

CHENGREN GAODENG
JIAOYU CAIJING XINGAINIAN JIAOCAI

成人高等教育财经新概念教材

经济应用数学

JINGJI YINGYONG SHUXUE

屈思敏 / 主编



中国财政经济出版社

成人高等教育财经新概念教材

经济应用数学

屈思敏 主编

中国财政经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

经济应用数学/屈思敏主编. —北京:中国财政经济出版社,2007.1

(成人高等教育财经新概念教材/蒙丽珍主编)

ISBN 978-7-5005-9612-7

I. 经… II. 屈… III. 经济数学-成人教育:高等教育-教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 002142 号

中国财政经济出版社 出版

URL: <http://www.cfeph.cn>

E-mail: cfeph @ cfeph.cn

(版权所有 翻印必究)

社址:北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码:100036

发行电话: 88190406 传真: 64033436

河北零五印刷厂印刷 各地新华书店经销

880×1230 毫米 32 开 8.625 印张 207 000 字

2007 年 2 月第 1 版 2007 年 2 月河北第 1 次印刷

印数:1-15 000 定价:20.20 元

ISBN 978-7-5005-9612-7/F·8348

(图书出现印装问题,本社负责调换)

编审委员会

主 任：蒙丽珍

副主任：赵志敏 严民富

成 员：

蒙丽珍	赵志敏	严民富	廖 玉
李海棠	邓文勇	蒋 艳	兰 艳
黄若君	韦建英	周英虎	屈思敏

序

知识作为人类认识世界、改造世界，认识自我、改造自我的实践结晶，既是技术创新和道德实践的基础，同时又包含着取之不尽、用之不竭人类精神的力量。正是基于知识这种本质属性，对知识的追求，应该成为伴随人一生的事情。针对现代教育与高速发展的人类社会并未完全适应的弊端，法国人保罗·郎格朗提出终生学习的观点。他认为人生分为两半，前半半用于学习，后半半用于劳动是毫无依据的，学习应该是人一生的重要活动。他的这一观点得到了国际社会的普遍认同，从而成为人们求知的共同理念。1972年，联合国完成了题为“学会生存——教育的今天和明天”这篇报告，使终身教育思想进一步系统化。

人类所有的教育都是建立在一定知识观的基础上，人们怎样理解知识，就会有怎样的教育。当人类形成了终身学习的知识观，就必然要建立起终身教育的模式为终身学习提供平台，并引领人们的生活和学习。高等财经教育体系，包含继续教育这一层次，也就是为人们提供了财经类高等教育终身学习的平台。

继续教育是针对已经完成了一次性学校教育、在工作中再次求学的人施教。与普通教育相比，它具有自身特点。只有开展针对性的教学活动，才可能收到理想的效果。我们知道，教育思想和内

容、教育方法和手段是教育的重要组成部分，而这一系列内容都要综合反映或者说融于教材建设之中。所以教材建设在教育中占了很重要的地位。在力所能及的范围内，我们浏览了全国的不同教育层次、教育形式的财经教材，可谓林林总总、千姿百态。其中不乏名家之作，也不乏精品。略感遗憾的是，当我们试图找出一套适合成人高等教育用的财经教材时，发现这是一件比较困难的事情。在我们有限的视野里，专为成人财经教育而编写的教材不多，而真正能够针对成人学生的特点，按成人教育教学规律来编著的教材更是见之甚少。不能否认，这的确是财经教材建设方面的薄弱环节。

由于成人教育具有集中面授时间短、分散学习时间长、以学生自学为主、老师讲课为辅的特点，一部好的、充分考虑到成人学习特点的教材对于他们尤其重要。为了满足广大财经工作者继续教育的需要，我们组织了一批长期活跃在财经教育第一线，特别是长期从事成人财经教育的中青年教师，编写了这一套专为成人教育量身订作的财经系列教材。

这套系列财经教材是由广西财经学院组织编写的，包括《财政与金融》、《国家税收》、《政治经济学》、《基础会计》、《财务会计》、《经济法》、《统计学》、《经济应用数学》等分册。

我们设计、编写这套成人高等教育财经教材，旨在创造一种新的理念，即学习内容的及时性和学习方法的简便性。我们这一点微小创意，主要体现在以下几个方面：

1. 内容新

我国经济体制改革在没有任何先例的情况下取得巨大的成功，除了归功于总设计师的英明决策和全体人民对改革开放的巨大热情外，广大理论界的摇旗呐喊也是功不可没的。理论的创新，推动了实践的发展。教育内容必须尽快地反映出理论和实践的最新变化，才能以最快速度转换为接受教育者的实践能力，使教育的边际效用达到最大化。换一句时髦的经济学俗语来说，就是使教育资源达到

最优化的配置。如果说,普通在校学生由于学习期与工作期尚有一段距离,会使一部分知识在还来不及指导实践时就陈旧老化,即教育边际效用呈递减趋势的话,那么,作为一边工作一边学习的成人教育学生,无疑是教育边际效用最大化的直接受益者和实现者。有鉴于此,我们在教材内容的选择上,始终把内容的创新放在第一位。我们希望贴近实践,密切关注国家财政、金融体制的最新变化,尽可能将最新形成的理论共识纳入教材之中。这样一来,一方面,可以更新学生的知识,延缓其知识老化的速度;另一方面,可以直接指导成人学生的实践工作,使知识最快速地转换为工作技能,实现教育的边际效用最大化。

2. 易自学

针对成人学生年纪偏大、工作较忙、理解能力较强、记忆力较差的特点,我们在编写这套教材时,注意增强教材的可读性,以帮助成人学生通过自学尽快掌握重点、难点,提高学习效果,提高学习能力。如果一部教材,让人读不懂、看不明,摸不着边际,抓不住重点、难点,决不能说是成功的教材。学习不仅是为了获取知识,同时也是为了获得学历,而检验学生是否达到学历的标准,到目前为止,以考试成绩来检查,还是惟一的方式。所以我们在教材的每一章,都安排了重点掌握和一般了解的内容提示,每一个比较大的问题也作了“注意”的提示,每一章在学习结束时,都有小结。我们希望通过这一系列教材形式上的改革,使成人学生更易于在自学过程中,解决重点与一般、泛读与精读的关系,使学习收到事半功倍的效果。此外,每一本教材教学指导书,对于每一章的教学重点、难点作了较全面的分析,并设计了章节练习和综合练习,既便于学生通过练习掌握书本知识,又便于函授教学点教师的授课和辅导。

3. 重实践

成人教育学生绝大多数都来自生产第一线,他们工作在第一

线，学习在第一线，毕业后仍回到第一线。因此，按照成人高等财经教育的培养目标，针对成人教育的特点，这套财经教材，在保持理论的完整性的同时，特别注重实践的可操作性。旨在使学生通过教材的学习和教师的指导，能够解决实际工作遇到的问题，尽快地把书本知识转化为工作技能。

总之，我们希望通过努力和追求，能为广大的财经工作者奉上一部适合他们口味的教材；更希望通过我们的辛勤劳动能栽培出一株哪怕是很不起眼的小花，为这五彩缤纷的财经教育园地增添一分光彩。

理想与现实总是有一段距离，我们所想的与我们所能做到的可能不一定相同，但我们努力了，今后还将努力。尤其有了广大读者的支持，理想与现实、所想与所为之间的距离一定会逐渐缩小。

本套丛书在编写过程中得到了广西财经学院领导和老师们的关心和帮助，中国财政经济出版社对本套丛书的出版也给予了大力的支持，在此表示感谢！

由于我们水平有限，书中难免有疏漏之处，恳请读者批评指正。

蒙丽珍

2007年1月

前 言



经济应用数学是财经类专科各专业必修的一门重要的基础课程。它对培养、提高学生的思维素质、创新能力、科学精神、治学态度以及用数学知识解决实际问题的能力都有着非常重要的作用。

财经类专科各专业高等数学课程《经济应用数学》的主要内容是微积分。作为一门重要的基础课，它不同于专业课，具有抽象、枯燥等特点。在以往的教学过程中，我们发现很多学生对数学的学习感到有一定的困难，这些困难大多数集中在对概念、定理结论的理解以及解题的方法上。因此，为了帮助广大读者学好数学，我们编写了这本教材。

在本书编写中，我们参考了国内外的有关教材，充分吸收了它们的长处，同时，参编的同志都有多年的财经类专业数学课程的教学经验。因此，这本教材能够充分为财经类专业的学生着想，全面考虑到这些读者学习的实际情况，力求做到难易适当、深入浅出、简明易懂。我们以“打好基础，够用为度”为原则，简化了一些内容，对于一些定理性质的证明推导过程予以省略。对大多数的概念、定理及结论，尽量采用学生容易理解的方式叙述，通过例子、几何图形帮助学生直观理解，最终达到熟记。而书中的例子都经过精心挑选，十分典型，既具有启发性，又具有广泛的应用性，相信这些例子有助于读者更好地理解教材内容。

本教材共分七章。为方便读者系统地学习，每章的开头有“内

容提要”。同时，作为经济应用数学，适当联系经济实际，淡化在几何及其他方面的应用，对此，在每一个学习单元都有经济应用的内容，从而能够使学生逐步学会运用数学方法解决经济应用问题。

《经济应用数学》（第一版）由屈思敏担任主编，梁树春、黄小青参编。具体章节撰写人为：屈思敏（第一、四、七章）、梁树春（第五、六章）、黄小青（第二、三章）。全书由屈思敏统编、修改、定稿。

本次修订，对第一版的一些章节的体系进行了较大调整，补充了一些内容。在《经济应用数学》（第二版）的编写中，屈思敏担任主编，梁树春参编。第一、四、七章由屈思敏编写，第二、三、五、六章由梁树春编写。全书由屈思敏统编、修改、定稿。

由于编者水平有限，书中不妥之处在所难免，敬请读者批评和指正。

编 者

2006年9月

目 录



前言

第一章 函数	(1)
第一节 函数的概念	(1)
第二节 函数的几种特性	(9)
第三节 反函数	(13)
第四节 基本初等函数	(15)
第五节 复合函数与初等函数	(21)
小结	(23)
第二章 极限与连续	(25)
第一节 极限的概念	(25)
第二节 无穷小量和无穷大量	(36)
第三节 极限的四则运算	(40)
第四节 两个重要极限	(46)
第五节 函数的连续性	(54)
小结	(65)
第三章 导数和微分	(67)
第一节 产生导数概念的基本问题	(67)

第二节	导数的概念	(71)
第三节	导数的基本公式与运算法则	(77)
第四节	高阶导数	(98)
第五节	函数的微分	(102)
小结		(111)
第四章	导数的应用	(112)
第一节	中值定理	(112)
第二节	罗彼塔法则	(116)
第三节	函数的增减性	(125)
第四节	函数的极值	(128)
第五节	函数的最大值与最小值	(133)
第六节	导数在经济分析中的应用	(137)
小结		(149)
第五章	不定积分	(151)
第一节	不定积分的概念	(151)
第二节	不定积分的性质和基本积分公式	(155)
第三节	换元积分法	(162)
第四节	分部积分法	(178)
第五节	不定积分在经济中的应用举例	(183)
小结		(184)
第六章	定积分	(187)
第一节	定积分的概念	(187)
第二节	定积分的性质	(191)
第三节	微积分基本定理	(195)
第四节	定积分的换元积分法	(202)

第五节	定积分的分部积分法.....	(207)
第六节	分段函数的定积分.....	(210)
第七节	定积分在几何及经济中的应用.....	(212)
第八节	无穷限广义积分.....	(221)
小结		(224)
第七章	二元函数微积分学.....	(227)
第一节	二元函数的概念和极限.....	(227)
第二节	偏导数与全微分.....	(234)
第三节	复合函数与隐函数的微分法.....	(239)
第四节	偏导数的应用.....	(243)
第五节	二重积分.....	(251)
小结		(259)
主要参考书目		(261)

第一章 函 数

内容提要 本章是微积分的预备知识。主要介绍函数概念及性质，函数概念中包括确定函数的两要素、函数的表示法、反函数、初等函数、分段函数等；函数特性主要有：有界性、奇偶性、单调性及周期性，以及基本初等函数的性质。

第一节 函数的概念

初等数学中，我们已经学习了函数概念，知道函数是研究变量与变量之间的关系。函数同样是微积分中研究的主要对象。在这里我们不仅仅是对初等数学中有关函数的问题进行简单的重复，而且考虑到后面所学的高等数学知识涉及到有关函数的知识，更深入地对函数的有关知识进行分析。

一、常量与变量

现实生活中，碰到各种各样的量。例如，气温、身高、年龄、产量、收入、价格等。这些量可以分为两类，一类是在研究的过程中不发生变化，始终是一个常数的量，我们把它称为常量；另一类是在所研究的过程中发生变化的，可以取不同数值的量，我们把它称作变量。

例如，圆周率 π 、某种商品在一定时期内的价格等是常量；室

外温度、生产过程中的产量等都是在不断变化的，它们都是变量。

一个物体作匀速运动，则时间、位移是变量，速度是常量。

常量和变量是相对于具体研究过程而言的。同一个量，在某一过程中是常量，而在另一过程中则可能是变量；反过来也是如此。例如，某种商品的价格在一段时间内是不变的，它是常量，但在较长的时间内则是变量。再如，速度在匀速运动和变速运动中分别是常量和变量。这说明常量和变量具有相对性。

一个变量能取得许多数值，这些数值可用集合表示，称之为这个变量的变化范围，它随着所研究问题的性质不同而不同。

例如，将温度为 16°C 的水烧开，于是水的温度 T 从 16°C 增加到 100°C ，即变量 T 取得从 16 到 100 之间的各个数值。

再如，车站里候车的人数是一个变量，它的取值是 0, 1, 2, 3, ...。

(一) 区间

有些变量的变化是离散的，例如，车站里候车的人数、细胞繁殖的数量等。有些变量的变化是连续的，它可以取介于两个实数 a , b 之间的任意数值，例如，体重的变化、温度的变化等，连续变量的变化常用区间和邻域来描述。

区间就是由介于两个实数 a , b 之间的一切数值的集合， a , b 称为区间的端点。区间可分为：

(1) 闭区间：两个端点都包括在内，记作 $a \leq x \leq b$ 或 $[a, b]$ ；

(2) 开区间：不包括两个端点，记作 $a < x < b$ 或 (a, b) ；

(3) 半开区间：只包括一个端点在内的区间。只包含右端点在内的半开区间，记作 $a < x \leq b$ 或 $(a, b]$ ；只包含左端点在内的半开区间，记作 $a \leq x < b$ 或 $[a, b)$ 。

上述区间称为有限区间，除此之外，还有无限区间：

- (4) 小于 a 的一切实数, 记作 $-\infty < x < a$ 或 $(-\infty, a)$;
- (5) 不大于 a 的一切实数, 记作 $-\infty < x \leq a$ 或 $(-\infty, a]$;
- (6) 大于 a 的一切实数, 记作 $a < x < +\infty$ 或 $(a, +\infty)$;
- (7) 不小于 a 的一切实数, 记作 $a \leq x < +\infty$ 或 $[a, +\infty)$;
- (8) 一切实数, 记作 $-\infty < x < +\infty$ 或 $(-\infty, \infty)$ 。

在几何上, 一个变量的值可用数轴上的点来描述。

(二) 邻域

实数集合

$$\{x \mid |x - x_0| < \delta, \delta > 0\}$$

在数轴上, 是一个以点 x_0 为中心、长度为 2δ 的开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$, 称为点 x_0 的 δ 邻域。点 x_0 称为邻域的中心, δ 称为邻域的半径。

例如, $|x - 2| < 0.5$ 是以点 $x_0 = 2$ 为中心, 以 0.5 为半径的邻域, 即开区间 $(1.5, 2.5)$ 。

二、函数的概念

在研究某些自然现象或对某一实际问题的分析中, 往往出现多个变量, 这些变量有的是彼此孤立的, 没有任何关系的; 有的是相互影响和相互制约的, 即一个量或一些量的变化会引起另一个量的变化, 这些变量之间存在着某种关系, 有的关系是不确定性的, 比如“收入”与“消费”之间的关系是不确定性的, 有的关系是确定性的, 比如, 自行车的“辆数”与自行车的“轮子数”之间的关系是确定性的。

如果变量之间的影响是确定的, 是依照某一个规则的, 那么我们就说这些变量之间存在着函数关系。

例如, 一辆自行车需要两个轮子, 假定生产 x 辆自行车, 则需要的轮子数为 y , 这两个变量有一个函数关系:

$$y = 2x$$

当 x 取一个具体的数值 x_0 时, y 就有一个确定的值 $y_0 = 2x_0$ 和它对应, 我们说 y 是 x 的函数。

再如, 某商品的价格为 2 元, 则销售收入 R 与销售量 Q 是一个函数关系, 即 $R = 2Q$ 。

定义 1 设 x 和 y 是两个变量, D 为非空的实数集合, 若变量 x 在 D 内任取一个数值 x_0 时, 变量 y 依照某一确定的规则 f 总有惟一确定的数值 y_0 与之对应, 则称变量 y 为变量 x 的函数。记作

$$y = f(x)$$

其中, x 称为自变量, y 称为因变量或函数。 f 是函数符号, 它表示的是 y 与 x 的对应规则。

有时函数符号也可以用其他字母来表示, 如 $y = y(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ 等。

集合 D 是使得函数有意义的自变量 x 的取值范围, 称为函数的定义域, 记作 $D(f)$; 相应的 y 值的集合称为函数的值域。

当自变量 x 在定义域 $D(f)$ 内取一个确定值 x_0 时, 因变量 y 按照所给函数关系 $y = f(x)$ 可以得到的对应值 y_0 , 称之为函数值, 记作 $y|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$ 。

函数的定义明确了确定函数关系的两个要素: 定义域和对应规则。当一个函数的定义域和对应规则确定后, 函数关系随即确定, 也说明了函数中变量的符号不影响函数关系。即同一个函数关系可以有不同的表达式, 变量的符号也可以用不同的符号表示。

$y = 2x$ 与 $s = 2k$ 是同一个函数, $y = x(\sin^2 x + \cos^2 x)$ 与 $y = x$ 也是同一函数, 因为它们的定义域和对应规则完全一样。

$y = \frac{x^2}{x}$ 与 $y = x$ 是两个不同的函数, 因为它们的定义域不同,

$y = \frac{x^2}{x}$ 的定义域为 $\{x | x \neq 0\}$, $y = x$ 的定义域为 $(-\infty, \infty)$ 。