通常用其面积表示, 强度为 A 的脉冲函数可表示为 $f(t) = A \cdot \delta(t)$ 。在时刻 t_0 出现的单位脉冲函数可表示为 $\delta(t - t_0)$ 。单位脉冲函数是单位阶跃函数对时间的导数, 而单位阶跃函数则是单位脉冲函数对时间的积分。

应当指出, 脉冲函数只是数学上的定义和假设, 在现实中并不存在, 但它是一个重要的数学工具。在控制理论研究中, 它亦有重要作用。如一个任意形式的外作用函数, 可以分解为不同时刻一系列脉冲函数之和。这样, 通过研究系统在脉冲函数作用下的响应特性, 便可了解系统在任意形式函数作用下的响应特性。

5. 正弦函数

正弦函数的表达式为

$$f(t) = A \sin(\omega t - \varphi) \quad (1.7)$$

式中, A 为振幅; $\omega = 2\pi f$ 为角频率; φ 为初始相角。

正弦函数是控制系统常用的一种典型外作用信号, 许多随动系统就是在这种函数作用下工作的。如舰船的消摆系统、稳定平台的随动系统等, 就是处于类似于正弦函数的波浪下工作的。用正弦函数作为输入信号, 可以求得不同频率的正弦函数输入的稳态响应, 称之为频率响应, 利用频率响应来分析和设计自动控制系统, 称为频域设计法, 这部分内容将在第四章中介绍。

1.5 基于 MATLAB 的控制系统分析与设计

MATLAB(MATrix LABoratory)是一套高性能的数值计算系统和可视化软件, 其强大的

扩展功能为各个领域的应用提供了深厚的基础。近年来国际上许多高校教材都将 MATLAB 作为一种基本工具,用于控制系统分析、计算、设计和仿真,取得了良好效果。我国科技界和高等院校也开始重视 MATLAB 的应用。本书在介绍传统的控制理论的同时,也将这一功能强大的计算机辅助工具列入本课程的教学内容中。

控制系统计算机辅助分析与设计的主要内容包括以下几个方面:

1. 系统建模与数学模型表示方式之间的转换

对系统进行分析与设计之前,首先要建立被控对象的数学模型。工程上广泛应用的建模方法有两种:一是机理法(分析法),即直接根据有关的物理定律和规律列写微分方程,其中有许多工作可以由计算机完成,如确定参数、线性化过程、模型精度检验(通过仿真)等;二是采用系统辨识的方法,这种方法需要对控制系统施加实验信号,测量大量的输入输出数据,通过对这些数据的分析、处理、运算,辨识出对象的数学模型,这些工作可以借助计算机完成。

数学模型的描述有多种方式,为了适应不同的分析设计方法,有时需要对系统模型的表示方式进行转换,如传递函数与状态方程的转换,微分方程与差分方程的转换,结构图的绘制,求系统开环与闭环的传递函数等。

2. 控制系统的分析与设计

借助于计算机辅助工具软件,可以为控制理论所形成的各种系统分析和设计方法的使用开辟广阔的天地,如时域分析法、复域分析法(根轨迹分析法)、频域分析法、极点配置与观测器设计、最优控制器设计等。

利用计算机辅助工具对控制系统进行分析与设计会带来一系列的优点:

- (1) 提高分析与设计效率,缩短设计周期。
- (2) 提高系统设计精度,减少错误,利用计算机可以完成靠人工方式无法完成的复杂计算。
- (3) 便于方案比较和优化,利用计算机快速计算和修改参数方便的优点,可以对不同的设计方案和不同的参数组合进行充分的比较,从中选出最佳方案,获最佳效益。
- (4) 形象直观,便于理解,借助于计算机输出图形显示,可以对控制系统的输出响应获得直观深入的理解。

总之,将计算机辅助工具与课堂教学结合起来可以提高自动控制理论的教学水平,提高学习效率,更好地获得控制系统分析与设计的经验。本书在最后一章,将重点介绍 MATLAB 在这方面的主要应用情况。

习题与思考题

1. 试根据图 1.6 和图 1.7 分别绘出闭环系统框图,并说明负反馈的作用是什么?若改变极性,或反馈断线,对系统有何后果?
2. 试举出实践中遇到的开环、闭环控制系统的例子,并说明其工作原理,比较开、闭环控制的优缺点。
3. 随动系统与恒值调节系统的主要区别是什么?

第二章 控制系统的数学模型

分析与设计控制系统,首先要建立它的数学模型,数学模型是描述系统中各变量之间关系的数学表达式。控制系统在稳态工作条件下,或系统中各变量随时间变化缓慢情况下,以至于它们对时间的变化率可以忽略不计(即变量的各阶导数为零)情况下,此时描述变量之间关系的代数方程称为稳态数学模型。如果各变量对时间的变化率不可忽略(即变量的各阶导数不为零),则描述变量各阶导数之间关系的微分方程称为动态数学模型,因为只有把握住系统的动态变化过程,才能从理论上对系统进行定量的分析和计算。

控制系统的种类很多,如机械系统、电气系统、液压系统、热力系统等。这些表面上完全不同的物理系统,却可能具有完全相同的数学模型,因此,数学模型可以表达这些系统动态过程的共同特性。这样只要我们深入研究一种数学模型,也就了解了具有这种数学模型各类系统的特性。由此可见,控制系统的数学模型一旦建立后,对于系统的分析与研究主要是针对系统所对应的数学模型,而不再涉及实际物理系统的具体性质和特点。

建立数学模型的方法通常有机理分析法和实验辨识法两种,机理分析法是对系统各部分的运动机理进行分析,根据它们所依据的物理、化学及各种科学规律,列写相应的运动方程,例如,力学中的牛顿定律,电学中的基尔霍夫定律等。实验辨识法是为被测系统施加某种测试信号,根据测得的实验数据,用某种数学方法进行数据处理,拟合出与实际系统比较接近的数学模型,这种方法称为系统辨识。本章只讨论机理分析法。

在控制系统的分析与设计中,由于系统的类型不同,采用的分析设计方法不同,数学模型也相应有多种形式。在时域中常用的数学模型有微分方程、差分方程、状态方程等,在复域中有传递函数、动态结构图(方框图);频域中有频率特性等。本章只研究微分方程以及由此派生出的传递函数和方框图或简称框图,其应用范围只限于线性定常系统。

2.1 控制系统微分方程的建立

微分方程是在时域中描述系统(或元件)动态特性的数学模型。利用微分方程可以得到其他多种形式的数学模型。因此它是数学模型的最基本形式。

一、列写微分方程的一般方法

列写微分方程的目的在于确定系统的输出与输入间的函数关系。系统都是由不同的元、部件组成的,因此列写微分方程可按下述步骤进行。

(1) 确定系统(或元件)的输入量、输出量。系统的输入量包括给定输入和扰动输入两类信号,而输出量是指被控制量,对于一个元件或一个环节而言,输入输出量的确定可以根据信号传递的先后顺序来确定。

(2) 按照信号传递的顺序,根据各变量所遵循的运动规律列写出各环节的动态方程。列写过程中要考虑到相邻元件间的负载效应,有时要做些必要的简化,忽略某些次要因素,

必要时对非线性因素还要做线性化处理。列写完后一般构成微分方程组,称之为系统原始模型。

(3) 消去中间变量,导出只含有输入变量和输出变量的系统微分方程。

(4) 规范化、整理微分方程,将输出项归放到方程左侧,输入项归放到方程右侧,各阶导数项按阶次从高到低的顺序排列。

应当说明,建立系统运动方程的关键是系统及其元、部件所属学科领域的有关科学规律,而不是数学本身。但是微分方程的求解过程却需要数学工具(如拉氏变换)。

下面举例说明系统(或元件)动态方程的列写过程。

例 2.1 R-L-C 电路如图 2.1 所示, u_r 为输入电压, u_c 为输出电压,试列出 u_r 和 u_c 之间的微分方程。

解 设回路电流为 i , 根据基尔霍夫定律, 可得

$$iR + L \frac{di}{dt} + u_c = u_r$$

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt$$

消去中间变量 i , 可得

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = u_r$$

或写为

$$T_1 T_c \frac{d^2 u_c}{dt^2} + T_c \frac{du_c}{dt} + u_c = u_r \quad (2.1)$$

式中

$$T_1 = L/R \quad T_c = RC$$

例 2.2 已知 RC 滤波网络如图 2.2 所示, 试写出网络输入输出间的微分方程。

解 该网络由两个形式相同的 RC 电路串联而成。在列写微分方程时, 必须考虑后级电路是否对前级电路产生影响, 即负载效应问题。对于图 2.2 所示电路, 如果只是简单地分别列出两个单级 RC 电路的方程, 消去中间变量而得出的微分方程将是错误的。只有当后一环节的输入阻抗很大, 对前面环节的影响可以忽略时, 才可以单独地分别列写每个环节的方程。

在考虑负载效应的情况下, 微分方程的列写步骤如下:

(1) 根据基尔霍夫定律, 写出下面原始方程组

$$\begin{cases} i_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt = u_r \\ i_2 R_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt \\ \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = u_c \end{cases}$$

(2) 消去中间变量 i_1, i_2 , 得

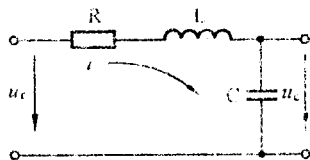


图 2.1 R-L-C 电路

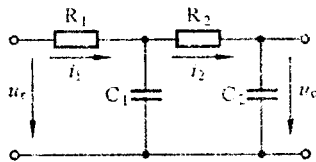


图 2.2 RC 滤波电路