21世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

常微分方程

第三版

全程导学及习题全解

主编 石瑞青 闫晓红 齐霄霏 郭红建

◆知识归纳 梳理主线重点难点
◆习题详解 精确解答教材习题
◆提高练习 巩固知识迈向更高

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

21世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

常微分方程

第三版

全程导学及习题全解

主编 石瑞青 闫晓红 齐霄霏 郭红建

◆知识归纳 梳理主线重点难点
◆习题详解 精确解答教材习题
◆提高练习 巩固知识迈向更高

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

常微分方程全程导学及习题全解/石瑞青等主编.
—北京：中国时代经济出版社，2007.9
(21世纪高等院校经典教材同步辅导)
ISBN 978-7-80221-387-6

Ⅰ.常... Ⅱ.石... Ⅲ.常微分方程—高等学校—教学参考资料
Ⅳ.0175.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第104015号

常微分方程全程导学及习题全解

石瑞青 等主编

出版者	**中国时代经济出版社**
地　址	北京东城区东四十条24号 青蓝大厦11层东办公区
邮　编	100007
电　话	(010)68320825（发行部） (010)88361317（邮购）
传　真	(010)68320634
发　行	各地新华书店
印　刷	北京地质印刷厂
开　本	880 × 1230　1/32
版　次	2007年9月第1版
印　次	2007年9月第1次印刷
印　张	9.875
字　数	155千字
印　数	1~5000册
定　价	12.00元
书　号	ISBN 978-7-80221-387-6

前言

PREFACE

常微分方程是数学专业的重要基础课程，可以说它对先修课程及后续课程起着承前启后的作用，是数学科学理论中必不可少的一个重要环节。同时常微分方程也是理论联系实际的重要数学分支之一，也是自然科学和其他技术科学的重要工具课程。

常微分方程的课程通常安排在学习了数学分析、线性代数、解析几何等课程之后，是把这些课程的知识加以结合，来解决数学理论和实际应用中出现的问题；同时常微分方程也为后续的课程如微分几何、泛函分析等做准备。常微分方程对学生分析问题和解决问题能力提高起着至关重要的作用。而解题是学习阶段重要的实践手段，只有经过反复练习，才能掌握分析和解决问题的方法。

本书是王高雄等编写，高等教育出版社出版《常微分方程》(第三版)的配套辅导用书，全书的编排严格与教材保持一致。每章都总结了本章的主要内容，考虑到课程的重点和难点内容往往是不一致的，为了避免繁琐和重复，这部分只列出主要的定理和性质，其他内容则体现于习题中。本书的主要部分是对课后习题的解析，全书包括了原教材中所有习题的解答，并且对每一道习题都给出了详细的解题步骤。全书由石瑞青博士(山西师范大学)，闫晓红(天津城市建设学院)、齐霄霏博士(山西大学)、郭红建博士(信阳师院)等编写。特别感谢张弘博士和谭远顺博士为本书编写提供的帮助。

当然，任何参考书都只是启发思维的辅助工具，只有在经过独立

思考之后再对照相应的参考教材，才能有所收获。因此希望读者能把本书当作启迪思维的工具。同时，对《常微分方程》(第三版)的作者王高雄等老师表示衷心感谢！限于编者的水平，本书一定存在不少缺点和错误，欢迎读者批评指正。

编　者

2007.7

目 录

第一章　绪　论

本章内容概要

本章介绍了三个方面的内容：自然及社会科学中的常微分方程模型、常微分方程基本概念和常微分方程的发展历史.

本章知识重点

本章的重点是理解常微分方程的基本概念，而对于典型的常微分方程模型和常微分方程的发展历史只需有一定的了解，以下概念是必须掌握的.

1. 什么是常微分方程？什么是偏微分方程？

微分方程就是联系着自变量、未知函数及其导数的关系式. 如果在微分方程中，自变量的个数只有一个，我们称这种微分方程为常微分方程；自变量的个数为两个或两个以上的微分方程为偏微分方程.

2. 什么是线性微分方程？什么是非线性微分方程？

如果微分方程 $F\left(x,y,\dfrac{dy}{dx},\cdots,\dfrac{d^ny}{dx^n}\right)=0$ 的左端是关于 y 及$\dfrac{dy}{dx},\cdots,\dfrac{d^ny}{dx^n}$ 的一次有理整式，则称为 n 阶线性微分方程，不是线性方程的方程称为非线性微分方程.

3. 解和隐式解

如果函数 $y=\varphi(x)$ 代入方程 $F\left(x,y,\dfrac{dy}{dx},\cdots,\dfrac{d^ny}{dx^n}\right)=0$ 后，能使它变为恒等式，此称函数 $y=\varphi(x)$ 为该方程的解. 如果关系式 $\Phi(x,$

$y)=0$ 决定的函数 $y=\varphi(x)$ 是方程的解，我们称 $\Phi(x,y)=0$ 为此方程的隐式解.

4. 通解和特解

我们把含有 n 个独立的任意常数 $c_1, c_2, \cdots, c_n$ 的解 $y=\varphi(x, c_1, c_2, \cdots, c_n)$ 称为 n 阶方程 $F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \cdots, \frac{d^n y}{dx^n}\right)=0$ 的通解.

为了确定微分方程一个特定的解，我们通常给出这个解所必需的条件，这就是所谓的定解条件. 常见的定解条件是初值条件和边值条件. 求微分方程满足定解条件的解，就是所谓定解问题. 当定解条件为初值条件时，相应的定解问题，就称为初值问题.

5. 积分曲线和方向场

一阶微分方程 $\frac{dy}{dx}=f(x,y)$ 的解 $y=\varphi(x)$ 表示 Oxy 平面上的一条曲线，称为微分方程的积分曲线，而通解 $y=\varphi(x,c)$ 表示平面上的一簇曲线，特解 $\varphi(x_0)=y_0$ 则为过点 (x_0, y_0) 的一条积分曲线，积分曲线上过每一点的切线斜率 $\frac{dy}{dx}$ 为方程右端 $f(x,y)$ 在该点处的值；反之，如有一条曲线，其上每一点的切线斜率为 $f(x,y)$，则此曲线为积分曲线.

可以用 $f(x,y)$ 在 Oxy 平面某区域 D 上定义过各点的小线段的斜率方向，这样的区域 D 称为方程 $\frac{dy}{dx}=f(x,y)$ 所定义的方向场，又称向量场.

方向场中方向相同的曲线 $f(x,y)=k$ 称为等倾斜线或等斜线.

6. 微分方程组

用两个及两个以上的关系式表示的微分方程称为微分方程组.

7. 驻定与非驻定，动力系统

如果方程组右端不含自变量 t：

$$\frac{dy}{dx}=f(y), \qquad y\in D\subseteq \mathrm{R}^n,$$

则称为驻定(自治)的，右端含 t 的微分方程组

$$\frac{dy}{dt}=f(t;y), \qquad y\in D\subseteq \mathrm{R}^n,$$

称为非驻定的.

驻定微分方程组的过 y 的解 $\varphi(t;y)$ 可以视 t 为参数，有非常好的性质：可看成为 D 到 D 的单参数变换群，也就是，如记 $\Phi_t(y)=\varphi(t;y)$，令 $\Phi_t(y)$ 为参数 t 的 $y\in D$ 的映射（变换），则映射在 D 上满足恒同性 $\Phi_0(y)=y$ 和可加性 $\Phi_{t_1+t_2}(y)=\Phi_{t_1}(\Phi_{t_2}(y))=\Phi_{t_2}(\Phi_{t_1}(y))$，满足上述性质的映射称为动力系统. 动力系统有连续和离散两种类型，因此驻定微分方程组可称为连续动力系统 $\{\Phi_t\mid t\in R\}$，或称连续动力系统 $\{\Phi_t\mid t\in R\}$ 为由常微分方程定义的动力系统. 也可以定义离散动力系统 $\{\Phi_n\mid n\in z\}$，这里 z 为整数集，例如驻定差分方程 $y_{n+1}=f(y_n)$ 或驻定微分方程组 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=f(y)$，$y\in D\subseteq \mathrm{R}^n$ 的解 $\Phi_n(y)=\varphi(n;y)$ 便构成离散动力系统.

8. 相空间、奇点和轨线

不含自变量，仅由未知函数组成的空间称为相空间. 积分曲线在相空间中的投影称为轨线. 对于驻定微分方程组 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=f(y)$，方程组 $f(y)=0$ 的解 $y=y^*$ 表示相空间中的点，它满足微分方程组，故称为平衡解（驻定解，常数解），又称为奇点（平衡点）.

典型例题分析与解答

教材中已经提供了一些题目，在此略.

习题全解

习题 1.2

1. 指出下面微分方程的阶数，并回答方程是否线性的：

(1) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=4x^2-y$；

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2+12xy=0$;

(3) $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2+x\dfrac{dy}{dx}-3y^2=0$;

(4) $x\dfrac{d^2y}{dx^2}-5\dfrac{dy}{dx}+3xy=\sin x$;

(5) $\dfrac{dy}{dx}+\cos y+2x=0$;

(6) $\sin\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)+e^y=x$.

解 (1)1 阶,线性; (2)2 阶,非线性;
(3)1 阶,非线性; (4)2 阶,线性;
(5)1 阶,非线性; (6)2 阶,非线性.

2. 试验证下面函数均为方程$\dfrac{d^2y}{dx^2}+\omega^2y=0$的解,这里$\omega>0$是常数:

(1) $y=\cos\omega x$;

(2) $y=c_1\cos\omega x$(c_1 是任意常数);

(3) $y=\sin\omega x$;

(4) $y=c_2\sin\omega x$(c_2 是任意常数);

(5) $y=c_1\cos\omega x+c_2\sin\omega x$($c_1,c_2$ 是任意常数);

(6) $y=A\sin(\omega x+B)$(A,B 是任意常数).

解 (1) $\because y=\cos\omega x,\dfrac{dy}{dx}=-\omega\sin\omega x$,

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d\left(\dfrac{dy}{dx}\right)}{dx}=-\omega^2\cos\omega x,$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2}+\omega^2y=-\omega^2\cos\omega x+\omega^2\cos\omega x=0,$$

因此,$y=\cos\omega x$ 是方程$\dfrac{d^2y}{dx^2}+\omega^2y=0$ 的解.

(2) $\because y=c_1\cos\omega x,\dfrac{dy}{dx}=-c_1\omega\sin\omega x$,

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} = \frac{\mathrm{d}(\mathrm{d}y/\mathrm{d}x)}{\mathrm{d}x} = -c_1\omega^2\cos\omega x,$$

$$\therefore \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \omega^2 y = -c_1\omega^2\cos\omega x + \omega^2 \cdot c_1\cos\omega x = 0,$$

因此,$y = c_1\cos\omega x$ 是方程$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \omega^2 y = 0$ 的解.

(3)$\because y = \sin\omega x, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \omega\cos\omega x,$

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} = \frac{\mathrm{d}\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)}{\mathrm{d}x} = -\omega^2\sin\omega x,$$

$$\therefore \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} = \omega^2 y = -\omega^2\sin\omega x + \omega^2 \cdot \sin\omega x = 0.$$

因此,$y = \sin\omega x$,是方程$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \omega^2 y = 0$ 的解.

(4)$\because y = c_2\sin\omega x, \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = c_2\omega\cos\omega x,$

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} = \frac{\mathrm{d}\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)}{\mathrm{d}x} = -c_2\omega^2\sin\omega x,$$

$$\therefore \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \omega^2 y = -c_2\omega^2\sin\omega x + \omega^2 \cdot c_2\sin\omega x = 0.$$

因此,$y = c_2\sin\omega x$ 是方程$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \omega^2 y = 0$ 的解.

(5)$\because y = c_1\cos\omega x + c_2\sin\omega x,$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -c_1\omega\sin\omega x + c_2\omega\cos\omega x,$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} = \frac{\mathrm{d}\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)}{\mathrm{d}x} = -c_1\omega^2\cos\omega x - c_2\omega^2\sin\omega x,$$

$$\therefore \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \omega^2 y = -c_1\omega^2\cos\omega x - c_2\omega^2\sin\omega x + \omega^2(c_1\cos\omega x + c_2\sin\omega x) = 0.$$

因此,$y=c_1\cos\omega x+c_2\sin\omega x$ 是方程$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+\omega^2y=0$的解.

(6)$\because y=A\sin(\omega x+B)$,

$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\omega\cdot A\cos(\omega x+B)$,

$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=\frac{\mathrm{d}\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)}{\mathrm{d}x}=-\omega^2\cdot A\sin(\omega x+B)$,

$$\therefore \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+\omega^2y=-\omega^2\cdot A\sin(\omega x+B)+\omega^2\cdot A\sin(\omega x+B)$$
$$=0.$$

因此,$y=A\sin(\omega x+B)$ 是方程$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+\omega^2y=0$的解.

3. 验证下列各函数是相应微分方程的解:

(1)$y=\frac{\sin x}{x}$,$xy'+y=\cos x$;

(2)$y=2+c\sqrt{1-x^2}$,$(1-x^2)y'+xy=2x$(c是任意常数);

(3)$y=ce^x$,$y''-2y'+y=0$(c是任意常数);

(4)$y=e^x$,$y'e^{-x}+y^2-2ye^x=1-e^{2x}$;

(5)$y=\sin x$,$y'+y^2-2y\sin x+\sin^2x-\cos x=0$;

(6)$y=-\frac{1}{x}$,$x^2y'=x^2y^2+xy+1$;

(7)$y=x^2+1$,$y'=y^2-(x^2+1)y+2x$;

(8)$y=-\frac{g(x)}{f(x)}$,$y'=\frac{f'(x)}{g(x)}y^2-\frac{g'(x)}{f(x)}$.

解 (1)$\because y=\frac{\sin x}{x}$,$y'=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$,

$\therefore xy'+y=\frac{x\cos x-\sin x}{x}+\frac{\sin x}{x}=\cos x$.

因此,$y=\frac{\sin x}{x}$ 是方程 $xy'+y=\cos x$ 的解.

(2)$\because y=2+c\sqrt{1-x^2}$,

$y' = \frac{-cx}{\sqrt{1-x^2}}$,

$$\therefore (1-x^2)y' + xy = (1-x^2)\cdot\frac{-cx}{\sqrt{1-x^2}} + x(2+c\sqrt{1-x^2})$$

$$= -cx\sqrt{1-x^2} + 2x + cx\sqrt{1-x^2} = 2x.$$

因此，$y = 2 + c\sqrt{1-x^2}$ 是方程 $(1-x^2)y' + xy = 2x$ 的解.

(3) $\because y = ce^x, y' = ce^x, y'' = ce^x$,

$\therefore y'' - 2y' + y = ce^x - 2\cdot ce^x + ce^x = 0.$

因此，$y = ce^x$ 是方程 $y'' - 2y' + y = 0$ 的解.

(4) $\because y = e^x, y' = e^x$,

$\therefore y'e^{-x} + y^2 - 2ye^x = e^x . e^{-x} + e^{2x} - 2e^x . e^x = 1 - e^{2x}.$

因此，$y = e^x$ 是方程 $y'e^{-x} + y^2 - 2ye^x = 1 - e^{2x}$ 的解.

(5) $\because y = \sin x, y' = \cos x$,

$\therefore y' + y^2 - 2y\sin x + \sin^2 x - \cos x$

$= \cos x + \sin^2 x - 2\sin x\sin x + \sin^2 x - \cos x = 0.$

因此，$y = \sin x$ 是方程 $y' + y^2 - 2y\sin x + \sin^2 x - \cos x = 0$ 的解.

(6) $\because y = -\frac{1}{x}, y' = \frac{1}{x^2}$,

$\therefore x^2 y' = x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = 1$,

并且 $x^2y^2 + xy + 1 = x^2\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)^2 + x\cdot\left(-\frac{1}{x}\right) + 1 = 1$,

所以，$y = -\frac{1}{x}$ 是方程 $x^2y' = x^2y^2 + xy + 1$ 的解.

(7) $\because y = x^2 + 1, y' = 2x$,

$$\therefore y^2 - (x^2+1)y + 2x = (x^2+1)^2 - (x^2+1)(x^2+1) + 2x$$

$$= 2x = y',$$

因此 $y = x^2 + 1$ 是方程 $y' = y^2 - (x^2+1)y + 2x$ 的解.

(8) $\because y = -\frac{g(x)}{f(x)}$

$$\therefore y' = -\frac{g'(x)\cdot f(x) - g(x)\cdot f'(x)}{f^2(x)} = \frac{g(x)f'(x)}{f^2(x)} - \frac{g'(x)}{f(x)},$$

而且

$$\frac{f'(x)}{g(x)}y^2 - \frac{g'(x)}{f(x)} = \frac{f'(x)}{g(x)}\cdot\left(\frac{-g(x)}{f(x)}\right)^2 - \frac{g'(x)}{f(x)}$$
$$= \frac{g(x)f'(x)}{f^2(x)} - \frac{g'(x)}{f(x)} = y'.$$

因此，$y = -\frac{g(x)}{f(x)}$ 是方程 $y' = \frac{f'(x)}{g(x)}y^2 - \frac{g'(x)}{f(x)}$ 的解.

4. 给定一阶微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2x$，

(1) 求出它的通解；

(2) 求通过点(1,4)的特解；

(3) 求出与直线 $y = 2x + 3$ 相切的解；

(4) 求出满足条件 $\int_0^1 y\mathrm{d}x = 2$ 的解；

(5) 绘出(2),(3),(4)中的解的图形.

解 (1) 由 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2x$，得

$$\mathrm{d}y = 2x\mathrm{d}x,$$

方程两边积分，即得 $y = x^2 + c$，这是 c 为任意常数.

所以，方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2x$ 的通解为 $y = x^2 + c$，c 为任意常数.

(2) 把 $x = 1, y = 4$ 代入 $y = x^2 + c$ 得 $c = 3$.

所以过点(1,4)的特解为 $y = x^2 + 3$.

(3) 因为与直线相切，所以方程组

$$\begin{cases} y = x^2 + c \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$

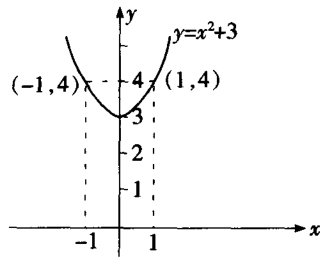
有且只有惟一一组解，即 $x^2 + c = 2x + 3$ 有惟一解，故 $c = 4$. 因此，与直线 $y = 2x + 3$ 相切的解是 $y = x^2 + 4$.

(4) 因为 $\int_0^1 y\mathrm{d}x = \int_0^1 (x^2 + c)\mathrm{d}x = \left[\frac{x^3}{3} + cx\right]_0^1$

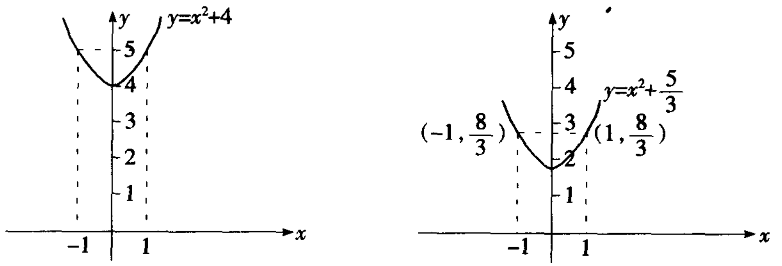
$$= \frac{1}{3} + c = 2,$$

所以，$c = \frac{5}{3}$，即满足条件 $\int_0^1 y\mathrm{d}x = 2$ 的解为 $y = x^2 + 5/3$.

(5) 在(2)、(3)、(4) 中的解的图形分别为图 1—1 中各图所示.



(a)



(b)　(c)

图 1—1

5. 求下列两个微分方程的公共解：

$y' = y^2 + 2x - x^4$，$y' = 2x + x^2 + x^4 - y - y^2$.

解　方程 $y' = y^2 + 2x - x^4$ 与方程 $y' = 2x + x^2 + x^4 - y - y^2$ 的公共解当然满足

$$y^2 + 2x - x^4 = 2x + x^2 + x^4 - y - y^2,$$

化简，得 $(y - x^2)[2(y + x^2) - 1] = 0$.

所以，$y = x^2$ 和 $y = \frac{1}{2} - x^2$ 可能是两个方程的公共解，进一步，代入验证可以证明 $y = x^2$ 是两个方程的公共解，而 $y = \frac{1}{2} - x^2$ 不是两个方程的解.

因此，我们得到结论为：两个方程的公共解是 $y = x^2$.

6. 求微分方程 $y' + xy'^2 - y = 0$ 的直线积分曲线.

解 设方程 $y'+xy'^2-y=0$ 的直线积分曲线为 $y=kx+b$，则

$$y'=k, \qquad k+x\cdot k^2-kx-b=0$$

所以 $$\begin{cases} k=b \\ k^2=k \end{cases},$$

即得 $k=b=0$ 或 $k=b=1$.

因此,方程 $y'+xy'^2-y=0$ 的直线积分曲线为 $y=0$ 或 $y=x+1$.

7. 微分方程 $4x^2y'^2-y^2=xy^3$,证明其积分曲线关于坐标原点 $(0,0)$ 成中心对称的曲线,也是此微分方程的积分曲线.

证明 设 (x_0,y_0) 是方程 $4x^2y'^2-y^2=xy^3$ 的积分曲线上任意一点,根据题意,我们只需要证明 $(-x_0,-y_0)$ 也是方程 $4x^2y'^2-y^2=xy^3$ 的解即可.

事实上,$y'^2=\dfrac{xy^3+y^2}{4x^2}=\dfrac{y^3}{4x}+\dfrac{y^2}{4x^2}$,因此

$$[y'(-x_0)]^2=\frac{(-y_0)^3}{4(-x_0)}+\frac{(-y_0)^2}{4(-x_0)^2}=\frac{y_0^3}{4x_0}+\frac{y_0^2}{4x_0^2}=[y'(x_0)]^2,$$

从而由 $4x_0^2y'(x_0)^2-y_0^2=x_0y_0^3$ 得到

$$4(-x_0)^2[y'(-x_0)]^2-(-y_0)^2=(-x_0)(-y_0)^3,$$

即 $(-x_0,-y_0)$ 也是方程 $4x^2y'^2-y^2=xy^3$ 的解.

8. 试建立分别具有下列性质的曲线所满足的微分方程:

(1) 曲线上任一点的切线与该点的径向夹角为零;

(2) 曲线上任一点的切线介于两坐标轴之间的部分等于定长 l;

(3) 曲线上任一点的切线与两坐标轴所围成的三角形的面积都等于常数 a^2;

(4) 曲线上任一点的切线介于两坐标轴间的部分被切点等分;

(5) 曲线上任一点的切线的纵截距等于切点横坐标的平方;

(6) 曲线上任一点的切线的纵截距是切点的横坐标和纵坐标的等差中项;

(7) 曲线上任一点的切线的斜率与切点的横坐标成正比.