



研究生教材

非线性振动

周纪卿 朱因远

西安交通大学出版社

研究生教材

非 线 性 振 动



朱因远

西安交通大学出版社

内 容 提 要

本书系统地叙述了非线性振动经典的及现代的理论和方法。全书共分12章。前9章为非线性振动的经典部分,从定性、定量两个方面研究保守系统、散逸系统、自激振动系统、受迫振动系统和参量激励系统的性态。第3章运动稳定性可单独选学,第8章研究多自由度系统的一些特征。第10章到第12章介绍了近二十年来国内外学者的最新研究成果——点映射、胞映射、突变和分岔及混沌现象。附录中有六个计算机程序,每章后附有习题。

本书叙述简明、扼要,除讲清数学推导外,着重阐述系统的物理本质。内容丰富,由浅入深,便于教学。

本书可作为力学、机械、物理等专业研究生或高年级本科生学习使用,也可供有关专业教师和技术人员参考。

(陕)新登字 007 号

非线性振动

周纪卿 朱因远

责任编辑:郑丽芬

责任校对 郭丽芳

*

西安交通大学出版社出版发行

(西安市兴庆南路25号 邮政编码:710049 电话:(029)3268315)

西安正华印刷科技有限公司印装

各地新华书店经销

*

开本:850×1168 1/32 印张:13.625 字数:344千字

1998年9月第1版 2001年10月第2次印刷

印数:1 001~2 500

ISBN 7 - 5605 - 1011 - 6 /O·133 定价:15.00元

若发现本社图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题,请去当地销售部门调换或与我社发行科联系调换。发行科电话:(029)3268357,3267874

《研究生教材》总序

研究生教育是为国家培养高层次人材的,它是我国高等教育的最高层次。研究生必须在本门学科中掌握坚实的基础理论和系统的专门知识,具有从事科学研究或承担专门技术工作的能力。这些要求具体体现在研究生的学位课程和学位论文中。

认真建设好研究生学位课程是搞好研究生教育的重要环节。为此,我们组织出版这套以公共课和一批新型单位课程为主的研究生教材,以满足当前研究生教学的需要。这套教材的作者都是多年从事教学、科研、具有丰富经验的教师。

这套教材首先着眼于研究生未来工作和高技术发展的需要,充分反映国内外最新学术动态,使研究学习之后能迅速接近当前科技发展的前沿,以适应“四化”建设的要求;其次,也注意到应有的基本理论和基本内容,以保持学位课程内容的相对稳定性和系统性,并具有足够的深广度。

这套研究生教材虽然从提出选题、拟定大纲、组织编写到编辑出版,都经过了认真的调查论证和细致的工作,但毕竟是第一次出版这样高层次的系列教材,水平和经验都感不足,缺点和错误在所难免。希望通过反复的教学实践,广泛听取校内外专家学者和使用者的意见,使其不断改进和完善。

西安交通大学研究生院
西安交通大学出版社

前 言

近几十年来,随着科学技术和经济建设的迅猛发展,促进了非线性振动学科的发展。目前机械、能源、交通、化工、生物、生命、航空航天工程中提出了大量的非线性振动问题,有待解决。特别是强非线性、大振动问题,多自由度振动问题,系统的全局分析问题等,都是本学科研究的“热点”问题。这些问题如果用线性振动理论来描述,不仅精度差,甚至把本质特征都舍弃了。因此,作为现代物理和技术工程领域中的基础理论——非线性振动理论已成为高等院校学生一门越来越重要的基础理论课程,成为工程技术人员和科学工作者工作中必备的基础知识。

自 80 年代中期以来,非线性动力学的研究取得一批重要成果,它不但奠定本学科进一步发展的基础,同时启发人们思索:世界的复杂性,看来只有用“非线性”观点才有可能解释。所以人们说“21 世纪是非线性的世纪”。

作为一本教材,我们把非线性振动理论经典部分和现代数值分析方法及处理全局问题的优秀方法介绍给读者。本书共分 12 章。前 9 章为非线性振动经典部分,从建立方程入手,从定性、定量、数值分析三个方面研究保守系统、散逸系统、自激系统,受迫振动和参量激励振动系统的解和解的稳定性。第 3 章运动稳定性可以单独选学,第 8 章研究多自由度系统的一些特征。第 10 章到第 12 章介绍近 20 年来国内外学者研究的成果。本书采用全国自然科学名词审定委员会 1993 年公布的“力学名词”中名词术语。本书所包括的内容可供 40~60 学时课程讲授使用。

本书是为工院校高年级学生、研究生学习非线性振动理论提供的一本合适教材。同时可以作为教师和工程技术人员的参考

书。

在编写过程中,我们参阅了大量国内外教材、专著和文献。并引用了一些例题和图,在此向有关著者表以感谢。

在本书即将出版时,作者深深感谢曾经指导、帮助与鼓励过作者的师友和同仁们。陈绍汀教授认真审阅了全书,指出初稿中一些欠妥之处,他的富有哲理的宝贵意见使本书增色不少,作者向他表示深切的谢意。

本书得到西安交通大学研究生院和出版社大力支持。责任编辑郑丽芬同志为它作了细致加工,作者在此表示深深的谢意。

在编写过程中,作者深感知识不足,疏误在所难免,恳切期待来自各方面的批评与建议,以使本书质量不断提高。

作者

1997.12

第

目 录

第 1 章 绪 论

- 1.1 非线性振动的特点 (1)
- 1.2 非线性振动理论的主要内容 (3)

第 2 章 单自由度系统自由振动定性分析方法

- 2.1 引 言 (6)
- 2.2 单自由度非线性振动举例^[1~3] (7)
- 2.3 非线性阻尼^[1,4] (11)
- 2.4 位形空间 相空间 相平面^[4] (16)
- 2.5 单自由度保守系统的定性分析^[1,3,7,8] (18)
- 2.6 相平面上奇点的性质^[1,3,4] (26)
- 2.7 相轨线的两种作图方法^[3,7] (33)
- 2.8 耗散系统相平面上的相轨线^[1,3,7,8] (37)
- 习 题 (47)

第 3 章 李雅普诺夫运动稳定性理论

- 3.1 引 言 (51)
- 3.2 扰动运动微分方程^[10,11] (52)
- 3.3 运动稳定性概念^[2,10,11] (56)
- 3.4 函数的定号性和变号性^[10,11] (58)
- 3.5 李雅普诺夫运动稳定性定理^[10,11] (64)
- 3.6 稳定性定理的扩展^[10,11] (71)
- 3.7 李雅普诺夫函数的构造^[10,11] (74)
- 3.8 一阶线性常微分方程组的稳定性^[10,11] (82)

3.9	李雅普诺夫第一近似理论 ^[10,11]	(87)
3.10	特征方程全部根具有负实部的判别准则 ^[10,11]	(91)
	习 题	(94)

第4章 单自由度系统自由振动定量分析方法

4.1	直接展开小参数法 ^[1-9]	(97)
4.2	坐标变形法 ^[1,2,3,4,9,10]	(102)
4.3	多尺度法 ^[1,4,9,10]	(110)
4.4	慢变参数(振幅、相位)法 ^[2-4]	(121)
4.5	KBM法(三级数法) ^[1-10]	(125)
4.6	等效线性化方法 ^[4-8]	(135)
4.7	谐波平衡法 ^[1-7]	(137)
4.8	里茨—伽辽金法 ^[2,7]	(140)
4.9	具有有限阻尼的非线性振动 ^[1]	(144)
	习 题	(148)

第5章 单自由度系统的自激振动

5.1	引 言 ^[1-6]	(154)
5.2	自激振动的例子 ^[1-6]	(155)
5.3	闭轨道和极限环 ^[1-6]	(161)
5.4	范德波尔方程 ^[1-6]	(165)
5.5	极限环的存在性 ^[1-6]	(170)
	习 题	(175)

第6章 单自由度系统的受迫振动

6.1	引 言	(177)
6.2	无阻尼达芬方程和逐次逼近法 ^[3]	(178)
6.3	有阻尼达芬方程 ^[1-4]	(181)

6.4	突跳现象 ^[1-8]	(184)
6.5	主共振 超谐共振 亚谐共振 组合共振 ^[1-4,10]	(188)
6.6	带平方和带立方非线性系统的受迫振动 ^[1,10]	(200)
6.7	非定常振动 ^[1-6]	(207)
6.8	自振系统的受迫振动 ^[1-6]	(210)
6.9	非理想系统 ^[1-7]	(218)
	习 题.....	(224)

第7章 单自由度系统参量激励振动

7.1	引 言 ^[1-8]	(228)
7.2	参量激励振动系统的例子	(229)
7.3	弗洛凯理论 ^[1-4]	(234)
7.4	用约束参数法确定马蒂厄方程稳定性区域 ^[1]	(240)
7.5	用希尔无限行列式法确定稳定区边界 ^[1]	(245)
7.6	粘性阻尼对稳定区域的影响 ^[1]	(247)
7.7	非线性因素对稳定性的影响 ^[1]	(248)
	习 题.....	(251)

第8章 多自由度系统的振动

8.1	引 言 ^[1]	(254)
8.2	自由振动中的内共振现象 ^[1,10]	(255)
8.3	受迫振动中的饱和现象 ^[1,10]	(261)
8.4	受迫振动中的无周期响应现象 ^[1,10]	(267)
	习 题.....	(269)

第9章 研究非线性振动的数值方法

9.1 引言	(272)
9.2 初始值问题 ^[4,14]	(273)
9.3 刚性方程简介 ^[14]	(282)
9.4 边值问题 ^[15,16]	(285)
9.5 用打靶法求非线性振动的周期解 ^[15,16]	(291)
9.6 周期运动稳定性的数值研究 ^[16]	(299)
习题	(301)

第10章 点映射和胞映射

10.1 引言	(303)
10.2 一维点映射系统和二维点映射系统 ^[6,17]	(303)
10.3 用点映射研究动力系统周期解及其局部稳定性 ^[17]	(310)
10.4 用点映射构造动力系统全局稳定域 ^[17]	(315)
10.5 用点映射研究参量激励振动问题 ^[17]	(319)
10.6 简单胞映射 ^[18~21]	(324)
10.7 简单胞映射的计算机算法 ^[19]	(330)
10.8 胞映射的中心点法 ^[19]	(335)
10.9 一般胞映射简介 ^[20]	(340)
习题	(344)

第11章 分岔与突变

11.1 引言 ^[11,24]	(345)
11.2 三种典型分岔 ^[11,22~24,27,30,33]	(348)
11.3 映射分岔 ^[11]	(353)
11.4 突变概念 ^[24,25,30~33,40,41]	(357)
11.5 突变的规则 ^[24,25,30,33,40]	(362)
11.6 两个例子	(363)

习 题	(365)
-----	-------

第 12 章 混 沌

12.1 引 言	(366)
12.2 映射系统中的混沌性态 ^[31~34,36~39]	(368)
12.3 由微分方程控制的系统中的混沌性态 ^[30,31,32,34,39]	(376)
12.4 研究混沌的方法 ^[22~38]	(384)
12.5 同宿轨道摄动梅利尼科夫方法 ^[11,22,23]	(388)
12.6 符号动力学简介 ^[26,41]	(391)
12.7 混沌的实验研究	(393)
12.8 混沌的统计性质 ^[11,22,23,30,31,32,39]	(396)
12.9 结束语	(401)
习 题	(402)

附 录

参考文献

第 1 章 绪 论

自然界和工程技术中普遍存在着振动现象。严格地讲,描述这些现象的方程式大多是非线性的(常微分方程,偏微分方程、代数方程)。对于那些非线性因素较弱,略去非线性因素又不从根本上影响最后结果的问题,我们可以用线性方程替代非线性方程,这种方法称为线性化方法。对于很多问题,这种简化是合理的。而对某些非线性问题,这样简化误差很大,甚至带来质的变化,这是不允许的。因此有必要系统地研究非线性振动。

1.1 非线性振动的特点

线性振动理论的研究始于牛顿(Newton, I.)时代。拉格朗日(Lagrange, J. L.)曾系统地研究过微振动理论,由于线性微分方程理论已经发展得比较完善,所以线性振动理论也发展得相当完善。作为线性振动理论的基础之一——叠加原理,在非线性振动系统中不再适用,因而线性振动理论中一系列的方法和定理,例如模态叠加法、暂态振动中杜哈美(Duhamel)积分、模态分析和模态综合等等,在非线性振动理论中都不再适用。

非线性系统中,特别是强非线性系统和非线性高阶系统中,解的形式究竟有几种,目前尚未完全搞清楚。已知的解的形式中,往往一个非线性系统有几个平衡状态和周期解。其中有些周期解和平衡状态是稳定的,即可以实现的。而另一些周期解和平衡状态是不稳定的,即不可以实现的。因而研究非线性振动解的形式和研究解的稳定性是不可分离的。若控制系统运动的方程中含有参

数,当参数变化时,解也随之变化。有时在某临界参数附近,参数有很小的变化,解就会发生根本性变化,甚至稳定性也发生质的变化。这是线性振动中没有的。工程中某些非线性问题,往往需要确定解的稳定区与不稳定区的分界线,需要研究参数变化时,解的拓扑结构的变化。

阻尼的机理目前尚未完全研究清楚。在线性振动理论中,人们往往将其假设为线性阻尼,甚至有时假设为比例阻尼,这样假设有一定的工程背景,而且微分方程容易求解,解也具有一定的精度。线性阻尼的存在,使线性系统振动衰减。在非线性系统中,有时会存在非线性阻尼(例如负阻尼、平方阻尼、迟滞阻尼等等),即使没有周期性干扰力的作用,系统也可能出现周期解。

在单一频率周期性干扰力作用下,非线性系统受迫振动定常解会出现与干扰力同频成分,有时又会出现不同频率成分,即出现亚谐波、超谐波和超亚谐波等。当干扰力的频率从大到小或从小到大连续变化时,系统受迫振动的振幅会出现跳跃现象,而且频率变化顺序不同时,跳跃点的位置也不同。

对人类来讲,自然界只有一个,但人们用决定论和非决定论两种观点来研究自然界。线性振动理论建立在牛顿经典力学基础上,是完全的决定论思想。只要建立了方程,给出初始条件,我们可计算“未来”,若时间被赋予负值,我们可计算“过去”。一切都如此完美。非线性系统中一些决定性方程,在某些参数条件下,运动性态十分复杂,运动轨道十分混乱而不重复但又局限于某一个区间内,即使给定初始条件,也无法确定未来任意时刻系统的状态,描述它们的特征需要非决定论的思想。这一发现打破了牛顿、拉普拉斯决定论的统治观念,引起了思想上的解放和革新,促进了学科的飞速发展。

以上仅粗略地介绍非线性振动的一些特点,在以后各章中,我们将分别进行分析研究。

1.2 非线性振动理论的主要内容

1. 方程的建立

非线性振动系统的力学问题,可以用一个或一组非线性微分方程、差分方程甚至代数方程来描述,因而方程的建立是最根本的问题。力学中的牛顿定律、达朗贝尔(d'Alembert, J. R.)原理、拉格朗日方程、哈密顿(Hamilton, S. K. R.)原理等都可以用来建立动力学方程。

建立方程的目的是为了解方程,方程的建立与问题的性质有关这是不言而喻的。但是方程的建立还与求解的精度、求解的方法即现有手段有关,这点往往被人们特别是初学者所忽视。研究最一般的非线性振动系统,可以建立最一般的非线性方程,理论上可以得到最一般的结果,具有广泛的适应性和深度,但是缺乏求解的手段,很难得到什么结果。对于简单模型,方程简单,求解容易,所得结论普遍性差,但换来了对系统更深入更具体的了解。所以建立方程(即建立数学模型)要考虑求解问题的手段,从已有手段来建立方程才有现实意义。

总之,方程的建立依赖于问题的本质、现有科学水平、实际问题的要求,研究经费以及研究的时限等等多个方面。可以这样讲,建立方程是研究非线性振动的头等重要问题。

2. 求解方法

研究非线性振动的方法很多,大体上分为实验法和分析法,后者又可分为定性分析法和定量分析法。

实验法是指在实物或模型上进行实验研究,通过实验得出结论。由于现代科技的进步,实验分析手段发展很快,电子计算机的应用,使实验法研究的前景十分宽广。

定性分析法,又称几何法或相平面法,由庞加莱(Poincare, H.)首先提出,即在相平面上研究解或平衡点的性质和相图性质,

从而定性地确定解的性态,一般以研究二维问题为主。计算机辅助绘图手段的引入,赋予定性分析法以新的活力。

定量分析法近几十年来发展很快,方法也很多。例如普通小参数法、林特斯蒂脱(Lindstedt)小参数法、多尺度法、慢变参数法、KBM法、伽辽金(Галёркин, Г. Б.)法、谐波平衡法等等,它们各有特色。

定量分析法的另一个分支,使用电子计算机进行数值分析研究非线性振动,近年来发展迅猛,而且实用价值很大,如初值法、边值法、点映射法、胞映射法等都得到广泛应用。由于非线性振动比较复杂,特别是研究强非线性问题、分岔、突变、混沌和多维系统,数值分析也许是主要的研究手段。

如上所述,非线性振动的求解方法如此之多,正好说明非线性振动理论的研究远远没有完善,到目前为止没有一个通用方法可供普遍应用。解决实际问题时往往需要同时使用几种方法,相互取长补短。

掌握和正确应用非线性振动基本概念,用数值方法来研究工程中非线性问题是行之有效的办法。

不同的自然现象,有些可以用同类型的方程来描述。因此对非线性振动方程性态的研究结果,可以运用到其他学科中去。

3. 非线性振动问题研究的一般步骤

对一般工程问题,非线性振动问题的研究可分五步进行:首先建立数学模型,并将自变量、因变量和参数化为无量纲的,便于分析参数的量级;然后求平衡点及周期解;进而研究这些平衡点及周期解的稳定性;如果方程中含有参数,应研究参数变化时,平衡点及周期解的个数及性态是如何变化的,找出使解的拓扑结构变化的参数值(称为临界参数)。最后,有条件且有必要时,应研究任一给定的初始条件下,系统长期发展的结果,即研究非线性系统整体性态。完成以上五步工作,非线性系统的性态算是比较彻底地被研究了。

应该指出的是,非线性系统不但运动复杂而且结构精细,特别在某些不稳定的平衡点附近有极为复杂的性态。研究者稍不注意,许多特性就被遗漏了。由于我们对非线性系统运动形态的了解还不够,还可能发现一些新的运动形态和运动特性,研究者不要放弃研究过程中出现的一些疑点和意外。

4. 当前的研究方向

如前所述,非线性振动理论尚未发展完善,许多重要运动性态的机理尚不清楚。国内外大量的力学工作者正在奋力攻克一个又一个难关。当前许多专家、学者致力于研究:多自由度系统的非线性振动问题;在多频激励力作用下系统非线性振动特性;强非线性大振动的求解方法和解的性态;非线性系统的分岔、突变理论及混沌特性和机理。除此而外,如何用非线性振动理论指导解决工程技术中的问题也是本学科迫切需要研究的重要方向。

总之,非线性振动理论已初步形成,在日益发展的科学技术相互影响、促进下,研究非线性振动的基础已经奠定而且已迈出坚实的步伐,相信在不远的将来,非线性振动理论会逐步完善,将会在工程中取得更多的应用。

第 2 章 单自由度系统自由振动 定性分析方法

2.1 引 言

非线性微分方程至今还没有一般的解法,只能根据微分方程的特点采用一些特殊的方法来尽可能揭示出系统的某些重要的运动性态。这些方法主要有两个分支:定性方法和定量方法,在实际应用中,这两种方法常常是相辅相成的。

定性方法能直观地清楚地显示出解的主要性质和特征,也即非线性系统运动的主要性质和特征。因此,在非线性系统振动问题和非线性微分方程的研究中得到了广泛的应用。特别是当用分析方法研究非线性微分方程解的性态很难得到满意的结果时,用定性方法往往可以得到意外的收获。

定性方法不仅可以用于研究无阻尼非线性保守系统,也可用于研究有阻尼的非保守系统、多自由度非线性系统和非自治系统。

定性方法的主要缺点是得不到定量的结果。非线性微分方程的近似分析方法则能对非线性自治系统(方程中不显含时间)和非自治系统(方程中显含时间)进行分析,得到定量的结果,便于分析各种因素对系统的影响。

本章主要是在相平面上研究系统的奇点的分布、奇点的性质和相轨线的分布等。