

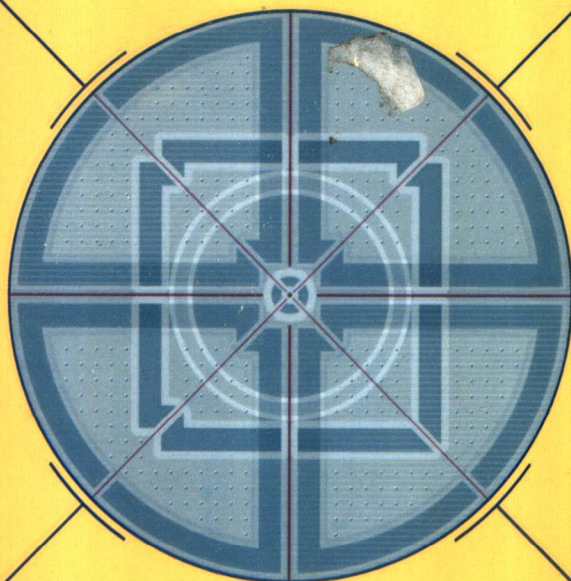
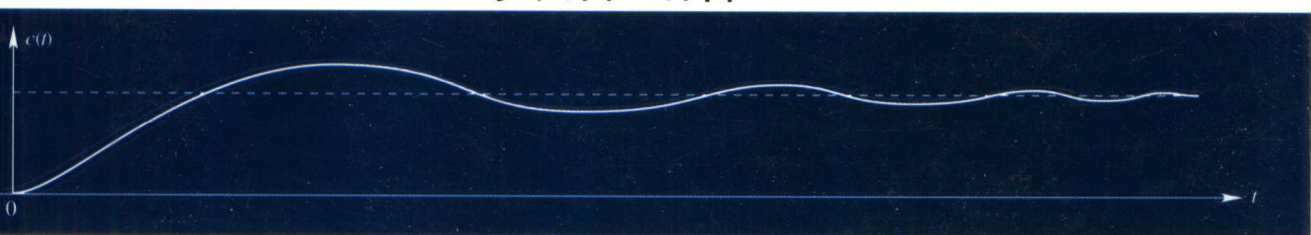


普通高等教育“十一五”国家级规划教材

自动控制原理

(第3版)

李友善 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

自动控制原理

(第3版)

李友善 编著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理 / 李友善编著. —3 版. —北京: 国防
工业出版社, 2007.6 重印
普通高等教育“十一五”国家级规划教材
ISBN 978-7-118-03692-3

I. 自... II. 李... III. 自动控制理论 - 高等学校
- 教材 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 115709 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787 × 1092 1/16 印张 35 字数 883 千字

2007 年 6 月第 15 次印刷 印数 90001—93000 册 定价 48.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

前 言

为适应广大院校与社会读者的需求,在国防工业出版社热情鼓励与积极协助之下,作者在保留本书第1版与第2版特色的基础上,针对其中体系安排及部分章节内容作了适当修订与整合。例如,除按照传统继续突出线性系统理论及其应用的重点外,经适当整合加强了非线性控制系统的分析内容;再如,考虑到近年来为硕士研究生编写的控制理论教材及参考读物已大量出版上市,因此本书第3版删除了第1版及第2版中针对硕士研究生的控制理论教学而编写的一些内容;又如,为利于读者进一步学习现代控制理论,而从状态空间法角度强化了线性系统的分析与综合,以更加贴近当前本科教学关于自动控制原理课程的教学大纲。修订后本书不再分上、下册,而以一册装的形式出版。作者借此机会非常荣幸地将修订后的第3版奉献给20年来关心与爱护本书的同行教师与广大读者。

为使自动控制原理课的教学更加生动活泼,更加具体而不那么抽象,更好地联系实际而不是枯燥地纸上谈兵,尤其重要的是,通过本门课程的教与学,有利于学生创新精神与实践能力的培养,现代化教学手段之用于该课教学是绝对不可少的。为了提高本门课程的课堂讲授效果和为了培养学生自我获取知识与实践创新的能力,作者准备为教师改革课堂讲授模式和为学生课外学习与自我培训,编撰出版一种电子教材与本书配套使用。这是本书修订后的一种新的尝试,作者竭诚愿与广大读者共同培育这棵幼苗,使之开花、结实。

为指导学生通过课外学习深入掌握自动控制原理课程的基础理论与基本内容,通过习题演练拓展解决问题的思路与培养解决问题的能力,建议广大读者在使用本书第3版文字教材的同时,参考选用由国防工业出版社出版的《控制系统 MATLAB 计算及仿真(第2版)》,以及《MATLAB 符号运算及其应用》,它们是学习自动控制理论极好的工具书,对于演算自动控制原理的习题作业,进行自动控制的实验、课程设计、毕业设计以及对于实际工程控制系统的仿真都有很好的参考价值。

值此第3版出版之际,再次感谢本书责任编辑刘炯女士的大力协助,同时衷心感谢从20世纪80年代以来曾经使用过本书的广大读者的热情支持,他们提出的宝贵意见和建议是作者修订本书的不竭动力。作者诚恳希望读者朋友们今后继续不吝赐教。

目 录

第 1 章 控制系统的一般概念	1
1.1 引言	1
1.2 开环控制与闭环控制	1
1.3 控制系统举例	4
1.4 控制系统的组成与对控制系统的基本要求	6
第 2 章 控制系统的数学模型	9
2.1 控制系统的时域模型	9
2.2 线性系统的复域模型	21
2.3 控制系统的方框图与信号流图	27
2.4 脉冲响应	39
习题	41
第 3 章 线性系统的时域分析	46
3.1 典型输入信号	46
3.2 一阶系统的时域分析	47
3.3 二阶系统的时域分析	51
3.4 高阶系统的时域分析	69
3.5 线性系统的稳定性与稳定判据	76
3.6 反馈系统的稳态误差	87
3.7 顺馈控制的误差分析	100
习题	104
第 4 章 根轨迹法	111
4.1 反馈系统的根轨迹	111
4.2 绘制根轨迹的基本规则	114
4.3 典型反馈系统的根轨迹分析	126
习题	145
第 5 章 线性系统的频域分析	148
5.1 频率响应及其描述	148
5.2 典型环节的频率响应	151
5.3 对数频率特性	156
5.4 开环系统与闭环系统的频率响应	165
5.5 Nyquist 稳定判据	182
5.6 控制系统的相对稳定性	195
5.7 频域指标与时域指标间的关系	200
习题	212

第 6 章 控制系统的综合与校正	218
6.1 引言	218
6.2 输入信号与控制系统带宽	220
6.3 基本控制规律分析	222
6.4 超前校正参数的确定	227
6.5 迟后校正参数的确定	242
6.6 迟后—超前校正参数的确定	252
6.7 反馈校正及其参数确定	260
6.8 结束语	267
习题	268
第 7 章 线性离散系统的分析与综合	271
7.1 采样过程	271
7.2 信号的采样与保持	273
7.3 Z 变换	276
7.4 脉冲传递函数	284
7.5 线性离散系统稳定性分析	291
7.6 线性数字控制系统的时域分析	294
7.7 线性离散系统的数字校正	299
习题	307
第 8 章 线性系统的状态空间分析法	310
8.1 引言	310
8.2 线性定常系统的状态空间描述	310
8.3 线性定常系统分析	324
8.4 线性定常离散系统分析	354
8.5 线性时变系统分析	364
8.6 李雅普诺夫稳定性分析	366
习题	377
第 9 章 线性系统的状态空间综合法	382
9.1 线性系统的能控性与能观测性	382
9.2 线性系统的结构分解	409
9.3 线性系统的状态反馈与输出反馈	412
9.4 线性系统的状态观测器	418
9.5 线性系统的解耦	429
9.6 线性系统的实现	436
习题	445
第 10 章 非线性控制系统分析	449
10.1 引言	449
10.2 相平面法	454
10.3 描述函数法	481
10.4 李雅普诺夫方法	505
10.5 利用非线性特性改善控制系统性能	510

习题	514
附录一 数学基础一——拉普拉斯变换	519
附录二 数学基础二——矩阵	527
附录三 常用有源与无源校正网络	543
参考文献	551

第 1 章 控制系统的一般概念

1.1 引 言

20 世纪中叶以来,在科学技术发展进程中,自动控制技术的作用极为重要。所谓自动控制就是在无人直接参与的情况下,通过控制器使被控对象或过程自动地按照预定要求运行。导弹能够正确命中目标,人造卫星能按预定轨道运行并返回地面,宇宙飞船能准确在月球着陆并能重返地球,自动控制技术都起着极其重要的作用。在工业生产过程中,诸如对压力、温度、湿度、流量、频率以及原料、燃料成分比例等方面的控制,也都是自动控制技术的具体应用。

自动控制技术在各个领域中的广泛应用,不仅提高了劳动生产率和产品质量,改善了劳动条件,而且在人类征服自然、探索新能源、发展空间技术和改善人民物质生活等方面都起着极为重要的作用。

《自动控制原理》是自动控制技术的基础理论,是一门理论性较强的工程科学。根据自动控制技术的发展阶段,自动控制理论目前一般可分为“经典控制理论”和“现代控制理论”两大部分。

经典控制理论以传递函数为基础研究单输入 - 单输出一类定常控制系统的分析与设计问题。这些理论由于发展较早,现已臻成熟,在工程上也比较成功地解决了如何伺服系统与恒值系统自动控制的实践问题。

现代控制理论是 20 世纪 60 年代在经典控制理论上随着科学技术发展和工程实践需要而迅速发展起来的。它以状态空间法为基础,研究多输入 - 多输出、时变、非线性、高精度、高效能等控制系统的分析与设计问题。其中最优控制、最佳滤波、系统辨识、自适应控制、智能控制等理论都是这一领域研究的主要课题。目前,现代控制理论正随着现代科学技术的发展而日新月异地向前发展着。

1.2 开环控制与闭环控制

首先,通过举例简要阐述自动控制的含义。设有一台带载直流电动机 D,其电枢电压来自可控硅功率放大器的整流输出,而该整流输出电压的大小由电位器 R_w 的给定电压 U_r 来调节。直流电动机调速系统的原理示意图如图 1-1 所示。

在图 1-1 中,电动机 D 的工作原理是,当电位器 R_w 给出一定电压 U_r 时,可控硅功率放大器的触发电路便产生一串与电压 U_r 对应的、具有一定相位的触发脉冲去控制可控硅的导通角,从而控制可控硅功率放大器的输出电压 U_a 。由于电动机 D 的激磁绕组加的是恒定激磁电流 i_f ,因此随着电枢电压 U_a 的变化,电动机便以不同角速度 ω 带动负载运转。如果要求负载以某一恒定速度运转,则只要给定一个相应的恒定电压 U_r 即可。

定义用以完成一定任务的一些元、部件的组合为系统。在上例电动机转速控制系统中,定义用以控制电动机转速的给定电压 U_r 为系统的控制量,是系统输入量之一。而需要控制的负载角速度 ω 定义为系统的被控制量,它也是系统的输出量。对控制系统来说,被控制量是

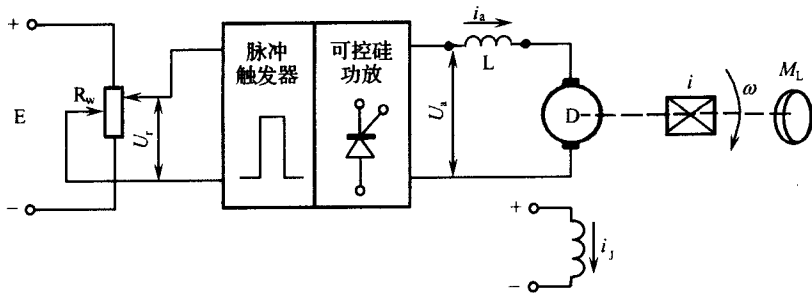


图 1-1 电动机的开环控制

M_L —负载力矩； ω —负载角速度； i_a —电动机电枢电流； U_a —电动机电枢电压； i_j —电动机激磁电流； U_r —电位器给定电压； i —减速器速比； L —平波电抗器。

一个极为重要的物理量，它的变化规律在控制过程中要求做到严格控制。

可以看出，上述控制系统只是根据给定的控制量进行控制，而被控制量在全部控制过程中对控制量不产生任何影响。因而对于被控制量相对其预期值可能出现的偏差，上述系统不具备自动修正的能力。被控制量只受控于控制量，而对控制量不能反施影响的一类系统称为开环控制系统。其方框图如图 1-2 所示。

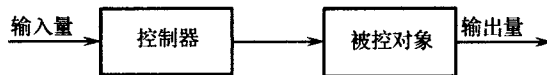


图 1-2 开环控制系统方框图

从图 1-2 看到，对于一个确定的输入量来说，总存在与之对应的描述确定工作状态的输出量。输出量的控制精度将取决于控制器及被控对象的参数稳定性。因此，欲使开环系统具有规定的控制精度，系统各元、部件的参数值，在工作过程中，必须严格保持在事先校准的量值上。

根据开环控制原理，在上例中，为保持带载电动机以某一恒定转速运转，仅通过具有相应常值的控制电压的控制是达不到目的的。这是因为在电动机运转过程中有很多因素要引起其转速的变化。如负载力矩的变化，电源电压的波动，元件参数的漂移等都将在被控制量，即系统实际输出转速与由控制量决定的期望转速之间引起偏差。定义妨碍控制量对被控制量按要求进行正常控制的物理量为扰动量。在上例，当扰动量存在时，欲保持实际输出转速等于或近似等于期望转速，必须采取措施抵消或削弱扰动因素的影响。这种消除扰动因素对系统的影响从而保持被控制量按预期要求变化的过程，称为控制过程。对于开环控制，上述控制过程可以通过人的参与来完成。如根据电动机转轴上的实际转速与期望转速间偏差的大小通过电位器手动调整控制电压 U_r 的量值以消除转速偏差。具体调整过程是，若因扰动因素的存在使实际转速超过期望转速，则可调整电位器降低控制电压 U_r ，使转速降至期望转速；若实际转速低于期望转速，则需调整电位器增大控制电压 U_r ，可使转速升高至期望值。在上述控制过程中，人完成了使系统输出端的被控制量通过适当方式影响控制量的反馈作用，也就是通过人眼观察到转速的变化，并通过大脑思考，然后按正确方向调整电位器，使电动机转速恢复到期望值上来。这样，通过人的反馈控制作用，把开环系统输出端的被控制量及其输入端的控制量联系起来，从而消除由于扰动因素在输出端造成的使被控制量偏离其期望值的偏差。

随着生产的发展，需要进行控制的系统和过程越来越多，而且对控制质量的要求也越来越

高。因此,如果都由人们直接参与去完成反馈控制,那将是无法适应的。于是要求制造相应的仪器和设备以代替人的工作,而现代科学技术的发展已经完全具备了这种替代的可能。仍以上面列举的电动机转速控制系统为例说明通过仪器设备代替人完成上述反馈控制任务的问题。

图 1-3 所示为无人参与下自动控制电动机的转速,并保持其恒定的自动控制原理图。其中 CF 为测速发电机,其输出电压正比于负载转速 n 或角速度 ω ,即 $U_{CF} = K_c \cdot \omega$, K_c 为常数。测速发电机在这里完成了转速测量并将转速变换为相应电压的任务。像测速发电机这类元件,称为测量元件。电压 U_r 为给定的基准电压,其值与电动机转速的期望值相对应。因此,把测速发电机输出电压 U_{CF} 反馈到系统输入端并与给定电压 U_r 进行比较可代替人观察负载转速并判断其是否与期望转速相等的过程。在这里,控制电压 U_r 是系统的控制量,而测速发电机输出电压 U_{CF} 则是与被控制量——负载转速 n 或 ω 成比例的反馈量。反馈量 U_{CF} 与控制量 U_r 比较后得到的电压差 $\Delta U = U_r - U_{CF}$ 称偏差。如果偏差不为零,即 $\Delta U \neq 0$,则意味着电动机转速在扰动作用下偏离其期望值。

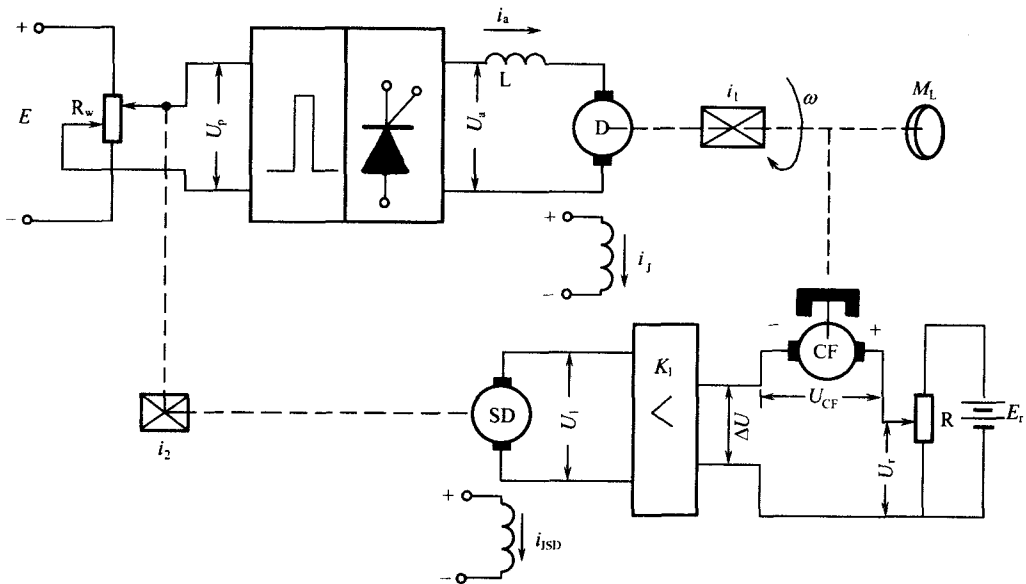


图 1-3 电动机转速的自动控制

在图 1-3 中, K_1 代表前置放大器。它的作用在于放大偏差,从而去控制伺服电机 SD 。这是因为在一般情况下偏差较小,需放大后才能驱动伺服电机 SD 。由于伺服电机转动而产生的角位移,经减速器 i_2 移动电位器 R_w 的滑臂,从而改变电压 U_p 的量值,进而控制可控硅功率放大器的输出电压 U_a 的大小和极性,使电动机 D 的转速得到控制。上述过程一直进行到消除偏差 ΔU ,即电动机转速再度恢复到其期望值为止。上述电动机转速的控制过程是在无人参与下自动进行的。一般定义毋需人直接参与,而使被控制量自动地按预定规律变化的控制过程为自动控制。

从上例分析中可以看出,为了对电动机转速通过负反馈进行自动控制,需对控制系统提出下列要求:

(1) 必须对被控制量进行测量,并将其反馈到系统的输入端与控制量相减(即负反馈)得到偏差。

(2) 对偏差进行适当放大,从而产生对被控对象(如上例中的电动机)的控制作用。

(3) 上述控制作用应使被控制量作消除偏差保持期望值的相应变化。

综上所述,利用通过负反馈产生的偏差所取得控制作用去消除偏差的控制原理称为反馈控制原理。就整个控制系统来说,控制量通过控制器去控制被控制量,而被控制量又被反馈到输入端通过负反馈产生偏差,继而偏差再经过控制器的适当变换去控制被控制量。于是整个控制系统便形成了一个闭合的环路,因而称为闭环控制系统或反馈控制系统。作为反馈控制系统一例的电动机转速控制系统方框图如图 1-4 所示。图中, $r(t)$ 代表控制量或控制信号; $c(t)$ 代表被控制量或被控制信号; $\epsilon(t)$ 代表偏差或偏差信号; $f(t)$ 代表扰动量或扰动信号。符号 \otimes 代表信号比较,其中“-”号表示对反馈信号 $y(t)$ 取负值,即负反馈。方框图中箭头指示方向代表信号流通方向,箭头进入方框的一侧为方框的输入端,箭头离开方框的一侧为其输出端。对构成系统的每一个方框来说,箭头指示方向是不变的,这说明信号在控制系统中是单方向流通的,不可逆的。

综上所述分析看出,反馈控制系统的突出特点是,不管什么原因引起被控制量偏离其期望值而产生偏差时,一定会产生一个相应的控制作用,而该控制作用将去消除偏差,使被控制量重新恢复到期望值上去。因此,从原理上说,反馈控制系统具有抑制任何内外部干扰对系统输出影响的能力。

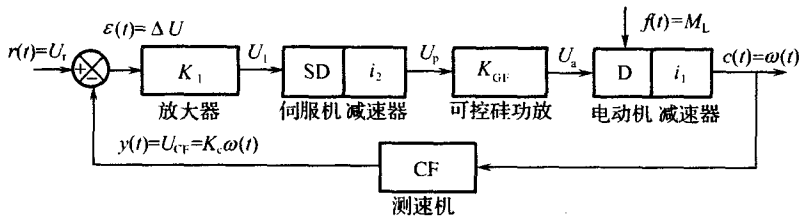


图 1-4 反馈控制系统方框图

阐述了开环控制与闭环控制之后,可将两者做如下简要比较。对开环控制系统来说,由于不存在被控制量到控制量的负反馈,所以对于干扰给被控制量造成的偏差,系统不具有自行修正的能力。于是这类系统的控制精度便完全由采用高精度元件和采取有效的抗干扰措施来保证。在闭环控制系统中,由于采用负反馈因而被控制量对于外部和内部的干扰都不甚敏感,从而有可能采用精度不高成本低廉的元件来构成控制质量较高的系统。但开环控制系统容易建造,且不必对被控制量进行测量和反馈,因而结构简单。故当系统中可能出现的干扰预先确定且可做到有效补偿时,采用开环控制具有一定优越性,特别是被控制量难以直接测量时可以考虑采用开环控制方案。只有当系统的扰动量无法事先预计的情况下,闭环控制方案才具有明显的优越性。从系统的稳定性来考虑,开环控制系统在这个问题上容易解决,因而不是一个十分重要的问题;但对闭环控制系统来说,稳定性则是要研究的主要问题之一。

1.3 控制系统举例

1.3.1 随动系统

就反馈控制系统来说,设其控制信号 $r(t)$ 为任意时间函数,其变化规律很难预测,若要求系统准确复现这样的控制信号,则称这类反馈控制系统为随动系统或伺服系统。随动系统在工业生产和国防建设中有着极为广泛的应用。如火炮控制系统,雷达导引系统,舰船操舵系统

等都是典型的随动系统。

图 1-5 所示为一典型随动系统方框图。该系统由两个旋转变压器组成测角环节,其中 XZ_1 叫做发送器,它的转子轴和系统输入轴相固联; XZ_2 叫做接受器,它的转子轴和系统输出轴相固联。系统的被控对象为两相伺服电动机,由可控硅功率放大器的输出电压控制,其输出轴经减速器带动负载。 XZ_1 转子轴的转角跟随系统输入轴按任意时间函数 $\theta_1(t)$ 变化。当系统输出轴转角的变化 $\theta_2(t)$ 与其输入轴转角的变化 $\theta_1(t)$ 不一致时,在 XZ_2 的定子绕组 $D'_3D'_4$ 中便产生正比于角差信号 $\Delta\theta(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t)$ 的电压 $U(t)$,即 $U(t) = K[\theta_1(t) - \theta_2(t)]$ 。电压 U 经前置放大、相敏检波与直流放大后,产生受控于角差信号的触发脉冲,并由这些触发脉冲去控制可控硅功率放大器的输出电压。具有恒定交流激磁电压的两相伺服电动机将受控于可控硅功率放大器输出电压并输出不同转速。两相伺服电动机经减速器带动 XZ_2 的转子轴,根据反馈控制原理,系统的输出 $\theta_2(t)$ 最终将复现其输入 $\theta_1(t)$ 。

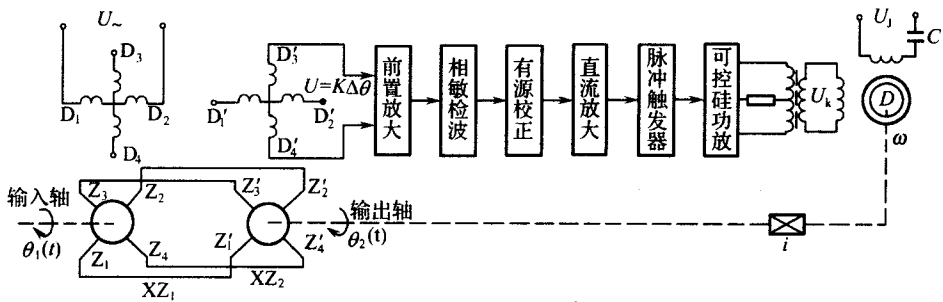


图 1-5 随动系统方框图

1.3.2 恒值控制系统

若反馈控制系统的控制量取常值,从而要求其被控制量也保持在相应的常值上,则称这类反馈控制系统为恒值控制系统。在 1.2 节举例分析的基于反馈控制原理建立的电动机转速控制系统便是典型的恒值控制系统。

在恒值控制系统中,由于其控制量取常值,所以使被控制量偏离其期望值的主要因素为扰量的存在。

1.3.3 数字控制系统

数字控制系统是一类以数字计算机为控制器实现具有连续工作状态被控对象闭环控制的反馈控制系统。由于控制量 $r(t)$,被控制量 $c(t)$ 和偏差 $\epsilon(t)$ 均为模拟量,而数字计算机只能处理数字的离散信号,因此在数字控制系统中需采用采样开关,模拟-数字转换器(A/D),数字-模拟转换器(D/A)和保持器。数字控制系统的方框图如图 1-6 所示。

在数字控制系统中,首先需对连续的偏差信号 $\epsilon(t)$ 经采样开关采样。符号 $\frac{\epsilon}{T_0}$ 代表采

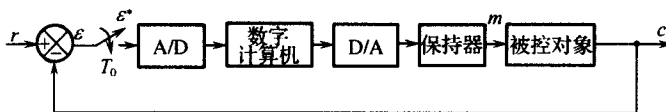


图 1-6 数字控制系统方框图

样开关。采样开关经一定时间 T_0 重复闭合,每次闭合时间为 h ,且有 $h < T_0$, T_0 称采样周期。连续信号经采样转换成具有一定宽度 h 的采样脉冲序列,如图 1-7 所示。采样脉冲序列属于时间上离散而幅值上连续的离散模拟信号。由连续信号经采样开关而获取采样脉冲序列的过程,称为采样过程。其次,A/D 将采样脉冲序列 $\varepsilon_n^*(t)$ 转换成数字信号并输至数字计算机进行处理,而 D/A 则将数字计算机输出的离散数字量转换成离散的模拟量。最后,由保持器将离散的模拟量转换成连续的模拟量,并用连续模拟信号 $m(t)$ 控制具有连续工作状态的被控对象,以使被控制量 $c(t)$ 的变化满足预定要求。这一点与一般反馈控制系统的工作原理相同。

图 1-8 是图 1-6 的简化,其中数字控制器具有 A/D,数字计算机和 D/A 的功能。

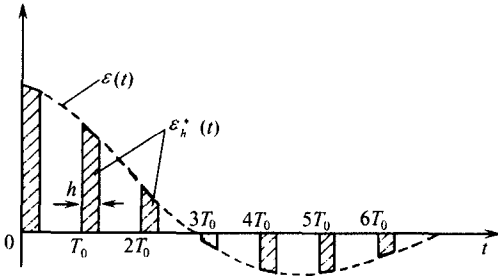
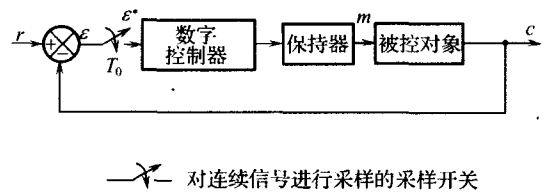


图 1-7 采样脉冲序列



对连续信号进行采样的采样开关

图 1-8 数字控制系统简化方框图

1.4 控制系统的组成与对控制系统的基本要求

综上所述,反馈控制系统需由下述各类基本元件组成。

首先,为测量控制量及被控制量,系统需有测量元件。由于测量元件的精确度直接影响系统的控制精度,所以应尽可能选用精确度高的测量元件和合理的测量线路。

其次,为实现被控制量至控制量的负反馈以产生偏差信号,系统需有比较元件。在多数反馈控制系统中,比较元件常与测量元件或线路结合在一起,而不是独立存在的元件。

再次,由于偏差信号一般比较微弱,为使其具有足够大的幅值和功率,系统需有放大元件。

最后,为能使系统偏差经放大形成的控制作用驱动被控制对象以产生按控制信号的变化规律而变化的被控制信号,系统还需有执行元件。

需要指出,按反馈原理由上述基本元件简单组合起来的控制系统往往不能完成规定的控制任务。这是因为系统中存在惯性(机械的或电的)以及像饱和、干摩擦、死区一类非线性因素,使其在响应控制信号过程中有可能产生不衰减振荡,严重时甚至可使系统的正常工作遭到破坏。因此,为使系统能正常工作,还需在系统中加进能消除或减弱上述振荡从而提高其控制性能的元件,称这类元件为校正元件。校正元件可加在偏差信号至被控制信号之间通道内,该通道称前向通道;也可加在内反馈通道。前者称为串联校正元件,而后者称为反馈校正元件。有时为满足改善系统控制性能的需要,可在系统中同时采用串联校正与反馈校正元件。

由上述各类基本元件组成的控制系统方框图的一般形式如图 1-9 所示。一般说来,尽管反馈控制系统的控制任务不尽相同,所使用的元件在结构和能源形式上也不完全一样,但就信号的传递、变换过程来说,均可将其抽象成图 1-9 所示的方框图。

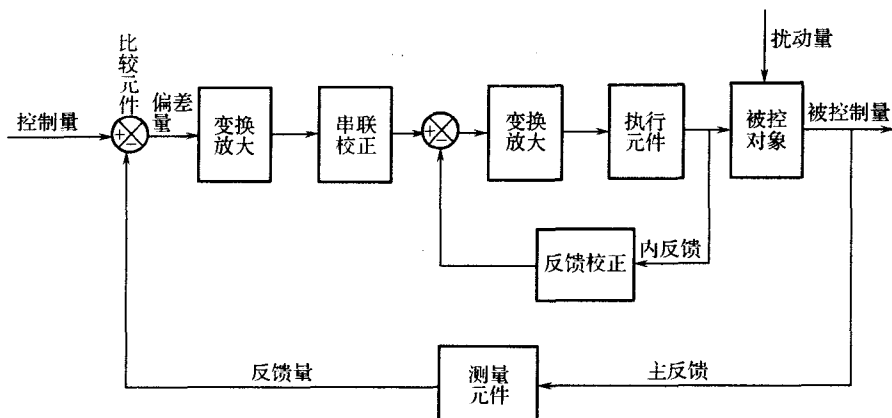


图 1-9 反馈控制系统方框图

上面概述了反馈控制系统的组成,下面阐述对控制系统的基本要求。

任何一个反馈控制系统的工作都必须稳定的,这是对反馈控制系统提出的最基本要求。除此之外,系统还需在阻尼程度、响应速度及控制精度等方面满足规定的要求。

对控制系统的基本要求通常是通过系统对特定形式输入信号的响应过程所具有的一些特征值来体现的。所谓响应过程是指反馈控制系统在控制量或扰动量作用下由原平衡状态变化到新平衡状态时的过程来说的。例如,在电动机转速控制系统中,设电动机以恒定转速 n_0 旋转,此时系统处于平衡状态。若要求电动机以不同于 n_0 的新转速 n_1 旋转,可通过改变电动机的控制电压来实现,这时系统将从原平衡状态 n_0 在偏差信号驱动下逐渐过渡到新平衡状态下的转速 n_1 。这个从 n_0 到 n_1 的过渡过程就是转速控制系统的响应过程。

在分析与设计反馈控制系统时,对其提出的基本要求多数情况下是通过系统对图 1-10 所示单位阶跃信号的响应,即单位阶跃响应的某些特征量体现的。反馈控制系统单位阶跃响应的一般形式如图 1-11 所示。

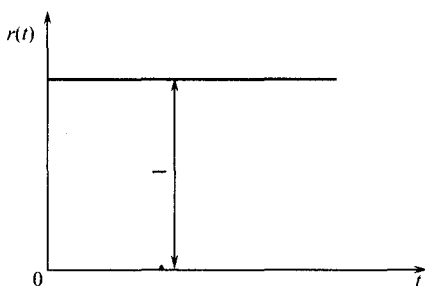


图 1-10 单位阶跃信号

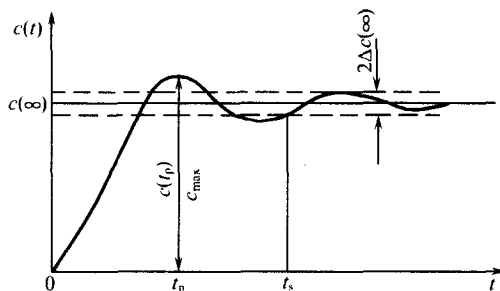


图 1-11 单位阶跃响应

$c(t)$ —系统的被控制信号; $c(\infty)$ —系统输出达到新平衡状态时被控制信号的稳态值。

如果在系统的单位阶跃响应中出现 $|c(t)| > |c(\infty)|$ 的情况,则说明系统的响应过程产生了超调现象。超调现象的严重程度用超调量

$$\sigma_p = \frac{c_{\max} - |c(\infty)|}{|c(\infty)|} \times 100\%$$

来描述。式中

$$c_{\max} = \sup |c(t)| \quad (0 \leq t < \infty)$$

式中 $\sup |c(t)|$ 代表单位阶跃响应在 $0 \leq t < \infty$ 区间的上确界。

当 $t \geq t_s$ 时, 若有 $|c(t) - c(\infty)| \leq \Delta c(\infty)$, 则定义 t_s 为系统响应过程的调整时间。其中 Δ 为给定的微量, 一般常取 $\Delta = 0.02$ 或 0.05 。

系统的超调量和调整时间是描述响应过程的两个重要特征量, 是在阻尼程度与响应速度方面反映对控制系统的基本要求。超调量小, 说明系统的阻尼程度高, 其响应过程进行得平稳; 而调整时间短, 则说明系统从一个稳态过渡到另一个新稳态的响应速度高。反之, 亦然。

除上述超调量与调整时间两项基本要求外, 有时尚需确定系统被控制信号 $c(t)$ 围绕其稳态值 $c(\infty)$ 的振荡次数 N 。定义 $c(t)$ 绕 $c(\infty)$ 完成一峰一谷, 即一个振荡周期为振荡一次。 N 值小, 说明系统的阻尼程度高; 反之, 则说明阻尼程度低。定义 $c(t)$ 达到 c_{\max} 的时间 t_p 为单位阶跃响应的峰值时间。 t_p 的大小反映系统响应速度的高低, 它重点体现响应过程在起始阶段的响应速度。对反馈控制系统在控制精度方面的基本要求由 $c(\infty)$ 与被控制信号的预期值之差, 即系统的稳态误差来描述。

综上所述, 反映系统阻尼程度的基本要求有超调量 σ_p 与振荡次数 N , 而反映响应速度的则有峰值时间 t_p 与调整时间 t_s 。这些特征量构成系统在动态方面的基本要求, 而反映控制精度的稳态误差体现系统在稳态方面的基本要求。

第 2 章 控制系统的数学模型

2.1 控制系统的时域模型

2.1.1 控制系统的运动方程

控制系统的运动方程是根据描述系统特性的物理学定律,如机械、电气、热力、液压等方面的基本定律写出。它展示系统在运动过程中各变量之间的相互关系,既定性又定量地描述整个系统的运动过程。因此,欲分析和研究控制系统的运动特性,就必须写出其运动方程。由于控制系统由具有不同功能的元件组成,所以在列写其运动方程时,需先写出各类元件的运动方程以及这些元件在系统中相互连接时的彼此影响。

一般情况下,列写控制系统运动方程的步骤是,首先分析系统的工作原理及其各变量间的关系,找出系统的输入量和输出量;其次根据描述系统运动特性的基本定律,一般从系统的输入端开始依次写出各元件的运动方程,在列写元件运动方程时,需考虑两相接元件间的负载效应;最后在由组成系统各元件的运动方程构成的方程组中,消去中间变量,求取只含系统输入、输出变量及其各阶导数的方程,并将其化成标准形式。所谓标准形式是指在系统运动方程中将输入变量及其各阶导数项置于等号右边,将输出变量及其各阶导数项置于等号左边,等号两边的导数项均按降幂排列,以及将等号两边各项系数通过系统参数写出的具有一定物理意义的一种特定的方程型式。

下面举例列写某些系统的运动方程。

例 1 设有由电感 L 、电容 C 和电阻 R 组成的电路,示于图 2-1。试列写以输出电压 U_2 为输出变量和以输入电压 U_1 为输入变量的运动方程。

解 根据电工学中的基尔霍夫定律写出

$$U_1 = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt \quad (2-1)$$

其中
$$\frac{1}{C} \int idt = U_2 \quad (2-2)$$

在式(2-1)和式(2-2)中消去中间变量 i , 可得

$$LC \frac{d^2 U_2}{dt^2} + RC \frac{dU_2}{dt} + U_2 = U_1 \quad (2-3)$$

若 L 、 C 及 R 为常数,则描述该电路的运动方程(2-3)为二阶线性常系数微分方程。通过算子 $p = d/dt$ 及 $p^2 = d^2/dt^2$ 表示时,则式(2-3)可写成如下形式,即

$$(LCp^2 + RCp + 1)U_2 = U_1 \quad (2-4)$$

例 2 设有由两个形式相同的 RC 电路串联而成的滤波电路,示于图 2-2。试列写以输出电压 U_2 为输出变量和以输入电压 U_1 为输入变量的滤波电路的运动方程。

解 对于由两个元件串联构成的系统,由于在中间有负载效应存在,即因为后者的接入

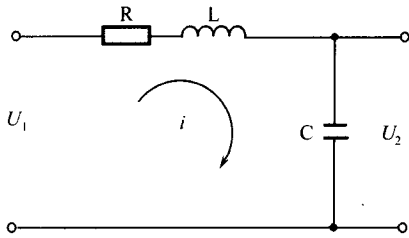


图 2-1 R-L-C 电路

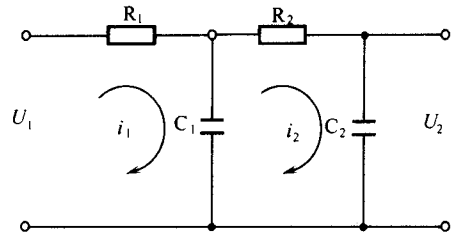


图 2-2 滤波电路

而影响前者输出的效应存在,如果只孤立地写出两个串联元件的运动方程,经过消去中间变量而得到的系统运动方程,在一般情况下不能正确描述两元件串联系统的实际特性。因此,列写两元件串联系统的运动方程时,必须考虑其间的负载效应,而将前后相联的两个元件视为一个整体。

根据基尔霍夫定律,从图 2-2 所示滤波电路考虑两节 RC 滤波电路间的负载效应写出下列方程:

$$R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt = U_1 \quad (2-5)$$

$$R_2 i_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt \quad (2-6)$$

$$U_2 = \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \quad (2-7)$$

消去中间变量 i_1 及 i_2 , 得到以 U_1 为输入变量和以 U_2 为输出变量的系统运动方程为

$$R_1 C_1 R_2 C_2 \frac{d^2 U_2}{dt^2} + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) \frac{dU_2}{dt} + U_2 = U_1 \quad (2-8)$$

通过算子 p 、 p^2 上式可改写成如下形式,即

$$\{R_1 C_1 R_2 C_2 p^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) p + 1\} U_2 = U_1 \quad (2-9)$$

当图 2-2 所示滤波电路的参数为定常时,从式(2-8)及式(2-9)可见,其运动方程为二阶线性常系数微分方程。若取 $R_1 = R_2 = R$ 及 $C_1 = C_2 = C$, 且 RC 为常量,并记 $RC = T$,则由式(2-9)得运动方程为

$$(T^2 p^2 + 3Tp + 1) U_2 = U_1 \quad (2-10)$$

式中 T 为每节滤波电路的时间常数,量纲为秒。

假若不考虑两节滤波电路间的负载效应,则对图 2-2 所示两串联元件可分别写出它们的运动方程为

$$R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt = U_1 \quad (2-11)$$

$$U_1' = \frac{1}{C_1} \int i_1 dt \quad (2-12)$$

其中 U_1' 为 C_1 两端电压;

$$R_2 i_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = U_1' \quad (2-13)$$