

普通高等院校“十一五”规划教材
普通高等院校机械类精品教材



顾问 杨叔子 李培根

弹性力学基础及有限单元法

TANXING LIXUE JICHU JI YOUXIAN DANYUANFA

任学平 高耀东 主编

华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>



0343/57

2007

普通高等院校“十一五”规划教材
普通高等院校机械类精品教材

顾 问 杨叔子 李培根

弹性力学基础及有限单元法



主 编 任学平 高耀东

华中科技大学出版社
中国·武汉

图书在版编目(CIP)数据

弹性力学基础及有限单元法/任学平 高耀东 主编. —武汉:华中科技大学出版社,
2007年10月
ISBN 978-7-5609-4198-1

I. 弹… II. ①任… ②高… III. ①弹性力学 ②有限元法 IV. O343 O241.82

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第140921号

弹性力学基础及有限单元法

任学平 高耀东 主编

策划编辑:刘 锦 亢博剑

责任编辑:王汉江

责任校对:代晓莺

封面设计:潘 群

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:华中科技大学惠友文印中心

印 刷:湖北新华印务有限公司

开本:787mm×960mm 1/16

印张:13.25 插页:2

字数:276 000

版次:2007年10月第1版

印次:2007年10月第1次印刷

定价:20.00元

ISBN 978-7-5609-4198-1/O·423

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

本书是为“弹性力学与有限单元法”课程编写的教材。简明而系统地讲述弹性力学的基本概念、基本原理和基本方法,为应用有限单元法进行应力、应变分析打下必要的理论基础。编写过程中,尽量将弹性力学基础部分写得通俗易懂,对重点方程给出详细的背景介绍,在有限元部分的 ANSYS 应用中,通过给出求解实例的具体操作步骤,使解题非常形象化,便于学生应用有限元软件“有据”可查,能够按步骤完成求解过程。这些都体现了教材的新颖性、启发性。

序

“爆竹一声除旧，桃符万户更新。”在新年伊始，春节伊始，“十一五规划”伊始，来为“普通高等院校机械类精品教材”这套丛书写这个“序”，我感到很有意义。

近十年来，我国高等教育取得了历史性的突破，实现了跨越式的发展，毛入学率由低于10%达到了高于20%，高等教育由精英教育跨入了大众化教育。显然，教育观念必须与时俱进而更新，教育质量观也必须与时俱进而改变，从而教育模式也必须与时俱进而多样化。

以国家需求与社会发展为导向，走多样化人才培养之路是今后高等教育教学改革的一项重要任务。在前几年，教育部高等学校机械学科教学指导委员会对全国高校机械专业提出了机械专业人才培养模式的多样化原则，各有关高校的机械专业都在积极探索适应国家需求与社会发展的办学途径，有的已制定了新的人才培养计划，有的正在考虑深刻变革的培养方案，人才培养模式已呈现百花齐放、各得其所的繁荣局面。精英教育时代规划教材、一致模式、雷同要求的一统天下的局面，显然无法适应大众化教育形势的发展。事实上，多年来，已有许多普通院校采用规划教材，就十分勉强，而又苦于无合适教材可用。

“百年大计，教育为本；教育大计，教师为本；教师大计，教学为本；教学大计，教材为本。”有好的教材，就有章可循，有规可依，有鉴可借，有道可走。师资、设备、资料（首先是教材）是高校的三大教学基本建设。

“山不在高，有仙则名。水不在深，有龙则灵。”教材不在厚薄，内容不在深浅，能切合学生培养目标，能抓住学生应掌握的要言，能做

到彼此呼应、相互配套,就行,此即教材要精、课程要精,能精则名、能精则灵、能精则行。

华中科技大学出版社主动邀请了一大批专家,联合了全国几十个应用型机械专业,在全国高校机械学科教学指导委员会的指导下,保证了当前形势下机械学科教学改革的发展方向,交流了各校的教改经验与教材建设计划,确定了一批面向普通高等院校机械学科精品课程的教材编写计划。特别要提出的,教育质量观、教材质量观必须随高等教育大众化而更新。大众化、多样化决不是降低质量,而是要面向、适应与满足人才市场的多样化需求,面向、符合、激活学生个性与能力的多样化特点。“和而不同”,才能生动活泼地繁荣与发展。脱离市场实际的、脱离学生实际的一刀切的质量不仅不是“万应灵丹”,而是“千篇一律”的桎梏。正因为如此,为了真正确保高等教育大众化时代的教学质量,教育主管部门正在对高校进行教学质量评估,各高校正在积极进行教材建设,特别是精品课程、精品教材建设。也因为如此,华中科技大学出版社组织出版普通高等院校应用型机械学科的精品教材,可谓正得其时。

我感谢参与这批精品教材编写的专家们!我感谢出版这批精品教材的华中科技大学出版社的有关同志!我感谢关心、支持与帮助这批精品教材编写与出版的单位与同志们!我深信编写者与出版者一定会同使用者沟通,听取他们的意见与建议,不断提高教材的水平!

特为之序。

中国科学院院士
教育部高等学校机械学科指导委员会主任

杨红子

2006.1

前 言

目前,有限单元法已经在航空、造船、机械、冶金、建筑等工程部门广泛应用,并取得显著效果,它是一种行之有效的偏微分方程数值解的计算方法。现在各行各业都已经拥有了一定数量的商业有限单元法程序。如何使这些程序为更多的人掌握和应用,最大限度地发挥和应用这些程序解决工程问题,是教学上必须考虑的。同时,高等学校的工科本科生和研究生选修有限单元法的人数逐年增加,对于一般工程技术人员和机械类专业的本科生和研究生而言,学习有限单元法主要是为了应用。但有限单元法商业程序不是一个“傻瓜”类的应用程序,它是基于一定的基础理论知识,如用有限单元法求解结构的应力、应变问题就是基于弹性力学的知识建立起来的,对弹性力学知识的掌握和理解程度直接关系到有限单元法程序应用的效果。所以,本书在介绍有限单元法之前,先介绍弹性力学的基础知识,是非常必要的,读者应引起足够的重视。

本书分3篇共11章:第1篇介绍弹性力学基础知识和概念;第2篇介绍有限单元法理论;第3篇介绍ANSYS有限元软件的应用。考虑到本门课程是一门较难学的技术基础课,在编写本书时,在内容和编排上做了以下考虑。

(1) 在第1篇弹性力学基础中,不要求学生求解弹性力学问题的解答,而是侧重对弹性力学基础知识和概念的理解和掌握,以便为学习有限单元法打下必要的基础。

(2) 在第2篇有限单元法理论中,按照由简到繁的顺序,讲述了杆系结构、平面问题和空间问题的有限单元法,这一部分内容相当第1篇和第3篇内容的衔接和过渡。

(3) 在第3篇ANSYS应用方面,主要针对目前应用广泛的商业软件ANSYS,给出其在解决弹性力学和机械强度和变形方面的分析计算过程。

本书力求把弹性力学和有限单元法的知识介绍得更形象和透彻些,所以,在编写本书时重点放在以下几个方面。

(1) 在容易阅读的形式下给出数学物理基础概念,写作力求深入浅出,尽量用浅显易懂的物理概念来讲解,弄清事物的来龙去脉。如在讲弹性力学时,用了相当的篇幅来讲一些在弹性力学发展过程中作出过杰出贡献的学者,使学生尽量地认识并了解他们。

(2) 在介绍有限单元法应用时,给出了一些典型问题的求解过程,学生在开始应用有限单元法时,可按照书上的步骤进行,以便打下一定的基础。完成上述教学要求一般需要50学时左右。

本书第1篇由任学平编写,第2篇和第3篇由高耀东编写,全书由任学平修改定稿。在编写过程中,周建刚负责部分文字录入,马文生负责部分图形的绘制。

本书在编写和出版过程中,得到了内蒙古科技大学的支持,特此表示感谢。

相信本书具有一定的理论意义并有实际应用方面的参考价值,希望读者朋友阅读本书后有所收获。因作者水平有限,书中不妥之处,敬请专家及读者批评指正!

我的邮箱:renxuep@yahoo.com.cn

任学平 高耀东

2007年6月

于内蒙古科技大学

目 录

第 1 篇 弹性力学基础

第 1 章 弹性力学内容、基本假定及基本方法	(3)
1.1 弹性力学内容	(3)
1.2 弹性力学的基本假设	(5)
1.3 弹性力学的基本方法	(6)
1.4 学习弹性力学的目的	(6)
1.5 弹性力学的发展史	(7)
习题一	(8)
第 2 章 应力分析与平衡方程	(9)
2.1 一点的应力状态、应力张量	(9)
2.1.1 内力和应力及应力张量	(9)
2.1.2 斜面上的应力	(11)
2.2 主应力与主剪应力、应力张量不变量	(13)
2.3 八面体应力、应力强度	(14)
2.4 应力球张量和应力偏张量	(16)
2.5 平衡方程——应力与外力的关系	(17)
习题二	(21)
第 3 章 应变分析与几何方程	(22)
3.1 位移和位移分量	(22)
3.2 一点的应变状态、应变张量	(24)
3.3 主应变、应变张量的不变量	(25)
3.4 八面体剪应变、应变强度	(27)
3.5 应变球张量和应变偏张量	(28)
3.6 几何方程——应变与位移的关系	(28)

习题三	(32)
第4章 应力与应变关系——物理方程	(33)
4.1 一维应力与应变关系	(33)
4.2 广义胡克定律	(37)
习题四	(40)
第5章 弹性力学问题的求解	(42)
5.1 弹性力学问题的分类	(42)
5.2 各类问题的基本方程及基本未知量	(43)
5.2.1 平面问题	(44)
5.2.2 空间问题	(46)
5.3 弹性力学的解题方法	(49)
5.3.1 弹性力学的一些普遍原理	(49)
5.3.2 弹性力学的主要解法	(51)
5.3.3 位移法、应力法及其他解题方法	(51)
习题五	(56)

第2篇 有限单元法理论

第6章 有限单元法概述	(59)
6.1 引言	(59)
6.2 有限单元分析与加权余量法	(61)
6.2.1 微分方程组的等效积分	(61)
6.2.2 加权余量法	(61)
6.2.3 伽辽金法	(62)
6.3 有限单元分析与变分原理	(63)
6.3.1 泛函和变分	(63)
6.3.2 变分原理	(63)
6.3.3 能量变分原理	(64)
6.4 有限单元法解题实例	(65)
习题六	(67)
第7章 杆系结构的有限单元法	(68)
7.1 桁架结构	(68)

7.1.1 单元刚度矩阵	(68)
7.1.2 结构总体刚度方程	(71)
7.2 直梁	(73)
7.2.1 单元刚度矩阵	(73)
7.2.2 结构总体刚度方程	(75)
习题七	(76)
第8章 平面问题的有限单元法	(78)
8.1 两类平面问题	(78)
8.1.1 平面应力问题	(78)
8.1.2 平面应变问题	(79)
8.2 结构离散化	(80)
8.2.1 结构离散化时应注意的问题	(80)
8.2.2 结构离散化的技巧	(81)
8.3 位移函数	(82)
8.3.1 位移函数的一般形式	(83)
8.3.2 3节点三角形单元的位移函数	(83)
8.3.3 形函数及其性质	(85)
8.3.4 位移函数与解的收敛性	(86)
8.4 单元刚度矩阵	(87)
8.4.1 3节点三角形单元的单元刚度矩阵	(87)
8.4.2 单元刚度矩阵的性质	(90)
8.5 载荷移置	(91)
8.5.1 载荷移置的普遍公式法	(91)
8.5.2 直接法	(92)
8.6 结构总体刚度方程	(93)
8.6.1 结构总体刚度方程的建立	(93)
8.6.2 形成结构总体刚度矩阵的方法	(95)
8.6.3 结构总体刚度矩阵的性质	(96)
8.7 位移边界条件的处理	(98)
8.7.1 降阶法	(99)
8.7.2 对角元置1法	(99)

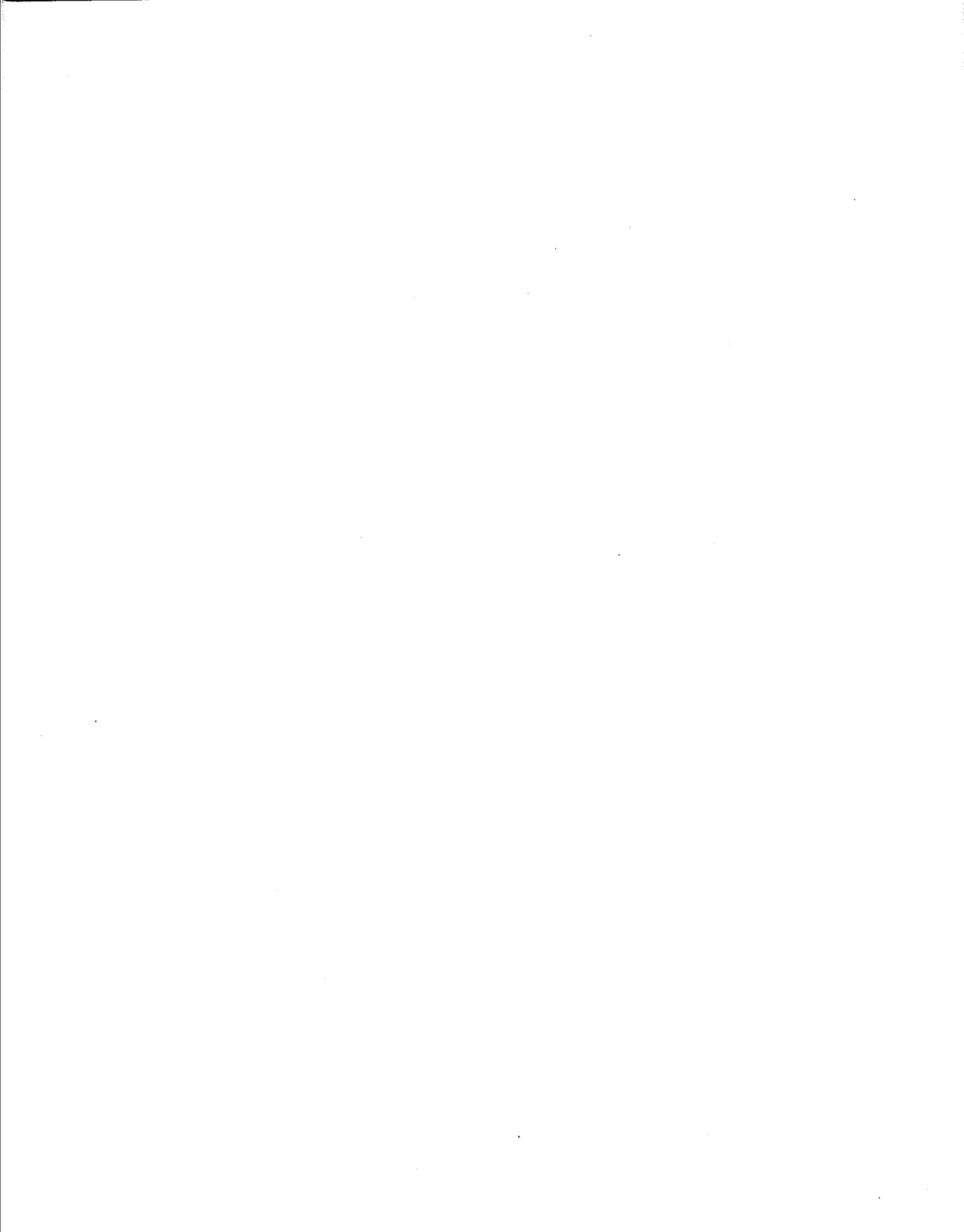
8.7.3	对角元乘大数法	(101)
8.7.4	斜边界位移条件的处理	(101)
8.8	应力计算	(103)
8.8.1	单元应力及应变的计算	(103)
8.8.2	主应力和主方向	(104)
8.8.3	节点的应力	(104)
8.9	解题示例	(105)
8.9.1	结构离散化	(105)
8.9.2	计算单元刚度矩阵	(106)
8.9.3	建立结构总体刚度矩阵	(107)
8.9.4	建立结构节点载荷列阵	(108)
8.9.5	建立结构总体刚度方程	(108)
8.9.6	引入位移边界条件,求解结构总体刚度方程	(108)
8.9.7	计算单元应力	(109)
8.10	公式推广	(109)
	习题八	(110)
第9章	空间问题的有限单元法	(112)
9.1	三维应力状态	(112)
9.2	空间问题的简单四面体单元	(113)
9.2.1	位移函数	(113)
9.2.2	单元刚度矩阵	(115)
9.2.3	载荷移置	(116)
9.2.4	结构总体刚度方程	(117)
9.3	轴对称问题的简单三角形单元	(117)
9.3.1	概述	(117)
9.3.2	形状函数	(118)
9.3.3	单元的应变和应力	(119)
9.3.4	单元刚度矩阵	(119)
9.3.5	载荷移置	(120)
9.3.6	结构总体刚度方程	(121)
	习题九	(121)

第 3 篇 ANSYS 有限元软件的应用

第 10 章 有限元软件 ANSYS	(125)
10.1 ANSYS 软件简介	(125)
10.1.1 ANSYS 的功能	(125)
10.1.2 ANSYS 特点	(126)
10.1.3 ANSYS 软件的结构	(126)
10.2 ANSYS 软件的使用	(128)
10.2.1 典型的 ANSYS 分析过程	(128)
10.2.2 命令输入方法	(129)
10.2.3 启动图形用户界面	(130)
10.2.4 图形用户界面	(130)
10.2.5 对话框及其组成控件	(131)
10.3 ANSYS 的菜单系统	(134)
10.3.1 通用菜单	(134)
10.3.2 主菜单	(135)
10.3.3 选择实体命令	(137)
习题十	(140)
第 11 章 ANSYS 求解例题	(142)
11.1 杆系结构的求解实例——悬臂梁	(142)
11.1.1 问题描述及解析	(142)
11.1.2 分析步骤	(142)
11.1.3 命令流	(146)
11.2 杆系结构的求解实例——平面桁架	(147)
11.2.1 问题描述及解析	(147)
11.2.2 分析步骤	(147)
11.2.3 命令流	(150)
11.3 平面问题的求解实例——受拉薄板问题	(151)
11.3.1 问题描述和解析	(152)
11.3.2 分析步骤	(152)
11.3.3 命令流	(157)

11.4 静力学问题的求解实例——扳手的受力分析·····	(159)
11.4.1 扳手尺寸和形状·····	(159)
11.4.2 分析步骤·····	(159)
11.4.3 命令流·····	(165)
11.5 模态分析实例——单自由度系统的固有频率分析·····	(167)
11.5.1 问题描述及解析·····	(167)
11.5.2 分析步骤·····	(167)
11.5.3 命令流·····	(171)
11.6 模型创建技巧实例——液体容器倾翻特性的研究·····	(172)
11.6.1 问题描述·····	(172)
11.6.2 分析步骤·····	(173)
11.6.3 命令流·····	(178)
11.7 连杆机构运动分析实例——曲柄摇杆机构·····	(180)
11.7.1 问题描述及解析·····	(180)
11.7.2 分析步骤·····	(180)
11.7.3 命令流·····	(190)
部分习题参考答案 ·····	(193)
参考文献 ·····	(197)

第 1 篇 弹性力学基础



第 1 章 弹性力学内容、基本假定及基本方法

1.1 弹性力学内容

弹性力学又称为弹性理论,是指被研究的弹性体由于受外力作用或由于温度改变等原因而发生的应力、应变和位移。

弹性力学的任务,与材料力学、结构力学的任务一样,是分析各种结构物或其构件在弹性阶段的应力和位移,校核它们是否具有所需的强度和刚度,并寻求或改进它们的计算方法。然而,这三门学科在研究对象上有所分工,在研究方法上也有所不同。

弹性力学具体的研究对象主要为梁、柱、坝体、无限弹性体等实体结构以及板、壳等受力体。为便于研究,表 1-1 给出了弹性力学与同属固体力学范畴的其他力学课程在研究对象和内容方面的比较。

表 1-1 不同力学课程主要研究对象和内容的比较

课 程	研究对象	研究的主要内容
弹性力学	弹性体	梁、柱、坝体、壳等受力体的应力、应变和位移的精确分析
材料力学	杆状构件	梁、柱等杆件在拉、压、弯、扭、剪状态下的应力和位移
理论力学	刚体	刚体的静、动力学(约束力、速度、加速度)分析
结构力学	杆系结构	桁架、刚架等杆系结构的约束力、内力与位移的计算
塑性力学	弹塑性体	结构的弹塑性分析

在材料力学课程中,基本上只研究所谓杆状构件,也就是长度远大于高度和宽度的构件。这种构件在拉压、剪切、弯曲、扭转作用下的应力和位移,是材料力学的主要研究内容。在结构力学课程中,主要是在材料力学的基础上研究杆状构件所组成的结构,也就是所谓杆件系统,例如桁架、刚架等。至于非杆状的结构,例如板和壳以及挡土墙、堤坝、地基等实体结构,则在弹性力学课程中加以研究。如果要对于杆状构件进行深入的、较精确的分析,也必须用到弹性力学的知识。

虽然在材料力学和弹性力学课程中都研究杆状构件,然而研究的方法却不完全相同。在材料力学中研究杆状构件,除了从静力学、几何学、物理学三方面进行分析以外,大都还要引用一些关于构件的形变状态或应力分布的假定,这就大大简化了数学推演,但是,得出的解答有时只是近似的。在弹性力学中研究杆状构件,一般都不必引用那些假定,因而