高等学校学习辅导与习题精解丛书

流体力学
学习辅导与习题精解

蔡增基　编

中国建筑工业出版社

高等学校学习辅导与习题精解丛书

流体力学学习辅导与习题精解

蔡增基　编

中国建筑工业出版社

图书在版编目（CIP）数据

流体力学学习辅导与习题精解/蔡增基编. —北京：中国建筑工业出版社，2007

（高等学校学习辅导与习题精解丛书）

ISBN 978-7-112-09283-3

Ⅰ. 流… Ⅱ. 蔡… Ⅲ. 流体力学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. 035

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 063655 号

高等学校学习辅导与习题精解丛书

流体力学学习辅导与习题精解

蔡增基　编

*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）

各地新华书店、建筑书店经销

北京华艺排版公司排版

北京富生印刷厂印刷

*

开本：787×1092 毫米　1/16　印张：12　字数：289 千字

2007 年 8 月第一版　　2007 年 8 月第一次印刷

印数：1—3000 册　　定价：**18.00** 元

ISBN 978-7-112-09283-3

（15947）

本书是为高等院校工科“流体力学”和“水力学”课程教学编写的辅导材料。全书共十章，包括：绪论、流体静力学、一元流体动力学、流动阻力和能量损失、孔口管嘴出流、射流、不可压缩流体动力学基础、绕流运动、一元气体动力学基础、相似原理和因次分析，每章分主要内容、难点分析、习题精解、习题四部分。

全书根据教学大纲基本内容收有各种题型和多种解法的例题105道，供练习用习题137道；例题解答后有剖析，习题有答案，部分习题附有提示。

本书可作为土木、建筑环境与设备、环境、市政、水利、动力、机械和冶金化工等专业的教学参考用书；可供考研、考注册工程师、自学考试和远程教学使用，也可供相关专业工程技术人员参考。

*　　*　　*

责任编辑：齐庆梅
责任设计：董建平
责任校对：梁珊珊　王　爽

前　言

编写本书的主要目的有二：一是作为教材《流体力学泵与风机》（第四版，蔡增基、龙天渝主编）的学习辅导材料（正文中提到的教材即指本教材）；二是为报考相关专业研究生考试的考生提供一本学习和解题的参考书。由于流体力学理论的基础性和应用的广泛性，本书同样可作为诸多工程领域中相关专业（环境、市政、土木、水利、动力、机械和冶金化工等）的流体力学和水力学课程的学习辅导材料。

全书共十章，与教材一致。每章内容分“主要内容（概念、公式）、难点分析、习题精解、习题”四部分，一些不属于概念的内容也归入“概念”一项。

全书例题共 105 道，习题 137 道。例题题解后有“剖析”——题解分析，习题有答案，必要的话，附有提示；各章“习题精解”的开始，均选有教材中少量较难的习题作为例题；习题题型和内容编排次序基本上与例题一致，以便于选择作练习用。

为了供报考研究生的考生参考，围绕教学大纲，尽可能多地选择了各种题型以及部分技巧性较强的例题和习题，有些题采用多种解法进行比较。除了少量纯基础训练题之外，所选题目难度大致在中等以上。同时，编者试图通过对这些题目的精解和剖析，使读者能较透彻掌握教材流体力学的基本内容、原理和方法，提高分析问题的能力，并能熟练地运用。一般的基础练习理应在教学过程中进行。

解题过程尽可能按正常的思维逻辑表述：分析——核心公式——补充公式——求解计算（含物理量数值代入）——答案——结果分析（包含在“剖析”中）。表述上与一般题解采用的较为简练的“倒叙”法有所不同。

全书计算式中物理量均采用国际单位制，计算过程中不再标注；除说明的以外，流体为不可压缩流体，压强采用相对压强。

为达到编写目的，作为辅导材料，编者尝试处理好与教学大纲、教材、题解和习题以及考研参考书等相互之间的关系，编写时也注意到了目前教学时数大幅度减少的实际情况和重点章节与一般章节、主要内容与一般内容、基础理论与专业应用专题等的区别对待，各章篇幅和题量不平均分配。

基于以上考虑，并有教材为依托，因此，本书不追求内容的完整性。

由于编者水平所限，编写目的能否达到，内容选择是否妥贴，期盼读者检验。书中错误和疏漏势所难免，恳请读者和同行们批评、赐教。

目　　录

第一章　绪论 …… 1
主要内容 …… 1
难点分析 …… 1
习题精解 …… 1
习题 …… 5
第二章　流体静力学 …… 7
主要内容 …… 7
难点分析 …… 13
习题精解 …… 14
习题 …… 36
第三章　一元流体动力学基础 …… 44
主要内容 …… 44
难点分析 …… 45
习题精解 …… 46
习题 …… 69
第四章　流动阻力和能量损失 …… 79
主要内容 …… 79
难点分析 …… 83
习题精解 …… 84
习题 …… 96
第五章　孔口管嘴出流 …… 98
主要内容 …… 98
难点分析 …… 101
习题精解 …… 101
习题 …… 104
第六章　射流 …… 107
主要内容 …… 107
难点分析 …… 109
习题精解 …… 110
习题 …… 114
第七章　不可压缩流体动力学基础 …… 115
主要内容 …… 115
难点分析 …… 119
习题精解 …… 121
习题 …… 128

第八章　绕流运动…… 130
主要内容 …… 130
难点分析 …… 132
习题精解 …… 134
习题 …… 144
第九章　一元气体动力学基础…… 147
主要内容 …… 147
难点分析 …… 150
习题精解 …… 153
习题 …… 164
第十章　相似原理和因次分析…… 168
主要内容 …… 168
难点分析 …… 170
习题精解 …… 172
习题 …… 179
附　录…… 181
附录 1　水和空气的黏滞系数 …… 181
附录 2　水和空气的重度和密度 …… 182
附录 3　国际单位与工程单位换算关系 …… 182
附录 4　常用气体的气体常数、比热容和绝热指数 …… 183
参考文献…… 184

第一章 绪　论

主要内容

1. 概念

质量力、表面力、黏性、黏滞力、压缩系数、热胀系数。

注：(1) 绝大多数的流动，质量力仅是重力，其单位质量力 F 在按习惯选取的直角坐标系（z 轴铅垂向上）内 $F=(0,0,-g)$。

(2) 黏性是流动介质自身的物理属性，而黏滞力是流体在产生剪切流动时该属性的表现。

2. 公式

牛顿剪切公式

$$T=\mu A\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \tag{1-1}$$

或

$$\tau=\mu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \tag{1-2}$$

式中 T——内摩擦力，N；

μ——动力黏度，$\mathrm{N\cdot s/m^2}$，$(\mathrm{Pa\cdot s})$；

A——接触面积，$\mathrm{m^2}$；

$\mathrm{d}u/\mathrm{d}y$——速度梯度，$\mathrm{s^{-1}}$；

τ——切应力，$\mathrm{N/m^2}$ (Pa)。

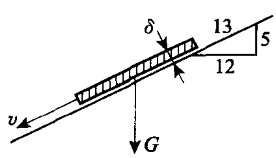
难点分析

1. 用欧拉法描述流体流动，在对控制体内流体进行表面力分析时，应包括所有各个可能的表面的受力，这些表面可能是自由面或其他与周围流体或固壁的接触面。

2. 牛顿剪切公式反映的应力与变形率的关系仅在牛顿流体作所谓的纯剪切流动时才成立，对于非纯剪切流满足的则是广义牛顿公式（见式（7-10））。

习题精解

【例 1-1】 一底面积为 40cm×45cm，高 1cm 的木块，质量为 5kg，沿着涂有润滑油的斜面等速向下运动。已知速度 $v=1\mathrm{m/s}$，油层厚度 $\delta=1\mathrm{mm}$，求润滑油的动力黏度。



例 1-1 图

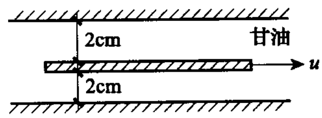
［解］ 设木块所受的摩擦力为 T。

∵ 木块均匀下滑

$\therefore$
$$T-G\sin\alpha=0$$
$$T=G\sin\alpha=5\times 9.8\times 5/13=18.8\text{N}$$
又由牛顿剪切公式 $T=\mu A\mathrm{d}u/\mathrm{d}y$，得
$$T=\mu A\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=\mu A\frac{v}{\delta}$$
$$\mu=T\delta\frac{1}{Av}=18.8\times 0.001\times\frac{1}{0.40\times 0.45\times 1}$$
$$=0.105\text{Pa}\cdot\text{s}$$
答：润滑油的动力黏度 $\mu=0.105\text{Pa}\cdot\text{s}$。

［剖析］ 由于速度梯度 $\mathrm{d}u/\mathrm{d}y$ 未知，而 δ 很小，所以用一阶（线性）近似 v/δ 替代 $\mathrm{d}u/\mathrm{d}y$。这种方法在工程中常用。

【例 1-2】 一边长为 0.5m 的正方形薄板在两壁面间充满甘油的缝隙中以 $u=1\text{m/s}$ 的速度移动。平板与两壁面间的距离均为 2cm，甘油的动力黏度 $\mu=0.86\text{Pa}\cdot\text{s}$。求平板的拖曳力 F。

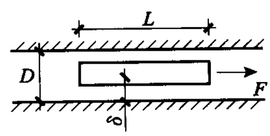


例 1-2 图

［解］ 因为平板等速移动，所以拖曳力 F 等于平板所受的黏滞力 T，
$$F=T$$
$$T=\mu A\mathrm{d}u/\mathrm{d}y=0.86\times(2\times 0.5\times 0.5)\times\frac{1}{0.02}$$
$$=21.5\text{N}$$
答：平板的拖曳力 $F=21.5\text{N}$。

［剖析］ 受力平板与油液接触面 A 是平板上下两面，所以面积为平板面积的两倍。

【例 1-3】 汽缸和活塞的间隙中充满动力黏度 $\mu=0.065\text{Pa}\cdot\text{s}$ 的油，汽缸直径 $D=12\text{cm}$，间隙 $\delta=0.4\text{mm}$，活塞长 $L=14\text{cm}$。活塞在力 $F=8.6\text{N}$ 的作用下作匀速运动，求活塞的运动速度 v。

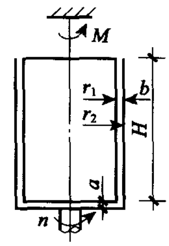


例 1-3 图

［解］ 设 T 为圆柱形活塞侧面所受的黏滞力，则因为活塞作匀速运动，有
$$F=T$$
又
$$T=\mu A\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=\mu\cdot\pi(D-2\delta)L\cdot\frac{v}{\delta}$$
因此
$$v=\frac{F\delta}{\mu\pi(D-2\delta)L}$$
$$=\frac{8.6\times 0.4\times 10^{-3}}{0.065\times\pi\times(0.12-2\times 0.4\times 10^{-3})\times 0.14}$$
$$=1.01\text{m/s}$$
答：活塞的运动速度 $v=1.01\text{m/s}$。

［剖析］ 根据题意，作用在活塞两端面上的油压不计，因此与力 F 平衡的仅有活塞

侧面所受的黏滞力。此外接触面为圆柱侧面。



例 1-4 图

【例 1-4】 黏度测量仪由内外两同心圆筒构成，空隙间充满油液。外筒转速为 n（r/min），内筒固定悬挂于一金属丝下，金属丝所受扭矩可以通过扭转的角度测定。内外筒半径分别为 r_1 和 r_2，间隙 $b=r_2-r_1$，底面间隙 a，内筒高 H。求油液动力黏度的计算式。

［解］ 内筒侧面由黏性切应力产生的对转轴的力矩

$$M_1 = T \cdot r_1 = \mu A \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} r_1$$

$$= \mu \cdot 2\pi r_1 H \cdot \frac{\omega r_2}{b} \cdot r_1 = \mu \frac{2\pi\omega H r_1^2 r_2}{b}$$

内筒底面所受的力矩

$$M_2 = \int \mathrm{d}M = \int \mathrm{d}T \cdot r = \int_0^{r_1} \mu \cdot 2\pi r \mathrm{d}r \cdot \frac{\omega r}{a} \cdot r$$

$$= \mu \frac{\pi\omega}{2a} r_1^4$$

内筒所受的总力矩

$$M = M_1 + M_2 = \mu \frac{2\pi\omega H r_1^2 r_2}{b} + \mu \frac{\pi\omega}{2a} r_1^4$$

由此可得油液动力黏度的计算式

$$\mu = \frac{2abM}{\pi\omega r_1^2 (4aHr_2 + br_1^2)}$$

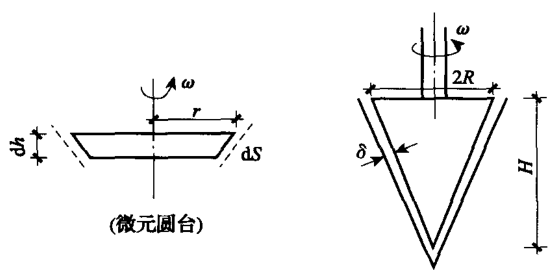
$$= \frac{60a(r_2 - r_1)}{\pi^2 (4aHr_2 + r_1^2 r_2 - r_1^3)} \cdot \frac{M}{n}$$

式中　a、H、r_1、r_2 为几何参数，总力矩 M 测量可得，转速 n 给定。

答：$\mu = \dfrac{60a\ (r_2 - r_1)}{\pi^2\ (4aHr_2 + r_1^2 r_2 - r_1^3)} \cdot \dfrac{M}{n}$。

［剖析］ 金属丝所受作用力矩包含内筒底面受到的力矩作用。

【例 1-5】 一圆锥体绕其铅直中心轴等速旋转，锥体与固定壁间的距离 $\delta=1\text{mm}$，全部为润滑油（$\mu=0.1\text{Pa}\cdot\text{s}$）充满。当旋转角速度 $\omega=16\text{s}^{-1}$，锥体底部半径 $R=0.3\text{m}$，高 $H=0.5\text{m}$ 时，求作用于圆锥的阻力矩。



例 1-5 图

［解］ 设圆锥体表面高为 $\mathrm{d}h$ 的微元圆台侧面积为 $\mathrm{d}S$，所受切力为 $\mathrm{d}T$，阻力矩为 $\mathrm{d}M$。

由几何关系

$$\mathrm{d}S = 2\pi r (H^2 + R^2)^{1/2} \mathrm{d}h / H$$

由牛顿剪切公式

$$dT = \mu \times dS \times du/dy = \mu \times dS \times \omega r/\delta$$
$$dM = dT \times r$$
$$r = hR/H$$

圆锥体所受阻力矩

$$M = \int dM = \int_0^H \frac{2\pi\mu\omega\sqrt{H^2+R^2}}{\delta H^4} R^3 h^3 dh$$
$$= 0.5(\pi\mu\omega/\delta)(H^2+R^2)^{1/2}R^3$$
$$= 0.5\pi \times 0.1 \times 16/0.001 \times (0.5^2+0.3^2)^{1/2} \times 0.3^3$$
$$= 39.6\text{N}\cdot\text{m}$$

答：圆锥体所受阻力矩 $M=39.6\text{N}\cdot\text{m}$。

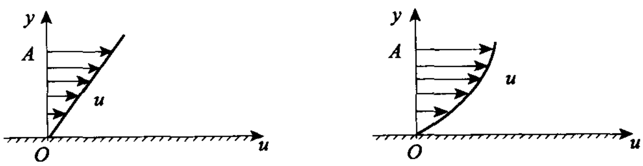
［剖析］（1）锥体与固壁间的流动为同轴的圆锥面状的分层流。

（2）由于 δ 较小，锥体间流速分布近似为线性分布。

（3）因为半径不等，故圆锥侧面上各点的速度和阻力矩也不同，总的阻力矩需积分而得。

（4）这是一道集牛顿剪切公式、圆锥侧面积、积分应用、理论力学中力矩和近似处理的综合题。

【例 1-6】 已知流速分布 $u-y$ 如图所示：（1）直线分布；（2）二次抛物线分布。试定性绘出切应力分布曲线 $\tau\sim y$。



例 1-6 图 1

［解］ $\tau=\mu du/dy$。根据题意和流动特点，

（1）设 $u=ay$，$a=\text{const}$（$a>0$）

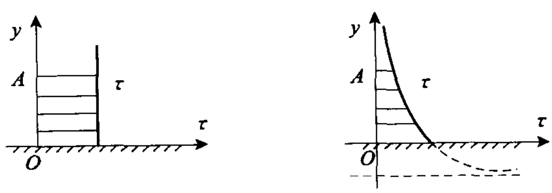
则
$$\tau = \mu a = \text{const}$$

（2）设 $(u+a)^2=2p(y+b)$　　$a, b, p>0$，$a^2=2pb$

$$2(u+a)u' = 2p$$

则
$$\tau = \mu\frac{p}{u+a} = \mu\sqrt{\frac{p}{2(y+b)}}$$

因此，切应力分布曲线分别为



(1) 流速直线分布　　(2) 流速二次抛物线分布

例 1-6 图 2

[剖析] 流动特点为：

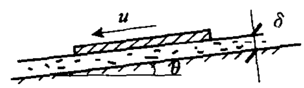
当 $y=0$（固壁上）时，$u=0$，但 $\mathrm{d}u/\mathrm{d}y\neq 0$；

在第二种情况时，随 y 的增加（远离壁面），$\mathrm{d}u/\mathrm{d}y$ 减少，即在壁面附近，剪切强烈，随着远离壁面，黏滞力减弱；因此，速度分布并非 $u=ay^2+by$；

流速假设方向自左至右，用箭头表示，但切应力的方向与受力的流体系统有关，故图中不能标注箭头。

习　题

1-1　倾角 $\theta=25°$ 的斜面涂有厚度 $\delta=0.5\mathrm{mm}$ 的润滑油。一块重量未知，底面积 $A=0.02\mathrm{m}^2$ 的木板沿此斜面以等速度 $u=0.2\mathrm{m/s}$ 下滑。如果在板上加一个重量 $G_1=5\mathrm{N}$ 的重物，则下滑速度为 $u_1=0.6\mathrm{m/s}$。试求润滑油的动力黏度 μ。



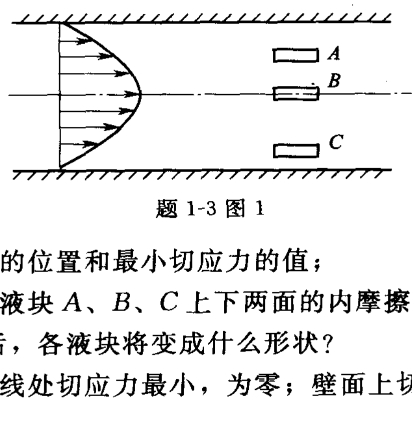
题 1-1 图

答：$\mu=0.132\mathrm{N}/(\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s})$。

1-2　一个直径为 200mm，长为 900mm 的活塞要对准中心套人一个内径为 206mm 的汽缸套内，活塞与缸套内充满油。问要使活塞沿缸套以恒速 3cm/s 移动，需外加多大的推力？已知油液运动黏度 $\nu=5.6\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$。油的密度为 $899.4\mathrm{kg/m}^3$。

答：需外加的推力 $F=3.164\mathrm{N}$。

1-3　在两平行壁面间流动的液体的流速分布如图所示。试说明：



题 1-3 图 1

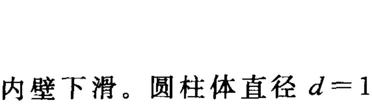
(1) 最大、最小切应力的位置和最小切应力的值；

(2) 作用于各微小矩形液块 A、B、C 上下两面的内摩擦力的方向；

(3) 经微小时间段 $\mathrm{d}t$ 后，各液块将变成什么形状？

答：(1) 两平行壁中心线处切应力最小，为零；壁面上切应力最大；

(2)，(3)



题 1-3 图 2

1-4　有两个同心圆筒，长 $L=300\mathrm{mm}$，间隙 $\delta=10\mathrm{mm}$。间隙内充有密度 $\rho=900\mathrm{kg/m}^3$，运动黏度 $\nu=0.26\times10^{-3}\mathrm{m}^2\mathrm{s}^{-1}$ 的油，内筒直径 $d=200\mathrm{mm}$，它以角速度 $\omega=10\mathrm{rad/s}$ 转动，求施加于内筒的转矩 M。

答：$M=0.441\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$。

1-5　一个圆柱体沿管道内壁下滑。圆柱体直径 $d=100\mathrm{mm}$，长 $L=300\mathrm{mm}$，自重 $G=10\mathrm{N}$。管道直径 $D=101\mathrm{mm}$，倾角 $\theta=45°$，内壁涂有润滑油。测得圆柱体下滑速度为

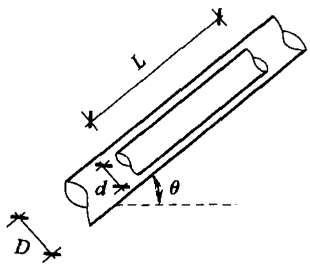
$u=0.23\mathrm{m/s}$，求润滑油的动力黏度 μ。

答：$\mu=0.163\mathrm{Pa\cdot s}$。

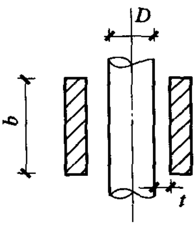
1-6 一滑动轴承，轴的直径 $D=12\mathrm{cm}$，轴承宽度 $b=20\mathrm{cm}$，间隙 $t=0.1\mathrm{cm}$，其中充满 $\mu=0.54\mathrm{Pa\cdot s}$ 的润滑油，当轴承以转速 $n=200\mathrm{r/min}$ 正常运转时，求润滑油阻力损耗的功率 N。

答：$N=6.43\mathrm{W}$。

[提示：功率与阻力矩和旋转角速度的关系]



题 1-5 图

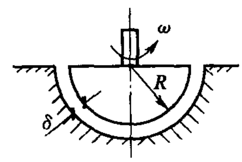


题 1-6 图

1-7 半球体半径为 R，它绕竖轴旋转的角速度为 ω，半球体与凹 槽间隙为 δ，槽面涂有润滑油，试推证所需的旋转力矩为

$$M=\frac{4}{3}\pi R^4\frac{\mu\omega}{\delta}$$

[提示：球台侧面积 $=2\pi Rh$]



题 1-7 图

1-8 上下两平行圆盘，直径均为 d，间隙厚度为 δ，间隙中液体的动力黏度为 μ。若下盘固定不动，上盘以角速度 ω 旋转，求所需力矩 T 的表达式。

答：$T=\frac{\pi\mu\omega d^4}{32\delta}$。

[提示：上盘各点速度分布不均匀。$T=\int\mathrm{d}T$，$\mathrm{d}T$ 为以转轴为中心的上盘微元圆环的力矩。]

第二章　流体静力学

主 要 内 容

本章主要研究液体静止时，压强分布规律及其应用。

1．概念与性质

绝对压强：以毫无一点气体存在的绝对真空为零点起算的压强，称为绝对压强。

相对压强：以当地同高程的大气压强 p_a 为零点起算的压强，称为相对压强。

真空度：当相对压强为负值时，其绝对值称为真空度，以 p_v 表示。

测压管：测压管是一根玻璃直管或 U 形管，一端连接在需要测定的器壁孔口上，另一端开口，直接和大气相通。

虚设液面（或称虚设自由面）：当封闭容器液面的压强 p_0 不等于大气压强 p_a 时，这个假设的液面与容器的实际液面的距离为 $|p_0-p_a|/\rho g$，若 $p_0>p_a$，则虚设液面在实际液面上方；反之，在下方。见图 2-1。

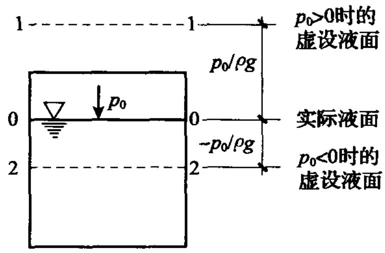


图 2-1　虚设液面

压力体：当液面压强为大气压时，压力体一般是三种面所围成的体积。底面是受压曲面，顶面是受压曲面边界线围成的面积在自由面或者其延长面上的投影面，中间是通过受压曲面边界线所作的铅直投射面。对自由面压强 p_0 非大气压的情况，求压力体时，应将受压曲面投影至虚设液面，而非实际液面。图 2-2 中体积 $ABCDA$ 就是压力体。

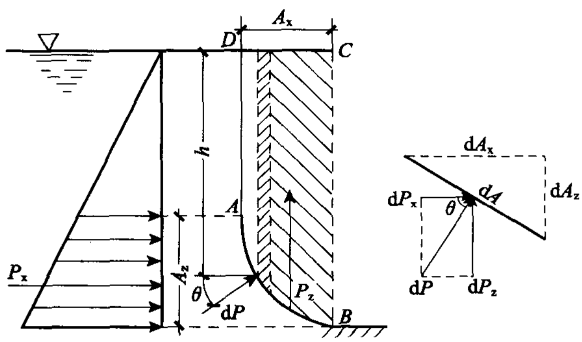


图 2-2　压力体与曲面受力

等压面的性质之一：当液体处于平衡状态时等压面与等压面上流体质点所受的质量力正交。

其他：

（1）单位换算。

$1N=1kg \cdot m/s^2$，$1kgf=9.807N$；

$\rho_水=1000kg/m^3$，

干空气在温度为 290K，压强为 760mmHg 时，$\rho=1.2kg/m^3$；

$$1mmH_2O=9.807N/m^2,\ 1mmH_2O=1kgf/m^2$$

$$1at=9.807\times10^4 Pa=10^4 mmH_2O \qquad （工程大气压）$$

$$1atm=101.325kPa=760mmHg \qquad （标准大气压）$$

（2）在任意形状和大小的流体系统封闭表面，大小为常数的正应力之和为零。

$$\oint_s p\vec{n}\,\mathrm{d}s=0 \tag{2-1}$$

式中 p——正应力大小，$p=\text{const}$；

$\vec{n}$——微元表面 $\mathrm{d}s$ 上的单位法向矢量；

s——任意流体系统的封闭表面。

证明：

$$\oint_s p\vec{n}\,\mathrm{d}s=\oint_s[ip\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+jp\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x+kp\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y]$$

式中 i，j，k 分别为坐标轴 x，y，z 的单位矢量。

根据曲面积分的高斯公式，令 Ω 为封闭曲面 s 所围的空间闭区域，又令

$$p\ (x,\ y,\ z)=p=\text{const} \qquad (x,\ y,\ z)\ni\Omega$$

则

$$\oint_s ip\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z=i\oint_s p\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+0\cdot\mathrm{d}z\mathrm{d}x+0\cdot\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$=i\int_\Omega\left(\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial 0}{\partial y}+\frac{\partial 0}{\partial z}\right)\mathrm{d}v=0$$

同理

$$\oint_s jp\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x=\oint_s kp\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0$$

因此

$$\oint_s p\vec{n}\,\mathrm{d}s=0$$

证毕。这一性质在今后的论证中有用。

附 高斯公式：设空间闭区域 Ω 是由分片光滑的闭曲面 s 所围成，函数 $p\ (x,\ y,\ z)$、$Q\ (x,\ y,\ z)$、$R\ (x,\ y,\ z)$ 在 Ω 上具有一阶连续偏导数，则有公式

$$\iiint_\Omega\left(\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}v=\oint_s p\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x+R\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

或

$$\iiint_\Omega\left(\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}v=\oint_s(P\cos\alpha+Q\cos\beta+R\cos\gamma)\mathrm{d}s$$

除加以说明的之外，本题集的压强均采用相对压强。当绝对压强与相对压强出现在同

一问题中且相混淆时，用 p' 表示绝对压强，不带“$'$”表示相对压强。

2. 公式

(1) 静压强分布规律（图 2-3）

$$p = p_0 + \rho g h \tag{2-2}$$

或

$$z + p/\rho g = \text{const} \tag{2-3}$$

(2) 作用于平面的液体压力（图 2-4）

解析法：

压力的大小

$$P = p_c A \tag{2-4}$$

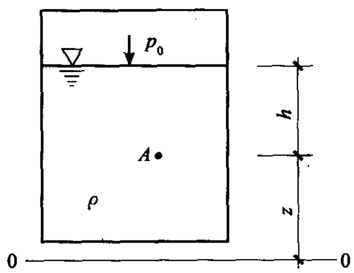


图 2-3　静压强分布

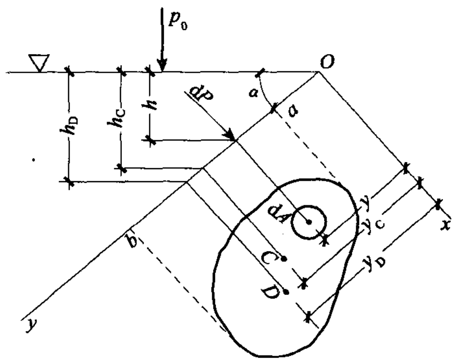


图 2-4　静止液体作用于平面的力

式中　下标 C——受压面形心；

p_c——受压面形心的压强；

A——受压面面积。

压力的方向沿受压面的法线方向，压力的作用点（压力中心）D：

$$y_D = y_c + \frac{J_c}{y_c \cdot A} \tag{2-5}$$

或

$$y_e = y_D - y_c = \frac{J_c}{y_c \cdot A} \tag{2-6}$$

式中　y_D——压力中心 D 的 y 坐标，即 D 点沿 y 轴至受压面或其延长面与实际液面（$p_0 = p_a$）或虚设液面（$p_0 \neq p_a$）交点的距离；

y_c——受压面形心 c 点的 y 坐标；

J_c——受压面对通过形心且平行于液面交线轴（x 轴）的轴的惯性矩；

A——受压面面积；

y_e——压力中心 D 与受压面形心 c 的 y 坐标的差值。

需强调的是 y 轴坐标原点 O，当 $p_0 = p_a$ 时，取在实际液面上；而当 $p_0 \neq p_a$ 时，必须

取在虚设液面上。

压力中心的 x 坐标取决于受压面形状，工程中，受压面常对称于 y 轴，D 点必在 y 轴上无需计算。

三种平面图形对过形心 c 的轴 x' 的惯性矩如图 2-5 所示。

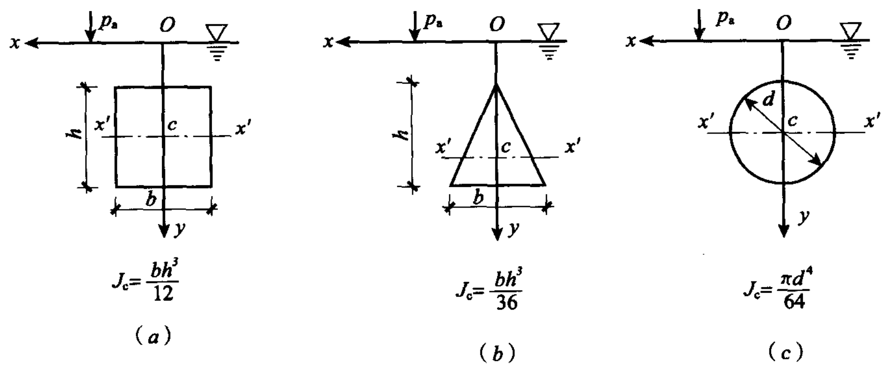


图 2-5　平面图形惯性矩

(a) 矩形；(b) 三角形；(c) 圆形

图解法（图 2-6）：

图解法仅适用于有一边平行于液面的矩形平面受力问题。

图解法中，矩形平面所受水静压力 P 的计算式：

$$P=\Omega b=V \tag{2-7}$$

式中 Ω——矩形平面压强分布图的面积，N/m；

b——矩形宽度，即平行于液面的矩形边长，m；

V——压强分布图的体积，是以压强分布图面积为底面积乘以矩形宽度 b 为高的体积，N。

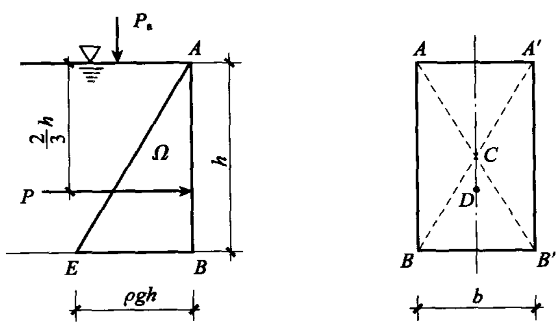


图 2-6　平面受力图解法

压力中心通过 Ω 的形心并位于对称轴上。

几种常用的矩形平面的压强分布如图 2-7 所示。

(3) 作用于曲面的液体压力