经全国中小学教材审定委员会2006年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学

（选修2-1）

SHUXUE

北京师范大学出版社

SHUXUE 2-1

责任编辑／邢自兴　颜其鹏
美术编辑／高　霞

ISBN 7-303-08074-0

9 787303 080748 >

京发改[2006]823 号 -027
全国价格举报电话：12358
ISBN 7-303-08074-0/G・6206
定价：5.60 元

经全国中小学教材审定委员会2006年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学（选修2-1）

SHUXUE

主　　编　严士健　王尚志

副 主 编　张饴慈　李延林　张思明

本册主编　李延林　王建明

编写人员（按姓氏笔画排序）

董　昕　李方烈　李延林

汪香志　王建明　薛文叙

北京师范大学出版社

·北京·

北京师范大学出版社出版发行
（北京新街口外大街19号　邮政编码：100875）
http://www.bnup.com.cn
出版人：赖德胜
唐山市润丰印务有限公司印刷　全国新华书店经销
开本：210 mm × 297 mm　　印张：7　字数：176千字
2006年6月第1版　2006年9月第1次印刷
定价：5.60元

前　言

你们将进入更加丰富多彩的数学世界.

你们将学到更多重要和有趣的数学知识、技能及应用.

你们将更多地感受到深刻的数学思想和方法.

你们将进一步体会数学对发展自己思维能力的作用，体会数学对推动社会进步和科学发展的意义，体会数学的文化价值.

你们正在长大，需要考虑自己未来的发展. 要学习的东西很多，高中数学的内容都是基础的，时间有限，选择能力是很重要的，你们需要抓紧时间选择发展的方向，选择自己感兴趣的专题，这是一种锻炼.

在高中阶段，学习内容是很有限的. 中国古代有这样的说法："授之以鱼，不如授之以渔"，学会打鱼的方法比得到鱼更重要. 希望同学们不仅关注别人给予你们的知识，更应该关注如何获得知识. 数学是提高"自学能力"最好的载体之一.

在数学中，什么是重要的（What is the key in Mathematics）？20世纪六七十年代，在很多国家都讨论了这个问题. 大部分人的意见是：问题是关键（The problem is the key in Mathematics）. 问题是思考的结果，是深入思考的开始，"有问题"也是创造的开始. 在高中数学的学习中，同学们不仅应提高解决别人给出问题的能力，提高思考问题的能力，还应保持永不满足的好奇心，大胆地发现问题、提出问题，养成"问题意识"和交流的习惯，这对你们将来的发展是非常重要的.

在学习数学中，有时会遇到一些困难，树立信心是最重要的. 不要着急，要有耐心，把基本的东西想清楚，逐步培养自己对数学的兴趣，你会慢慢地喜欢数学，她会给你带来乐趣.

本套教材由26册书组成：必修教材有5册；选修系列1有2册，选修系列2有3册，它们体现了发展的基本方向；选修系列3有6册，选修系列4有10册，同学们可以根据自己的兴趣选修其中部分专题. 习题分为三类：一类是可供课堂教学使用的"练习"；一类是课后的"习题"，分为A，B两组；还有一类是复习题，分为A，B，C三组.

研究性学习是我们特别提倡的. 在教材中强调了问题提出，抽象概括，分析理

解，思考交流等研究性学习过程．另外，还专门安排了“课题学习”和“探究活动”．

“课题学习”引导同学们递进地思考问题，充分动手实践，是需要完成的部分．

在高中阶段，根据课程标准的要求，学生需要至少完成一次数学探究活动，在必修课程的每一册书中，我们为同学们提供的“探究活动”案例，同学们在教师的引导下选做一个，有兴趣也可以多做几个，我们更希望同学们自己提出问题、解决问题，这是一件很有趣的工作．

同学们一定会感受到，信息技术发展得非常快，日新月异，计算机、数学软件、计算器、图形计算器、网络都是很好的工具和学习资源，在条件允许的情况下，希望同学们多用，“技不压身”．它们能帮助我们更好地理解一些数学的内容和思想．教材中有“信息技术建议”，为同学们使用信息技术帮助学习提出了一些具体的建议；还有“信息技术应用”栏目，我们选取了一些能较好体现信息技术应用的例子，帮助同学们加深对数学的理解．在使用信息技术条件暂时不够成熟的地方，我们建议同学们认真阅读这些材料，对相应的内容能有所了解．教材中信息技术的内容不是必学的，仅供参考．

另外，我们还为同学们编写了一些阅读材料，供同学们在课外学习，希望同学们不仅有坚实的知识基础，而且有开阔的视野，能从数学历史的发展足迹中获取营养和动力，全面地感受数学的科学价值、应用价值和文化价值．

我们祝愿同学们在高中数学的学习中获得成功．

严士健　王尚志

目　录

第一章 常用逻辑用语

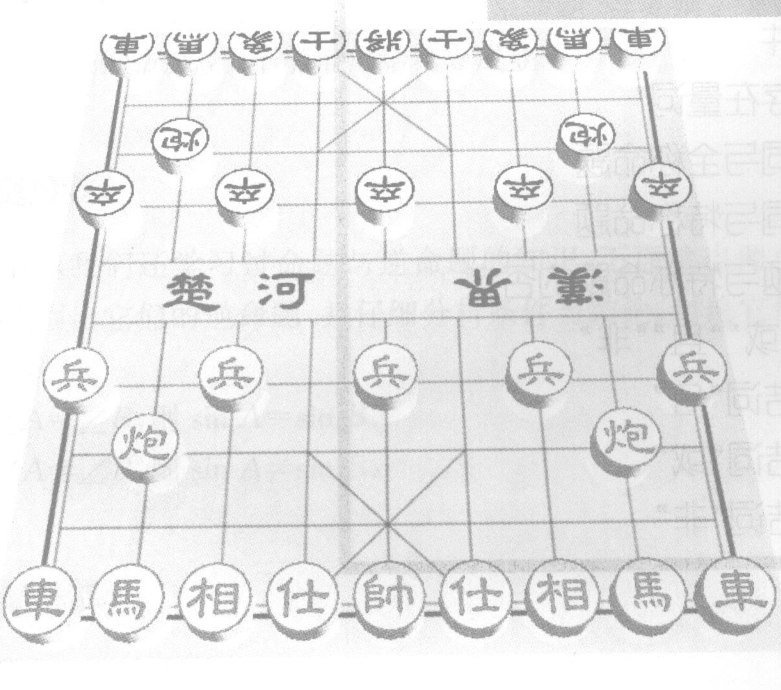
在初中的数学学习中，我们常常要思考下面的问题：

如何判断一个四边形是平行四边形？

我们知道，“若一个四边形两组对边分别平行，则这个四边形是平行四边形.”在这里，条件“两组对边分别平行”是判定“四边形是平行四边形”的条件，通常，称这类命题为判定定理. 在数学中，寻求一个“数学对象”成立的条件是一件非常基本的工作.

如何用简洁的语言清晰地表达这些思想呢？

在本章，我们将学习常用逻辑用语. 正确地使用逻辑用语，不仅能反映数学内容的逻辑关系，而且能准确地帮助我们理解和表达数学内容. 在学习常用逻辑用语的过程中，我们应当不断体会逻辑用语在表述和论证中的作用，提高表达自己思想的能力，更好地进行交流.



§1　命　题

我们在初中已经学习过命题. 可以判断真假、用文字或符号表述的语句叫作命题. 看下面的语句:

三角形三个内角的和等于 $180°$. ①

正弦函数 $y=\sin x$ 的定义域是实数集 $\mathbf{R}$. ②

$\sqrt{2}\in \mathbf{N}$. ③

这些语句都可以判断真假,它们都是命题. 其中①②是正确的,是真的,叫作真命题,③是错误的,是假的,叫作假命题.

有些语句不是命题,例如下面的语句:

π 是无理数吗?(未涉及真假)

$x>1$.(不能判断真假)

一般地,一个命题由条件和结论两部分组成,例如命题①的条件是"三个角是一个三角形的内角",结论是"它们的和等于 $180°$".

数学中,通常把命题表示为"若 p 则 q"的形式,其中 p 是条件,q 是结论. 如果命题"若 p 则 q"是真命题,那么就意味着若条件 p 成立,则可以推出结论 q 成立,通常记作:$p\Rightarrow q$. 如果命题"若 p 则 q"是假命题,意味着若条件 p 成立,不能推出结论 q 成立.

问题提出

在初中,我们还学习过命题与逆命题的知识,下面给出两个命题,请分别写出它们的逆命题,并仔细分析条件与结论,讨论它们之间有什么联系.

若 $\angle A=\angle B$,则 $\sin A=\sin B$. ④

若 $\angle A\neq\angle B$,则 $\sin A\neq\sin B$. ⑤

分析理解

命题④的逆命题是

若 $\sin A=\sin B$,则 $\angle A=\angle B$. ⑥

命题⑤的逆命题是

$$若 \sin A \neq \sin B，则 \angle A \neq \angle B. \quad ⑦$$

分析这四个命题的条件与结论，容易发现它们之间有着内在联系，在命题④与命题⑤中，命题⑤的条件是命题④的条件的否定，命题⑤的结论是命题④的结论的否定，我们把这样的两个命题叫作**互为否命题**. 若把命题④叫作原命题，则命题⑤就叫作原命题的否命题.

在命题④与命题⑦中，命题⑦的条件是命题④的结论的否定，命题⑦的结论是命题④的条件的否定，我们把这样的两个命题叫作**互为逆否命题**，若把命题④叫作原命题，则命题⑦叫作原命题的逆否命题.

概括地说，设命题④为原命题，那么

命题⑥为其逆命题，

命题⑤为其否命题，

命题⑦为其逆否命题.

这个例子中，原命题与逆否命题都是真命题，而逆命题与否命题都是假命题.

例 1 写出命题“对顶角相等”的逆命题、否命题和逆否命题，并判断这四个命题的真假.

分析 关键是找出原命题的条件和结论.

解 原命题可以写成“若两个角是对顶角，则这两个角相等”. 如图 1-1 所示：

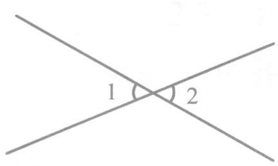


图 1-1

逆命题：若两个角相等，则这两个角是对顶角.

否命题：若两个角不是对顶角，则这两个角不相等.

逆否命题：若两个角不相等，则这两个角不是对顶角.

原命题和逆否命题都是真命题，逆命题和否命题都是假命题.

例 2 设原命题是“若 $a=0$，则 $ab=0$”.

(1)写出它的逆命题、否命题及逆否命题；

(2)判断这四个命题是真命题还是假命题.

解 (1)原命题的逆命题为：“若 $ab=0$，则 $a=0$”；

原命题的否命题为：“若 $a\neq 0$，则 $ab\neq 0$”；

原命题的逆否命题为：“若 $ab\neq 0$，则 $a\neq 0$”.

(2)原命题和逆否命题都是真命题，逆命题和否命题都是假

命题.

四种命题之间的关系，如图 1-2 所示.

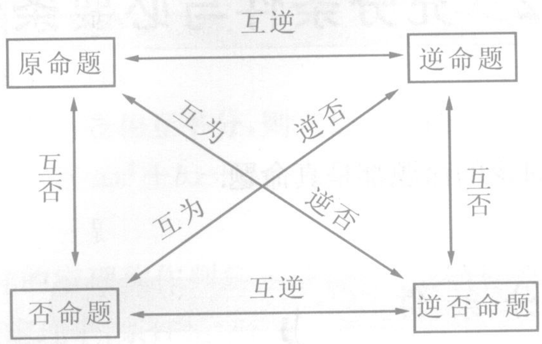


图 1-2

练习

1. 写出下列命题的逆命题、否命题与逆否命题并分别判断这些命题的真假.
   (1) 若 $xy=0$，则 $x=0(x,y\in\mathbf{R})$；
   (2) 若 $a=b$，则 $a^2=ab$；
   (3) 若 $q>0$，则方程 $x^2+x-q=0$ 有实数解；
   (4) 负数的平方是正数；
   (5) 正方形的四条边相等.
2. 设原命题是“若 $a<b$，则 $a+c<b+c$”，写出它的逆命题、否命题及逆否命题. 并分别判断四个命题的真假.

习题 1—1

1. 写出下列命题的逆命题、否命题及逆否命题，并分别判断它们的真假：
   (1) 若 $a-2$ 是无理数，则 a 是无理数；
   (2) 矩形的两条对角线相等.
2. 判断下列命题的真假：
   (1) 命题“若 $x^2+y^2=0$，则 x,y 全为 0”的逆命题；
   (2) 命题“全等三角形是相似三角形”的否命题.
3. 写出命题“若 $a>b$，则 $a\neq b$”的逆命题，并判断其真假.
4. 写出命题“若四边形是正方形，则四边形是平行四边形”的否命题和逆否命题，并分别判断其真假.

§2　充分条件与必要条件

本节我们讨论的命题都是真命题.

2.1　充分条件

问题提出

分析下列各组给出的 p 与 q 之间的关系：

(1) p:两条直线同垂直于一个平面,q:这两条直线平行.

(2) p:在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,$b^2-4ac>0$,q:二次函数 $y=ax^2+bx+c$的图像与 x 轴有两个交点.

分析理解

(1)“若两条直线同垂直于一个平面,则这两条直线平行”是一个真命题,记作“两条直线同垂直于一个平面”⇒“这两条直线平行”.

即 $p\Rightarrow q$,读作“p 推出 q”.

(2)“在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,若 $b^2-4ac>0$,则二次函数 $y=ax^2+bx+c$的图像与 x 轴有两个交点”是一个真命题,它可以写成“在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,$b^2-4ac>0$”⇒“二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个交点”.

即 $p\Rightarrow q$.

“若 p 则 q”为真命题,它是指当 p 成立时,q 一定成立.换句话说,p 成立可以推出 q 成立,即 $p\Rightarrow q$,此时我们称 p 是 q 的**充分条件**.

$p\Rightarrow q$ 可以理解为一旦 p 成立,q 一定成立,即 p 对于 q 成立是充分的.也就是说,为使 q 成立,具备条件 p 就足够了.

我们知道:“两条直线同垂直于一个平面”是判定“两条直线平行”的充分条件.同样地,“在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,$b^2-4ac>0$”是判定“二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个交点”的充

分条件.

在数学中,我们常常要讨论如下问题:

一个几何图形满足什么条件,可以判定它是平行四边形;一个方程满足什么条件,方程有实数解.

我们学过如下定理:

若四边形的对角线相互平分,则它是平行四边形;

若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 满足:$b^2-4ac\geqslant 0$,则该方程有实根.

我们把这样的定理称作**判定定理**,判定定理是数学中一类重要的定理. 在判定定理中,条件是结论的充分条件.

思考交流

下列各组条件中,p 是 q 的充分条件吗?

(1) p:α 是第一象限角,q:$\sin\alpha>0$;

(2) p:$y=f(x)$是正弦函数,q:$y=f(x)$是周期函数;

(3) p:直线 l_1 和 l_2 是异面直线,q:直线 l_1 和 l_2 不相交.

请再举一些"若 p 则 q"的命题,使 p 是 q 的充分条件.

2.2　必要条件

"若 p 则 q"为真命题是指:当 p 成立时,q 一定成立. 即 $p\Rightarrow q$,q 必须成立,我们称 q 是 p 的**必要条件**.

不难看出,"两条直线平行"是"两条直线同垂直于一个平面"的必要条件. 同样地,"二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个交点"是"在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,$b^2-4ac>0$"的必要条件.

例 1　在下列各组条件中,q 是否是 p 的必要条件?

(1) p:函数 $y=x^2$,q:函数是偶函数;

(2) p:四边形是正方形,q:四边形的对角线相互垂直平分.

解　(1) 由于"若函数为 $y=x^2$,则这个函数是偶函数"是一个真命题,它可以写成"函数 $y=x^2$"$\Rightarrow$"函数是偶函数".

即 $p\Rightarrow q$."函数是偶函数"是"函数为 $y=x^2$"的必要条件.

(2)由于"若四边形是正方形,则它的对角线相互垂直平分"是一

个真命题，它可以写成

"四边形是正方形"⇒"四边形的对角线相互垂直平分".

即 $p\Rightarrow q$."四边形的对角线相互垂直平分"是"四边形是正方形"的必要条件.

我们知道"函数是偶函数"是"函数为 $y=x^2$"的一个性质. 同样地，"四边形的对角线相互垂直平分"是"四边形是正方形"的一个性质. 在数学中，我们还常常讨论一类事物有什么性质：例如，函数 $y=x^2$ 有什么性质；正方形有什么性质. 我们把这样的定理称作**性质定理**，性质定理也是数学中一类重要的定理. 在性质定理中，"定理的结论"是"定理的条件"的必要条件. "函数是偶函数"是"函数为 $y=x^2$"的必要条件；"四边形的对角线相互垂直平分"是"四边形是正方形"的必要条件.

抽象概括

"若 p 则 q"为真命题，即 $p\Rightarrow q$，那么 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

例 2 在以下各组中，哪些使 $p\Rightarrow q$ 成立，哪些使 $q\Rightarrow p$ 成立，并分析各组中的 p 与 q 的关系.

(1) p：四边形是正方形，q：四边形的四个角都是直角；

(2) p：直线 l 和平面 α 内的一条直线垂直，q：直线 l 和平面 α 垂直；

(3) p：a，b，c 成等比数列，q：$b^2=ac$.

解 (1) 由于 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件；

(2) 由于 $q\Rightarrow p$，则 q 是 p 的充分条件，p 是 q 的必要条件；

(3) 由于 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

例 3 分析下列各组中的 p 与 q 的关系.

(1) p：$x>5$，q：$x>3$；

(2) p：四边形的对角线相等，q：四边形是等腰梯形；

(3) p：向量 $\boldsymbol{\alpha}=\mathbf{0}$ 或向量 $\boldsymbol{\beta}=\mathbf{0}$，$q$：$\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\beta}=0$.

解 (1) 由于 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件；

(2) 由于 $q\Rightarrow p$，则 q 是 p 的充分条件，p 是 q 的必要条件；