

紧扣考试说明

把握命题取向

检验实战水平

提高闯关能力

山东省2007年高考

命题取向分析与真题模拟

# 文科数学

教育部山东师范大学基础教育课程研究中心组织编写

山东教育出版社

山东省 2007 年高考命题取向分析与真题模拟

# 文科数学

教育部山东师范大学基础教育课程研究中心组织编写

本册主编 傅海伦

副主编 庄欠海 孟庆云

编写人员 (按姓氏拼音为序)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 陈 杰 | 傅海伦 | 过乃钟 | 罗井恩 |
| 刘爱花 | 刘新军 | 陆晓峰 | 孟庆云 |
| 潘洪艳 | 潘宗义 | 任高峰 | 史宏伟 |
| 孙晓康 | 王同义 | 王金勇 | 王怀昌 |
| 庄欠海 | 张乐明 | 张 杰 | 张树明 |

山东教育出版社

书 名 山东省 2007 年高考命题取向分析与真题模拟·文科数学  
责任编辑 吴金彪  
装帧设计 李海峰  
主管部门 山东出版集团  
出版发行 山东教育出版社

社 址 济南市经九路胜利大街 39 号 邮编 250001

电 话 总编室 (0531) 82098470

市场部 (0531) 82098047 82098042

网 址 <http://www.hbcbs.com.cn>

电子信箱 [hbcbs@sdpress.com.cn](mailto:hbcbs@sdpress.com.cn)

印 刷 山东新华印刷厂潍坊厂  
规 格 787×1092 毫米 1/16  
15.875 印张 375 千字  
版 次 2007 年 2 月第 1 版  
印 次 2007 年 2 月第 1 次印刷  
定 价 19.50 元

如有印装质量问题,请与出版社资料室联系调换。

# 编写说明

为帮助广大师生准确把握新课程背景下的数学高考走向,正确理解数学新课标命题宗旨,科学预测新课标高考试题,使广大考生了解数学新高考试题的特点,指导考生迅速提高解题能力,山东省教育厅“十一五”人文社会科学重点研究课题“山东省高考制度改革问题研究”课题组组织新课程高考命题专家、齐鲁名师、特级教师、一线资深教师精心编写了本书.

本书依据《普通高中数学课程标准(实验)》和最新公布的《2007年山东省普通高等学校招生统一考试新课程标准数学科考试说明》精神,结合近年高考试题分析,指点复习迷津,并对今后命题进行预测.

本书分四部分:第一部分是山东省2007年高考文科数学命题取向分析,主要包括《考试说明》解读、样题分析、备考与复习建议等;第二部分是山东省2007年高考文科数学内容分析与方法指导;第三部分是高考的几种文科数学新题型解析,主要包括近年来高考中涉及到的开放型问题、探究性问题、应用题型和其他题型;第四部分是山东省2007年高考文科数学真题模拟试卷(附参考答案).

本书针对第二部分山东省2007年高考文科数学内容分析与方法指导,按照“必考内容”、“选考内容”和试卷结构要求组织单元,每一单元均包括以下五部分内容:

**一、课标要求:**课标是指导教学的依据,也是高考命题的指针,高考的命题范围标准,是按照课标所对应的考点要求确立的,新高考新题型设计,试题考察能力的深度与宽度也必须是在新课标规定的目标范围之内.本书将考点要求与新课标要求一一对应列出,可帮助师生准确把握未来命题趋势,并创造性地自主设计创新题型.

**二、考点解读:**诠释最新说明,解析考点含义指向,讲授复习要领.

**三、典型例题分析:**精心选取例题,特别注重解析近年来较稳定的样板题及近年来高考已考过,在今后高考中仍将保留的名题、经典题的解题方法和思路,以此启发考生自主感悟规范答题的规则技巧.

**四、规律与方法指导:**针对本单元的内容与例题,进行解题规律和数学思想方法的总结和提升,以利考生体验和解答规范的高考真题.

**五、题型预测:**依据课标要求和高考说明考点要求,对高考题型进行科学的探索和最新预测,便于考生掌握高考题型变化趋势,体验生成实践、综合、创新能力.

本书最后组织编写了山东省2007年高考文科数学真题模拟试卷,共五套.真题模拟由新课程命题研究专家、长期参与命题研究及多年参与高考阅卷工作的特级教师、一线骨干教师依据新课标要求和山东省2007年高考说明考点要求,按照全真考试卷的格式和结构,原创设计预测真题,附参考答案,供师生参考使用.

# 目 录

## 第一部分 山东省 2007 年高考文科数学命题取向分析

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| 《山东省 2007 年高考文科数学考试说明》解读 .....   | 1  |
| 山东省 2007 年高考数学命题指导思想 .....       | 1  |
| 山东省 2007 年高考数学命题方向与原则 .....      | 2  |
| 山东省 2007 年高考数学知识要求 .....         | 3  |
| 山东省 2007 年高考数学能力要求 .....         | 3  |
| 山东省 2007 年高考文科数学考试范围及要求 .....    | 4  |
| 山东省 2007 年高考数学试卷形式与结构 .....      | 4  |
| 《山东省 2007 年高考文科数学考试说明》中的变化 ..... | 5  |
| 对山东省 2007 年高考数学新题型样题的分析 .....    | 6  |
| 算法 .....                         | 6  |
| 开放题型 .....                       | 7  |
| 推广、探索题型 .....                    | 8  |
| 统计概率题型 .....                     | 8  |
| 数形结合题 .....                      | 9  |
| 知识的结合部题型 .....                   | 10 |
| 数学综合能力题型 .....                   | 11 |
| 应用题型 .....                       | 11 |
| 备考与复习建议 .....                    | 12 |
| 制定备考计划, 讲究复习策略 .....             | 12 |
| 注意数学高考题型的考查要求 .....              | 13 |
| 形成“知识树” .....                    | 14 |
| 突出主干知识的把握 .....                  | 14 |
| 重视新课程增加的内容, 体现课改理念 .....         | 14 |
| 关于非主干知识与边沿知识的备考 .....            | 15 |
| 数学思想和方法的复习 .....                 | 16 |
| 重视研究性、探索性和开放性问题 .....            | 16 |

## 第二部分 山东省 2007 年高考文科数学内容分析与方法指导

|                |    |
|----------------|----|
| 集合、函数与方程 ..... | 17 |
|----------------|----|

|                        |            |
|------------------------|------------|
| 课程标准要求 .....           | 17         |
| 考点解读 .....             | 17         |
| 典型例题分析 .....           | 18         |
| 规律与方法指导 .....          | 21         |
| 题型预测 .....             | 22         |
| <b>数列 .....</b>        | <b>28</b>  |
| 课程标准要求 .....           | 28         |
| 考点解读 .....             | 28         |
| 典型例题分析 .....           | 29         |
| 规律与方法指导 .....          | 32         |
| 题型预测 .....             | 32         |
| <b>不等式 .....</b>       | <b>37</b>  |
| 课程标准要求 .....           | 37         |
| 考点解读 .....             | 38         |
| 典型例题分析 .....           | 39         |
| 规律与方法指导 .....          | 43         |
| 题型预测 .....             | 45         |
| <b>三角函数与解三角形 .....</b> | <b>49</b>  |
| 课程标准要求 .....           | 49         |
| 考点解读 .....             | 50         |
| 典型例题分析 .....           | 53         |
| 规律与方法指导 .....          | 56         |
| 题型预测 .....             | 60         |
| <b>立体几何初步 .....</b>    | <b>65</b>  |
| 课程标准要求 .....           | 65         |
| 考点解读 .....             | 66         |
| 典型例题分析 .....           | 67         |
| 规律与方法指导 .....          | 71         |
| 题型预测 .....             | 74         |
| <b>平面解析几何初步 .....</b>  | <b>81</b>  |
| 课程标准要求 .....           | 81         |
| 考点解读 .....             | 82         |
| 典型例题分析 .....           | 83         |
| 规律与方法指导 .....          | 86         |
| 题型预测 .....             | 93         |
| 创新探究 .....             | 98         |
| <b>圆锥曲线与方程 .....</b>   | <b>103</b> |
| 课程标准要求 .....           | 103        |

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 考点解读·····           | 104 |
| 典型例题分析·····         | 104 |
| 规律与方法指导·····        | 108 |
| 题型预测·····           | 123 |
| 创新探究·····           | 128 |
| <b>统计与概率</b> ·····  | 133 |
| 课程标准要求·····         | 133 |
| 考点解读·····           | 134 |
| 典型例题分析·····         | 135 |
| 规律与方法指导·····        | 138 |
| 题型预测·····           | 139 |
| <b>导数及其应用</b> ····· | 145 |
| 课程标准要求·····         | 145 |
| 考点解读·····           | 145 |
| 典型例题分析·····         | 146 |
| 规律与方法指导·····        | 149 |
| 题型预测·····           | 150 |
| <b>向量</b> ·····     | 154 |
| 课程标准要求·····         | 154 |
| 考点解读·····           | 155 |
| 典型例题分析·····         | 155 |
| 规律与方法指导·····        | 159 |
| 题型预测·····           | 159 |
| <b>算法初步</b> ·····   | 164 |
| 课程标准要求·····         | 164 |
| 考点解读·····           | 165 |
| 典型例题分析·····         | 165 |
| 规律与方法指导·····        | 173 |
| 题型预测·····           | 173 |

### 第三部分 高考的几种文科数学新题型解析

|            |     |
|------------|-----|
| 开放型问题····· | 184 |
| 探究性问题····· | 189 |
| 应用题型·····  | 195 |
| 其他题型·····  | 201 |

## 第四部分 山东省 2007 年高考文科数学真题模拟试卷

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| 山东省 2007 年高考真题模拟试卷·文科数学 (一) .....    | 207 |
| 山东省 2007 年高考真题模拟试卷·文科数学 (二) .....    | 212 |
| 山东省 2007 年高考真题模拟试卷·文科数学 (三) .....    | 217 |
| 山东省 2007 年高考真题模拟试卷·文科数学 (四) .....    | 221 |
| 山东省 2007 年高考真题模拟试卷·文科数学 (五) .....    | 225 |
| 附录: 山东省 2007 年高考文科数学真题模拟试卷参考答案 ..... | 230 |



## 第一部分

### 山东省 2007 年高考文科数学命题取向分析

#### 《山东省 2007 年高考文科数学考试说明》解读

2007 年度我省普通高校招生考试是实施普通高中新课程后的首次高校招生考试。数学高考方案由我省自行研制,已得到教育部批准,由我省组织实施。我省按照国家统一考试的要求,自行组织数学科目命题。

根据教育部的要求,数学考试为普通高等学校全国统一考试的一部分,《山东省 2007 年度普通高校招生考试各科目考试说明》已下发,这是指导我省 2007 年高考的重要文件。为了便于考生复习备考,根据考试说明的文件精神,现将 2007 年度普通高等学校招生全国统一考试我省数学科目考试命题要求解读如下,仅供研究和参考。



#### 山东省 2007 年高考数学命题指导思想

山东省 2007 年度普通高校招生考试数学科目考试说明中,对高考数学命题的指导思想作出了规定,主要有 7 个方面:

1. 命题应依据教育部《普通高中数学课程标准(实验)》和《2007 年普通高等学校招生全国统一考试新课程标准数学科考试大纲》(简称《考试大纲》)、《2007 年普通高等学校招生全国统一考试山东卷考试说明》(简称《考试说明》),并结合我省普通高中数学教学实际,体现数学学科的性质和特点。

2. 命题注重考查考生的数学基础知识、基本技能和数学思想、数学方法、数学能力,体现知识与能力、过程与方法、情感态度与价值观等目标要求。

3. 命题既要实现平稳过渡,又要体现新课程理念。

4. 注重试题的创新性、多样性和选择性,具有一定的探究性和开放性。

5. 命题要坚持公正、公平原则。试题要切合我省中学数学教学实际,数学问题的难度、问题的情景等要符合考生的实际水平,应用题要“贴近生活,背景公平,控制难度”。

6. 命题要注意必修内容和选修内容的有机联系与适当差异,注重数学学科知识的内

在联系.

7. 试卷要有较高的信度、效度和必要的区分度以及适当的难度, 难度系数控制在 0.55—0.65 之内.



### 山东省 2007 年高考数学命题方向与原则

《考试说明》中对 2007 年高考数学命题方向与原则都有一定的阐述: 数学高考命题工作坚持以“三个代表”重要思想和科学发展观为指导, 以教育部 2003 年颁布的《普通高中课程方案(实验)》(教基[2003]6 号印发)、《普通高中数学课程标准(实验)》以及教育部相关科目《2007 年普通高校招生全国统一考试新课程标准数学科考试大纲》为依据, 努力体现有利于高等学校选拔优秀新生, 有利于素质教育和高中课程改革的实施, 有利于高考的安全、公正、科学、高效和平稳过渡.

从近三年本省高考数学试卷来看, 如果再把握一个适当的难度, 缩小一些计算量, 提高一些区分度, 就会更加贴近学生. 从本省自行命题总体情况来看, 更加注重基础知识、基本技能的考查, 淡化技巧, 少出偏题怪题; 重视教材中与新课程标准相同内容的考查, 如向量、导数、概率等; 重视数学思想方法的考查和运算能力的考查, 要求学生能够根据各种情况进行合理的估算.

从考查的分值分布来看, 近三年的命题还是以函数、数列、三角、立体几何、概率、解析几何为载体设计中等难度试题, 这说明了命题还是以学科重点内容为重点考查对象. 同时, 高考命题既注重与初中相关知识的考查, 如勾股定理、三角函数等知识的应用, 又体现了新课程标准理念的考查. 为了保持高考改革的连续性和稳定性, 严格按照《考试大纲》命题会是今后一段时间内的命题思路, 重视教材内容的考查, 降低试题的入口难度, 加大思维量, 突出对归纳和探究能力的考查等, 基本知识和主干知识作为命题的基本载体的地位更加突出.

2007 年我省普通高校招生考试是新课程普通高中毕业生和具有同等学力的考生参加的选拔性统一考试. 考试注重考查考生的知识与能力、过程与方法、情感态度与价值观, 同时, 考试应具有较高的信度、效度, 必要的区分度和适当的难度.

根据《考试说明》的文件精神, 我们通过对近几年的数学高考命题和试卷进行分析, 提出以下几点参考意见:

1. 遵循《考试大纲》和《考试说明》的原则的要求. 在命题设置上, 坚持对数学的基本知识和能力的考查, 特别是突出核心能力考查的重点不变.
2. 应用型试题和能力型试题的考查力度会加大, 单纯识记型的试题会减少.
3. 应用试题的信息会更贴近我国与世界各国的政治、经济、科技等各个方面的变化, 更加贴近学生的社会和生活实际, 更加尊重学生的个性, 也适当体现一定的地域特色.
4. 坚持“入口易, 深入难”的命题原则, 分层设问, 循序渐进, 利于考生更好地发挥.
5. 基础知识和主干知识作为命题的基本载体的地位更加突出, 在知识网络的交汇点设计命题的情况有所增加.

6. 试题以单学科知识和能力为主导,适当考虑与其他学科的联系和渗透,适当增加综合测试能力.数学试题向实用化、工具化、大众化的方向发展.

7. 数学命题将更加关注高中数学课程改革的进程,吸收新课程中的新思想、新理念,使高考数学考查更加反映数学教育改革的发展方向.



### 山东省 2007 年高考数学知识要求

山东省 2007 年度普通高校招生考试数学科目考试说明中,对高考数学命题的知识要求作出了规定,主要有 3 个方面:

对知识的要求由低到高分三个层次,依次是感知和了解、理解和掌握、灵活和综合运用,且高一级的层次要求包括低一级的层次要求.

1. 感知和了解:要求对所学知识的含义有初步的了解和感性的认识,知道这一知识内容是什么,并能在有关的问题中识别、模仿、描述它.

2. 理解和掌握:要求对所学知识内容有较为深刻的理论认识,能够准确地刻画或解释、举例说明、简单变形、推导或证明、抽象归纳,并能利用相关知识解决有关问题.

3. 灵活和综合运用:要求系统地掌握知识的内在联系,能灵活运用所学知识分析和解决较为复杂的或综合性的数学现象与数学问题.

知识点的考查,既有热点的考查,也有冷点的考查,尤其关注新增内容的考查,即向量、概率与统计、导数等内容,特别是要关注近几年高考没出现的重难点内容,加强知识之间的综合联系,包括横向与纵向的联系,如向量与立体几何、解析几何的联系.



### 山东省 2007 年高考数学能力要求

山东省 2007 年度普通高校招生考试数学科目考试说明中,对高考数学命题的能力要求作出了规定,主要有 7 个方面:

能力主要指运算求解能力、数据处理能力、空间想象能力、抽象概括能力、推理论证能力以及实践能力和创新意识.

1. 运算求解能力:会根据法则、公式进行正确运算、变形;能根据问题的条件,寻找与设计合理、简捷的运算途径.

2. 数据处理能力:会收集、整理、分析数据,能抽取对研究问题有用的信息,并作出正确的判断;能根据要求对数据进行估计和近似计算.

3. 空间想象能力:会画简单的几何图形;能准确地分析图形中有关量的相互关系;会运用图形与图表等手段形象地揭示问题的本质.

4. 抽象概括能力:能从具体、生动的实例中,发现研究对象的本质;能从给定的大量信息材料中,概括出一些结论,并能应用于解决问题或作出新的判断.

5. 推理论证能力:会根据已知的事实和已获得的正确数学命题来论证某一数学命题的真实性.

6. 实践能力:能够对问题所提供的信息资料进行归纳、整理和分类,将实际问题抽

象为数学问题,建立数学模型;能应用相关的数学方法解决问题,并能用数学语言正确地表述、说明.

7. 创新意识:能够独立思考,灵活和综合地运用所学数学的知识、思想和方法,提出问题、分析问题和解决问题.



### 山东省 2007 年高考文科数学考试范围及要求

山东省 2007 年度普通高校招生考试数学科目考试说明中,对高考文科数学考试范围及要求作出了规定:

#### 1. 文科数学考试范围

《普通高中数学课程标准(实验)》中的必修课程内容和选修系列 1 内容.

数学 1: 集合、函数概念与基本初等函数 I (指数函数、对数函数、幂函数).

数学 2: 立体几何初步、平面解析几何初步.

数学 3: 算法初步、统计、概率.

数学 4: 基本初等函数 II (三角函数)、平面上的向量、三角恒等变换.

数学 5: 解三角形、数列、不等式.

选修 1-1: 常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、导数及其应用.

选修 1-2: 统计案例、推理与证明、数系的扩充及复数的引入、框图.

#### 2. 具体考试内容及要求(略).



### 山东省 2007 年高考数学试卷形式与结构

2007 年高考数学试卷形式与结构与前几年相比没有什么变化:

#### (一) 考试形式

考试采用闭卷、笔试形式. 试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟. 考试不允许使用计算器.

#### (二) 试卷结构

试卷包括第 I 卷和第 II 卷. 试题分选择题、填空题和解答题三种题型.

第 I 卷以单项选择题题型呈现, 主要考查必修内容中的基本知识和基本技能, 共 12 题, 分值为 60 分.

第 II 卷以填空题和解答题题型出现, 主要考查数学的思想、方法和能力, 必修内容和选修内容都在考查之列. 填空题只要求直接填写结果, 不必写出计算过程或推证过程, 填空题共 4 题, 分值为 16 分. 解答题包括计算题、证明题和应用题等, 解答应写出文字说明、演算步骤或推证过程, 解答题共 6 题, 分值为 74 分.

试卷包括容易题、中等难度题和难题, 以中等难度题为主.



## 《山东省 2007 年高考文科数学考试说明》中的变化

2006 年 12 月 15 日, 备受考生关注的 2007 年普通高考山东卷《考试说明》出台, 新课改后首次露面的“ $3+X+1$ ”高考模式, 终于有了清晰的模样. 该《考试说明》充分体现教育部为四个省区单独制定的《大纲》的内容与要求, 是《大纲》在山东的具体化的产物, 也是在山东省教育厅组织的对全省 12 个市的 36 所中学进行调查研究的基础上形成的.

2007 年的高考文科数学与 2006 年高考文科数学相比, 发生变化的一些内容与要求有:

1. 指导思想提出了要体现山东特色, 反映我省高中数学教学的实际, 体现数学学科的性质和特点, 突出对数学本质的理解. 同时, 数学高考命题要强调基础, 注重能力. 除了注重对双基、数学思想和方法的考查外, 还要注重对考生数学素养和解决问题能力的考查, 这种要求无疑是对新课程改革的有力支持.

2. 《考试说明》中对数学知识的要求由了解、理解和掌握、灵活和综合运用这一要求变为了解、理解和掌握. 其中《考试说明》中的了解增加了模仿要求, 理解增加了清楚知识之间的逻辑关系, 能够用数学语言对它们作出正确的描述, 能初步应用数学知识解决一些现实问题. 这一要求显然与新课程标准的要求是相符的, 体现了数学学科的性质和特点, 这对学生的数学语言和应用意识提出了更高的要求. 掌握则相当于去年的灵活和综合运用要求, 增加了能够对所学知识进行准确地刻画或解释、推导或证明、分类或归纳. 相对而言, 《考试说明》中的要求更加明确.

3. 《考试说明》中的能力要求也有新变化. 即由四个能力一个意识变化为五个能力两个意识. 其中思维能力变化为抽象概括能力和推理论证能力, 其要求更加具体明确, 更具操作性. 考查学生的应用意识第一次单独提出并提出了较为详尽的说明. 从新的考试说明所附题例看, 对学生搜集处理数据的能力和用数学知识解决实际问题考察的力度有所加强, 这点应在复习中充分注意.

4. 从考试内容上与往年相比, 《考试说明》中出现了一些新变化:

(1) 2007 年, 函数内容中, 新增加了幂函数的概念及图像与性质, 函数与方程 (一般函数的零点与方程根的联系、用二分法求方程的近似解);

(2) 新教材中, 新增设了算法与框图, 推理与证明, 定积分与微分基本定理;

(3) 删去了排列组合与二项式定理.

(4) 文科降低了对双曲线和抛物线的要求, 由掌握双曲线和抛物线的定义、标准方程和其简单几何性质变为了解要求. 增加了理解数形结合思想要求, 同时也说明了椭圆内容虽然要求没变, 但考的分量会增加.

(5) 立体几何文科只考必修的内容: 要求掌握简单的几何体的画法 (三视图、直观图); 点线面之间的位置关系; 即只有定性分析 (位置关系), 而无定量分析 (求角和距离等). 选修的内容则不要求文科学生掌握. 显然对立体几何内容而言, 文科要求有所降低. 另外, 立体几何中虽然课本内容中有距离问题, 但说明中没有要求, 对体的表面积和体积的计算公式由掌握降低为了解 (不要求记忆公式).

(6) 数列的要求有所变化. 一是增加了了解等差数列与一次函数、等比数列与指数函数的关系; 二是把能用有关知识解决简单的实际问题变化为解决相关的问题.

(7) 概率与统计部分文理科要求的也有较大差异. 统计与概率中, 对概率的要求较上年有所提高. 《考试说明》中对古典概型进行了全面考查, 要求理解古典概型及其概率公式, 了解随机数的意义, 能运用模拟方法估计概率.

(8) 关于应用题: 《考试说明》对于数学应用的考查又给予了进一步的强化. 一方面, 2007 年高考数学命题中应用性问题比重会有适度增加; 另一方面, 应用性问题的考查内容不一定继续以往传统不变, 应具有灵活命题的空间. 否则, 会使应用性的真正意义大打折扣. 当然, 应用问题背景材料公平仍然是坚持的原则. 同时, 建议命题要有时代特色、人文特色.

## 对山东省 2007 年高考数学新题型样题的分析

2007 年对算法的考查是一个新的内容. 《考试说明》中有这方面的要求和具体的规定, 样题中也关注了这类的问题.



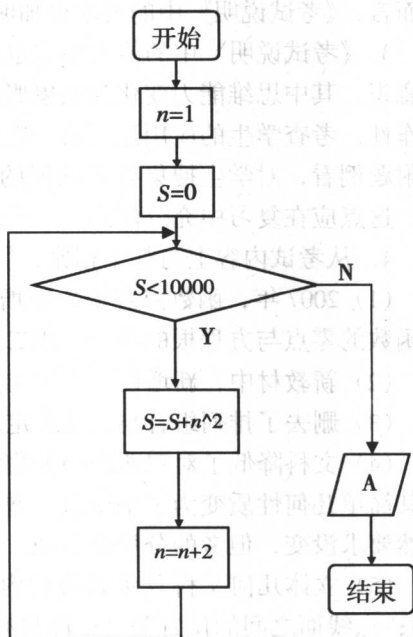
### 算法

**样题 1:** 求满足  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + n^2 < 10000$  的最大整数解的程序框图 A 处应为\_\_\_\_\_.

**样题分析:** 本小题主要考查程序框图的知识和分析问题、解决问题的逻辑思维能力, 试题给出了满足题目条件的框图, 在给定框图结构的前提条件下, 要求考生会读框图、理解框图, 并根据流程, 写出最后输出框中的内容.

考查的重点是学生对程序框图的认识, 利用框图流程, 不难写出最后的输出结果. 该题所涉及内容为新课程新增内容, 体现了数学课程的与时俱进, 反映了计算机科学发展对数学课程的影响, 此类问题既考查学生对算法思想的了解和掌握, 同时还有助于培养学生学习科学技术的兴趣.

**解答:**  $n - 4$





## 开放题型

## (一) 填空题中的开放题型

**样题 2:** 已知实数  $a, b$  满足等式  $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \left(\frac{1}{3}\right)^b$ , 写出  $a, b$  满足条件的一个关系式\_\_\_\_\_。(注: 填上你认为可以成为真命题的一种情形即可, 不必考虑所有可能的情形)

本小题主要考查指数式、指对互化以及分类讨论数学思想方法。此题是一个开放性问题, 该类问题有助于考察学生的发散思维和创造意识。

解答: ①  $0 < b < a$ ; ②  $a < b < 0$ ; ③  $a = b = 0$ ; 等等。(注应加  $a = \log_2^3 b$  答案)

**样题 3:** 已知  $m, n$  是不同的直线,  $\alpha, \beta$  是不重合的平面, 给出下列命题:

① 若  $\alpha // \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$ , 则  $m // n$ ;

② 若  $m, n \subset \alpha, m // \beta, n // \beta$ , 则  $\alpha // \beta$ ;

③ 若  $m \perp \alpha, n \perp \beta, m // n$ , 则  $\alpha // \beta$ ;

④  $m, n$  是两条异面直线, 若  $m // \alpha, m // \beta, n // \alpha, n // \beta$ , 则  $\alpha // \beta$ 。

上面的命题中, 真命题的序号是\_\_\_\_\_ (写出所有真命题的序号)。

本小题主要考查直线与直线、直线与平面、平面与平面的位置关系, 考查逻辑推理和空间想象能力。

解答: ③④

## (二) 解答题中的开放题型

**样题 4:** 如图, 在底面是菱形的四棱锥  $P-ABCD$  中,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $PA = AC = a$ ,  $PB = PD = \sqrt{2}a$ , 点  $E$  在  $PD$  上, 且  $PE:ED = 2:1$ 。

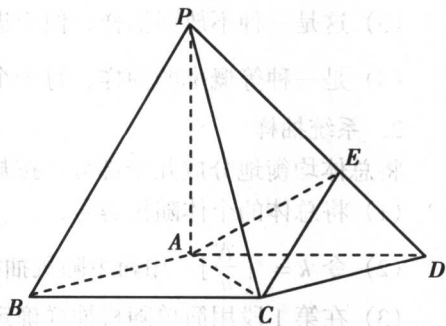
(I) 证明  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ;

(II) 求以  $AC$  为棱,  $EAC$  与  $DAC$  为面的二面角  $\theta$  的大小;

(III) 在棱  $PC$  上是否存在一点  $F$ , 使  $BF //$  平面  $AEC$ ? 证明你的结论。

本小题主要考查了棱锥、直线与平面垂直的判定与性质、二面角及二面角的平面角、直线与平面平行的判定和性质, 同时考查了利用空间向量解决立体几何问题的转换能力、一定的计算能力以及逻辑推理能力。

第 (III) 问在设问上有一定开放性, 这对空间观念的要求, 对空间图形转换要求, 在水平层次上就有较大的提高, 切入点是从事特殊点开始进行探究。





### 推广、探索题型

此类问题着重考查考生探究、分析和创新能力,体现“以能力立意”的命题要求.命题重点多在平面解析几何、圆锥曲线和立体几何.

**样题 5:** 已知两个圆:  $x^2 + y^2 = 1$  ① 与  $x^2 + (y - 3)^2 = 1$  ②, 则由①式减去②式, 可得上述两圆的对称轴方程, 将上述命题在曲线仍为圆  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  和  $(x - c)^2 + (y - d)^2 = r^2$  的情况下加以推广, 即要求得到一个更一般的命题, 而已知命题应成为所推广命题的一个特例, 推广的命题为\_\_\_\_\_.

本小题主要考查圆的方程、圆的公共弦方程的概念, 考查抽象思维能力和归纳推广的能力.

解答:  $2(c - a)x + 2(d - b)y + a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = 0$  为两圆的对称轴方程.



### 统计概率题型

样题中关注了三种抽样方法的特征及应用. 新课程把这部分只是放到了必修内容里, 也就是说对于现代公民应必备的知识, 该题既贴近生活, 又体现了课程的时代性.

#### 1. 简单随机抽样特点

- (1) 要求被抽取样本的总体的个数有限, 以便于概率进行分析.
- (2) 逐个抽取, 便于实际操作.
- (3) 这是一种不放回抽样, 便于进行分析与计算.
- (4) 是一种等概率的抽样, 每个个体抽到的概率都是  $\frac{n}{N}$ .

#### 2. 系统抽样

将总体均衡地分成几个部分, 按规则从每一部分抽取一个个体的抽样. 它的步骤是:

- (1) 将总体的个体随机编号.
- (2) 令  $k = [\frac{N}{n}]$ , 用简单随机抽样剔除  $N - nk$  个个体, 再将其余编号均分成  $k$  段.
- (3) 在第 1 段用简单随机抽样确定起始的个体编号  $t$ .
- (4) 按规则从每一部分抽取一个个体 (通常取  $t, t + k, t + 2k, \dots, t + (n - 1)k$ ).

系统抽样的特点:

- (1) 要求被抽取样本的总体的个数较多的情况.
- (2) 剔除  $N - nk$  个个体及在第 1 段都用简单随机抽样.
- (3) 是一种等概率的抽样, 每个个体抽到的概率都是  $\frac{n}{N}$ .

#### 3. 分层抽样

当已知总体由差异明显的几部分组成时, 为了使样本能更充分反映总体的情况, 就将总体分成几部分, 然后按照各部分所占的比例进行抽取, 这样的抽样就叫分层抽样, 而其

中所分成的各部分叫做层.

分层抽样特点:

(1) 适用于总体由差异明显的几部分组成.

(2) 更充分地反映了总体的情况.

(3) 是一种等概率的抽样, 每个个体抽到的概率都是  $\frac{n}{N}$ .

例如, 生活和社会实践中常有这样较为典型的抽样:

从 8 台彩电中抽取 2 台进行质量检验; (简单随机抽样法)

一个礼堂有 32 排座位, 每排 40 个座, 报告会座无虚席, 会后要听取意见, 留下 32 名听众进行座谈; (系统抽样法)

育才中学有 260 名教职工, 其中业务人员 186 名, 管理人员 40 名, 后勤服务人员 34 名. 从中抽取一个容量为 50 的样本. (分层抽样法)

以上都是等概率抽样, 保证了抽样的公平性. 分层抽样在各层抽样时, 可采用简单随机抽样或系统抽样.

**样题 6:** 某初级中学有学生 270 人, 其中一年级 108 人, 二、三年级各 81 人, 现要利用抽样方法抽取 10 人参加某项调查, 考虑选用简单随机抽样、分层抽样和系统抽样三种方案, 使用简单随机抽样和分层抽样时, 将学生按一、二、三年级依次统一编号为 1, 2,  $\dots$ , 270; 使用系统抽样时, 将学生统一随机编号 1, 2,  $\dots$ , 270, 并将整个编号依次分为 10 段. 如果抽得号码有下列四种情况:

① 7, 34, 61, 88, 115, 142, 169, 196, 223, 250;

② 5, 9, 100, 107, 111, 121, 180, 195, 200, 265;

③ 11, 38, 65, 92, 119, 146, 173, 200, 227, 254;

④ 30, 57, 84, 111, 138, 165, 192, 219, 246, 270;

关于上述样本的下列结论中, 正确的是

A. ②、③都不能为系统抽样    B. ②、④都不能为分层抽样

C. ①、④都可能为系统抽样    D. ①、③都可能为分层抽样

**解题思路:** 根据三种抽样方法的特征, 对所给出的 4 组样本进行判断, 如果是分层抽样, 则各号段应占的比例为: 4, 3, 3; 如果是系统抽样, 则抽取的样本号码应该构成公差为 27 的等差数列.

**解答:** D



### 数形结合题

样题中对数学思想的考查得到了较充分的体现, 特别是数形结合思想方法的应用.

**样题 7:** 在  $y = 2^x$ ,  $y = \log_2 x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = \cos 2x$  这四个函数中, 当  $0 < x_1 < x_2 < 1$  时, 使  $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$  恒成立的函数的个数是

A. 0    B. 1    C. 2    D. 3

本小题主要考查函数的凹凸性, 试题给出了四个基本初等函数, 要求考生根据函数的