

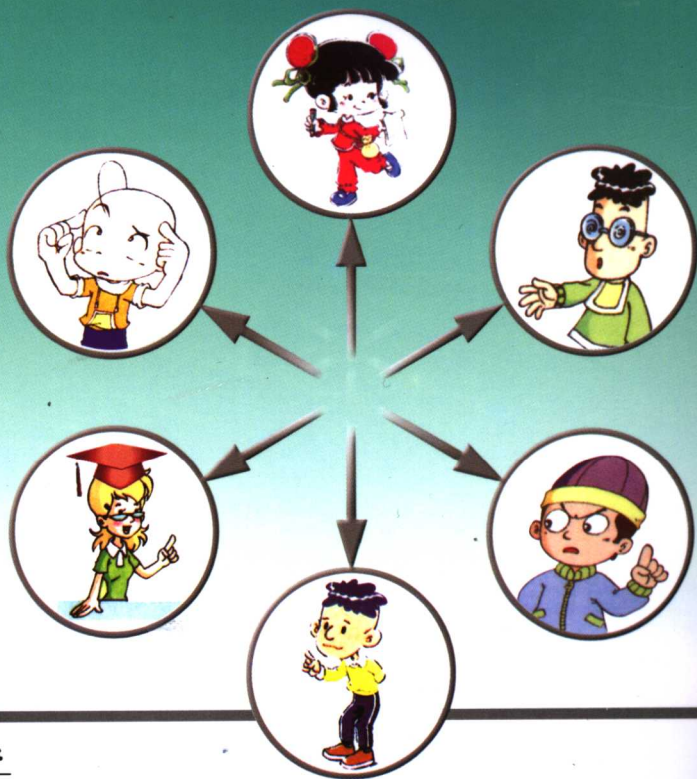


交通职业素质教育教材

应用数学

YINGYONG SHUXUE

王金夫 主编
李家根 主审



人民交通出版社
China Communications Press

1

应用数学

应用数学

YINGYONG SHUXUE

应用数学



应用数学

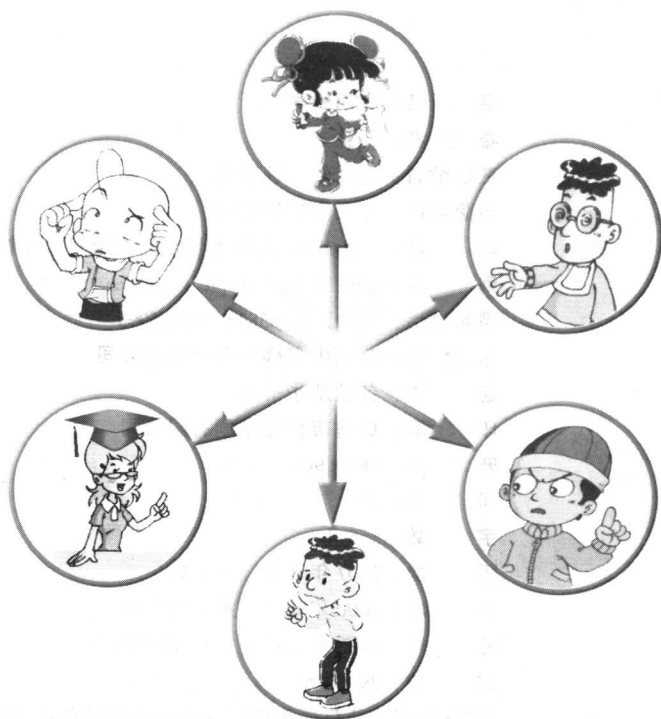


交通职业素质教育教材

应用数学

王金夫 主编

李家根 主审



人民交通出版社

内 容 提 要

本书是交通职业素质教育教材,由浙江省交通教育研究会组织编写。

本书主要内容包括:集合与不等式,函数,三角函数,复数,直线、平面、简单几何体,直线与圆的方程,圆锥曲线方程等。本书力求内容浅显,文字通俗易懂,注重联系交通实际和用数学知识解决工程实际问题。每章前有教学要求,章后有阅读材料、小结、复习题,每节后有练习与习题,以方便教师教学与学生掌握。

本书可作为全国交通中等职业学校、技工学校、技师学院教学参考书,也可作为职工培训和自学参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

应用数学/王金夫主编. —北京:人民交通出版社,
2007.8

ISBN 978 - 7 - 114 - 06778 - 5

I. 应… II. 王… III. 应用数学—职业教育—教材
IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 133211 号

书 名:应用数学

著 作 者:王金夫

责任编辑:吴有铭 韩亚楠

出版发行:人民交通出版社

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址:<http://www.ccpress.com.cn>

销售电话:(010) 85285838, 85285995

总 经 销:北京中交盛世书刊有限公司

经 销:各地新华书店

印 刷:廊坊市长虹印刷有限公司

开 本:787×960 1/16

印 张:19

字 数:355 千

版 次:2007年8月 第1版

印 次:2007年8月 第1次印刷

书 号:ISBN 978 - 7 - 114 - 06778 - 5

定 价:29.00 元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)



前言

QIANYAN

为贯彻落实《国务院关于大力发展职业教育的决定》的精神,近年来,各地教育部门认真调整高中阶段教育结构,重点发展中等职业教育,不断扩大中等职业学校招生规模,2006年招生总量达到近750万人,2007年将达到800万人。交通职业教育也呈现出前所未有的发展势头,布局结构日趋合理:办学规模进一步扩大,办学条件普遍改善,教育质量不断提高,已基本形成了每个省、自治区、直辖市有一所交通高等职业院校、若干所交通中等职业院校的合理布局,在校生人数和毕业生人数持续增长,为交通事业培养了一大批应用型技术技能人才。

中等职业院校、技工学校的学生,经历了九年制义务教育。在时代呼唤素质教育的今天,他们或者因为找不到学习的目的所在,或者因为所学习的内容过于繁杂,对语文、数学、物理这些基础课总是提不起兴趣,对法律、体育卫生、就业指导、生产生活安全这些必备知识,又止步于浩繁书海前,望而生畏、望洋兴叹。

让学生能从自身的实际出发,确立明确的学习目的;让学生在打开教材时就觉得它通俗易懂,甚至没有教师的指点也能知晓教材中蕴藏的是什么宝藏;让学生在学习的成功中提起学习兴趣,从而不再厌学……。抱着这样的想法,浙江省交通教育研究会于2007年初组织浙江交通技师学院、山西交通技师学院等6所院校一线教师编写了交通职业素质教育系列教材。

本套教材贯彻“以服务为宗旨,以就业为导向,以能力为本位”的职教理念,从适应性方面充分考虑学生原有知识基础,降低理论知识难度,强化技能培养。内容上力求贴近行业、贴近专业、贴近学生,追求学生“想学、能学、乐学、会学”的教学效果;突出知识应用的教学,并融入专业案例,创造文化基础课的吸引力;注重与后续专业课程进行有序衔接,强调教学内容的实用性和针对性,主动配合专业技术教学,努力满足专业技术教学的需要,渗透专业气氛。无论是范文、案例、习题等都尽可能与专业相关,让学生在文化课学习中,受到专业熏陶,开阔专业视野,增进专业感性认识,热爱专业,学好专业,以至开拓专业,创新专业,从而达到为交通行业培养专业人才的目标。

《应用数学》是交通职业素质教育教材之一,编写分工为:浙江省交通干部学校黄蓬(第一章);山西交通技师学院薛俊清(第二章);杭州技师学院贺燕(第三章)、王金夫(第四章,第五章第二节);杭州市汽车驾驶技工学校张晓飞(第五章第一节);浙江交通技师学院楼芝芳(第六章)、徐志坚(第七章)。教材由杭州技师学院王金夫主编,湖州交通学校李家根主审。

限于编者的编写时间与水平,教材内容肯定存在不完善的地方,希望交通类相关院校师生在使用过程中多提宝贵意见,便于再版时修改完善。

浙江省交通教育研究会
2007年7月15日



目 录

MULU

第一章 集合与不等式	1
第一节 集合	1
第二节 不等式	10
第二章 函数	27
第一节 函数	27
第二节 指数与指数函数	37
第三节 对数与对数函数	47
第三章 三角函数	60
第一节 任意角的三角函数	60
第二节 两角和与差的三角函数	84
第三节 三角函数的图像和性质	95
第四节 解三角形	122
第四章 复数	144
第一节 复数的概念	144
第二节 复数的运算	149
第三节 复数的三角形式	154
第四节 复数的应用	162
第五章 直线、平面、简单几何体	168
第一节 空间的直线与平面	168
第二节 简单几何体	204
第六章 直线和圆的方程	227
第一节 有向线段、定比分点	227
第二节 直线的方程	233
第三节 两条直线的位置关系	243
第四节 曲线和方程	251

第五节 圆	255
第七章 圆锥曲线方程	265
第一节 椭圆	265
第二节 双曲线	274
第三节 抛物线	283
参考文献	294

第一章 集合与不等式

教学要求



1. 理解集合的概念,掌握集合的表示方法;理解集合之间的关系,掌握交集和并集的概念及其运算,了解集合的简单应用.

2. 了解不等式的性质,掌握算术平均数和几何平均数,熟练掌握一元一次不等式(组)的解法,掌握含绝对值不等式的解法,

掌握一元二次不等式的解法.

第一节 集 合

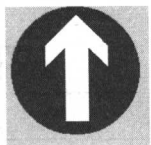
一、集合

1. 集合的概念

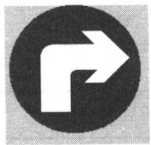


你能发现它们的共同特点吗?

- (1) 某学校一年级汽修班的所有学生组成一个班集体.
- (2) 如下几个交通指示标志构成的一个整体.



直行



向右转弯



人行横道



最低限速



步行

(3) 某时刻某路段高速公路上汽车的车速:最高车速不得超过 120km/h ,最低车速不得低于 60km/h .

(4) 平面上与定点 O 的距离为 1cm 的所有点.

(5) 全部自然数.

从上述例子我们看到,它们分别是由确定的人、图标、车速、点和自然数组成的,而且都具有某种特定属性.一般地说,我们把具有某种特定属性的事物的全体叫做集合,简称集.集合中的每个事物称为该集合的元素.



例如,在上述(1)中,某学校一年级汽修班是一个集合,这个班的每个学生是该集合的元素;在(3)中,某时刻某路段高速公路上汽车的车速是一个集合,其每辆汽车行驶的车速是该集合的元素.

说一说



在上述(2)、(4)、(5)中的集合各是什么? 集合的元素又各是什么?

你能举出集合的一个例子,并说出它的元素吗?

集合通常用大写字母 $A, B, C \dots$ 来表示,集合的元素用小写字母 $a, b, c \dots$ 来表示.

如果 a 是集合 A 的元素,记作“ $a \in A$ ”,读作“ a 属于 A ”;如果 a 不是集合 A 的元素,记作“ $a \notin A$ ”,读作“ a 不属于 A ”.

例如,在上述(5)中,用 N 表示所有自然数组成的集合,则 $3 \in N, -2 \notin N$.

由数组成的集合称为**数集**,一些常用的数集都有特定的记法,如表 1-1 所示.

表 1-1

集合表述	集合名称	集合符号
自然数(即非负整数)的全体	自然数集(非负整数集)	N
正整数的全体	正整数集	N^+ 或 N_+
整数的全体	整数集	Z
有理数的全体	有理数集	Q
实数的全体	实数集	R
正实数的全体	正实数集	R_+
负实数的全体	负实数集	R_-

如果集合所含元素的个数为有限个,该集合称为**有限集**;如果集合所含元素的个数为无限个,该集合称为**无限集**.

例如,上述(1)、(2)、(3)是有限集,(4)、(5)是无限集.

只含有一个元素的集合称为**单元素集**.如方程 $x - 2 = 0$ 的解构成的集合(简称解集)就是一个单元素集,其只含一个元素 2.

不含有任何元素的集合称为**空集**,记作 $\emptyset$.如方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数集内的解集是空集 $\emptyset$.



小知识



集合主要特征

(1) **确定性** 对于一个给定的集合,集合中的元素是确定的.这就是说,不能确定的对象,就不能构成集合.例如,某汽修班动手能力强的同学全体,就不能构成集合,这是因为没有规定动手能力怎样算作强,因而其不能构成集合.

(2) **互异性** 对于一个给定的集合,集合中的元素是互异的.这就是说,集合中的任何两个元素都是不同的对象,相同的对象归入同一个集合时,只能算作集合中的一个元素.因此,集合中的元素是没有重复的.例如,上面例(3)中,相同的车速只能计为一个元素.

(3) **无序性** 集合中的元素没有顺序的限制.例如集合 $\{1,2,3\}$ 与 $\{2,3,1\}$ 是同一个集合.

2. 集合的表示方法

常用的集合表示方法有列举法和描述法两种.

(1) **列举法** 把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内,元素之间用逗号分开,这种表示集合的方法叫做**列举法**.

例如,上述例(2)中,由直行标志、向右转弯标志、人行横道标志、最低限速标志、步行标志构成的集合,可表示为 $\{\text{直行标志}, \text{向右转弯标志}, \text{人行横道标志}, \text{最低限速标志}, \text{步行标志}\}$.

当元素很多,不可能或不需要全部列出时,可以按规律写出几个元素,其他的用省略号表示.如上述例(5)中,自然数集可表示为 $\{0,1,2,3,4,\dots,n,\dots\}$,其中 n 是自然数.

辨一辨



你能区别 0 与 $\{0\}$ 吗?

想一想



比 1 大的实数组成的集合如何表示?用列举法表示行吗?如果不行,又该如何表示?



(2)描述法 把集合中元素的共同属性描述出来,写在大括号内,这种表示集合的方法叫描述法.如上述大于1的全体实数构成的集合,用描述法可表示为{大于1的实数}或 $\{x|x>1, x \in \mathbf{R}\}$,其中大括号内,竖线左边表示集合所含元素的一般形式,竖线右边表示集合中元素所具有的共同属性.

例1 用列举法表示下列集合:

(1)大于1小于10的奇数全体;

(2)方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集.

解:(1){3,5,7,9};

(2){1}.

例2 用描述法表示下列集合:

(1)某班全体男同学所组成的集合;

(2)不等式 $x > 1$ 的解集;

(3)大于或等于5的整数组成的集合.

解:(1){某班全体男同学};

(2) $\{x|x>1\}$;

(3) $\{x|x \geq 5, x \in \mathbf{Z}\}$.

练习

1.用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) $c \in \{a, b, c\}$; (2) $0 \in \{1, 2, 3\}$; (3) $\pi \in \mathbf{N}$; (4) $\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$;

(5) $0 \in \{0\}$; (6) $0 \in \emptyset$; (7) $0.1 \in \mathbf{Q}$; (8) $\frac{1}{3} \in \mathbf{Z}$.

2.用列举法表示下列集合:

(1)组成交通指挥信号灯颜色的全体;

(2)方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的解集;

(3)大于3小于9的偶数全体;

(4)汽油机的五大系统(燃料供给系、润滑系、冷却系、点火系、起动系)构成的全体.

3.用描述法表示下列集合:

(1)道路交通标志构成的集合;

(2)方程 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的解集;

(3)小于100的所有自然数组成的集合.



二、集合之间的关系

1. 子集

想一想



下面两个集合有什么关系？

- (1) 道路交通标志构成的集合；
(2) 警告标志构成的集合。

我们知道，每个警告标志也都属于道路交通标志。一般地，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$ ，读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”。

例如： $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 或 $\{1, 2, 3, 4, 5\} \supseteq \{1, 2, 3\}$ 。

依上述定义，任何一个集合 A 都是它本身的子集，即 $A \subseteq A$ 。



我们规定：空集 $\emptyset$ 是任何集合的子集，也就是说对任何集合 A ，都有 $\emptyset \subseteq A$ 。

当集合 A 不包含于集合 B ，或集合 B 不包含集合 A 时，则记作 $A \not\subseteq B$, $B \not\supseteq A$ 。

如果集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ，则集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作： $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$ ，读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”，如图 1-1 所示。

例 3 写出 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集和真子集。

解：子集为： $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$ 。在上述子集中，除去 $\{1, 2, 3\}$ 外，其余都是真子集。

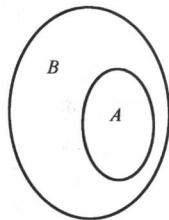


图 1-1

2. 集合相等

想一想



集合 $A = \{x | (x+1)(x+2) = 0\}$ 与集合 $B = \{-1, -2\}$ 之间有什么关系？

容易知道，集合 A 含两个元素 $-1, -2$ ；而集合 $B = \{-1, -2\}$ 。因此，集合 A 与集合 B 的元素完全一样。一般地，如果两个集合的元素完全相同，我们就说这两个集合相等。集合 A 等于集合 B ，记作 $A = B$ 。



集合相等也可以这样理解,如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则 $A = B$.

例 4 用符号表示以下两个集合间的关系:

(1) $A = \{3, 5, 7\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\};$

(2) $A = \{x | x^2 = 1\}, B = \{-1, 1\};$

(3) $A = \{\text{整数}\}, B = \{\text{奇数}\}.$

解: (1) $A \subsetneq B;$

(2) $A = B;$

(3) $A \supsetneq B.$

练习

用适当的符号,表示下列集合与集合之间的关系:

(1) $\{1, 2, 3, 4\} \underline{\hspace{1cm}} \{2, 3\};$ (2) $\{a\} \underline{\hspace{1cm}} \{a, b, c\};$ (3) $\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{0\};$

(4) $\{3, 5, 7\} \underline{\hspace{1cm}} \{7, 3, 5\};$ (5) $\{\text{正方形}\} \underline{\hspace{1cm}} \{\text{平行四边形}\};$

(6) $\{x | x^2 - 5x + 6 = 0\} \underline{\hspace{1cm}} \{2, 3\};$ (7) $\mathbb{Z} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N};$ (8) $\mathbb{Z} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}.$

三、集合的运算

1. 交集

说一说



用 A 表示某汽车商务班本学期开设课程: 汽车英语、汽车营销、政治、汽车底盘、体育的集合; 用 B 表示某汽车维修班本学期开设课程: 汽车底盘、发动机构造、汽车电器、政治、体育的集合, 请说出本学期这两个专业都开设的课程有哪些?

显然, 这两个专业都开设的课程用集合表示为 $\{\text{政治, 体育, 汽车底盘}\}$, 此集合中的每一个元素既属于集合 A , 又属于集合 B .

一般地, 由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合, 叫做 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”, 即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$, 集合 A, B 的交集可用图 1-2 中的阴影部分表示.

例如: $\{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4\}.$

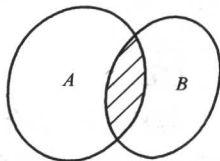


图 1-2

做一做



当集合 B 是集合 A 的真子集时,你能用图表示集合 $A \cap B$ 吗?
当集合 $A \cap B = \emptyset$ 时,你能用图表示吗?

由交集的定义可知,对于任意集合 A, B , 有 $A \cap B = B \cap A, A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset$.

例5 设 $A = \{\text{奇数}\}, B = \{\text{偶数}\}, Z = \{\text{整数}\}$. 求: $A \cap Z, B \cap Z, A \cap B$.

解: $A \cap Z = \{\text{奇数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{奇数}\},$

$B \cap Z = \{\text{偶数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{偶数}\},$

$A \cap B = \{\text{奇数}\} \cap \{\text{偶数}\} = \emptyset.$

小知识



偶数集: 全体偶数组成的集合称为偶数集, 可表示为 $\{m \mid m = 2n, n \in \mathbb{Z}\};$

奇数集: 全体奇数组成的集合称为奇数集, 可表示为 $\{m \mid m = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}.$

例6 设 $A = \{x \mid x > 1\}, B = \{x \mid x < 3\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{x \mid x > 1 \text{ 且 } x < 3\} = \{x \mid 1 < x < 3\}.$

例7 设 $A = \{(x, y) \mid x + y = 6\}, B = \{(x, y) \mid x - y = 2\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{(x, y) \mid x + y = 6 \text{ 且 } x - y = 2\}$
 $= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases} \right\} = \{(4, 2)\}.$

辨一辨



你能区别 $\{4, 2\}$ 与 $\{(4, 2)\}$ 吗?

2. 并集

说一说



在前面例子中, 说出汽车商务班和汽车维修班本学期开设的所有课程?

显然, 这两个专业本学期开设的所有课程的集合为 $\{\text{汽车英语, 汽车营销, 政治, 汽车底盘, 体育, 发动机构造, 汽车电器}\}$, 我们把这个集合称为 A 与 B 的并集.



一般地,对于两个给定的集合 A 、 B ,由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素合并在一起组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$,读作“ A 并 B ”,即 $A \cup B = \{x|x \in A, \text{或 } x \in B\}$,集合 A 、 B 的并集可用图 1-3 中的阴影部分表示.

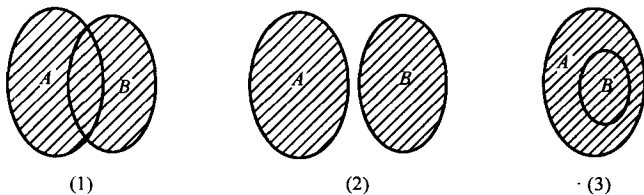


图 1-3



求集合的并集时,同时属于集合 A 和集合 B 的公共元素,不得重复列举.

由并集的定义可知,对于任意两个集合 A 、 B ,有

$$A \cup B = B \cup A; A \cup A = A; A \cup \emptyset = A;$$

如果 $A \subseteq B$,则 $A \cup B = B$.

例 8 设 $A = \{-1, 0, 2, 5, 7\}$, $B = \{-1, 1, 3, 5\}$, 求 $A \cup B$.

$$\begin{aligned} \text{解: } A \cup B &= \{-1, 0, 2, 5, 7\} \cup \{-1, 1, 3, 5\} \\ &= \{-1, 0, 1, 2, 3, 5, 7\}. \end{aligned}$$

例 9 设 $A = \{x|x+3 < 0\}$, $B = \{x|x-1 > 0\}$, 求 $A \cup B$.

解:容易得出

$$A = \{x|x < -3\}, B = \{x|x > 1\},$$

$$\text{因此 } A \cup B = \{x|x < -3, \text{或 } x > 1\}.$$

练习

1. 在空格上填写适当的集合:

(1) $\{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q} = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) $\{a, c, d\} \cap \{b, e, f\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(4) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{R} = \underline{\hspace{2cm}};$

(5) $\{2, 5, 8\} \cup \{1, 3, 5, 7\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(6) $\{x, y, z\} \cap \{y, z\} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设 $A = \{x | x \geq -1\}$, $B = \{x | x \leq 2\}$, 求 $A \cap B$.
 3. 设 $A = \{x | x + 5 \leq 0\}$, $B = \{x | x - 5 > 0\}$, 求 $A \cup B$.
 4. 设 $A = \{x | x - 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x = 0\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$.

习 题

1. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 下面汽车标志的集合:



别克

大众

菲亚特

丰田

福特

奔驰

- (2) 所有的直角三角形构成的集合;
 (3) 绝对值等于 5 的实数全体构成的集合;
 (4) 方程 $x^2 = 1$ 的解集;
 (5) 偶数的全体构成的集合;
 (6) 大于 1 且小于 3 的实数全体.
2. 比较空集 $\emptyset$ 与单元素集 $\{0\}$, 说说它们的区别.
3. 写出 $A = \{a, b\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.
4. 指出下列各对集合之间的关系:
- (1) $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{正方形}\}$;
 (2) $E = \{\text{整数}\}$, $F = \{\text{奇数}\}$;
 (3) $G = \{\text{锐角三角形}\}$, $H = \{\text{钝角三角形}\}$;
 (4) $C = \{2, 3\}$, $D = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$.
5. 用适当的集合填空:

设集合 A 为有理数集, 集合 B 为无理数集.

$\cap$	$\emptyset$	A	B
$\emptyset$	—	—	—
A	—	—	—
B	—	—	—

$\cup$	$\emptyset$	A	B
$\emptyset$	—	—	—
A	—	—	—
B	—	—	—

6. 设 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{-3, -1, 0, 3, 5\}$, $C = \{-2, 1, 2, 3, 5\}$, 求:
- (1) $A \cap B, B \cap C, A \cap C$;
 (2) $A \cup B, B \cup C, A \cup C$.

