



理科类系列教材

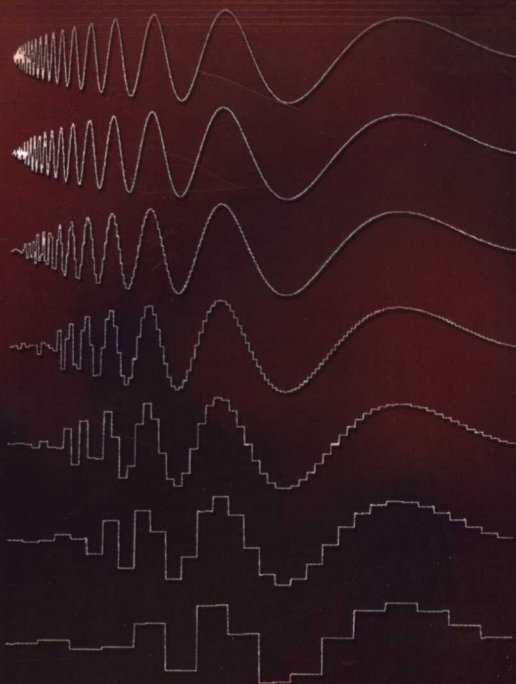


中文版

Statistical Modeling by Wavelets 统计建模的小波方法

□ Brani Vidakovic 著

□ 田 铮 译



高等教育出版社
Higher Education Press



理科类系列教材

中文版

Statistical Modeling by Wavelets

统计建模的小波方法

☐ Brani Vidakovic 著

☐ 田 铮 译



高等教育出版社

Higher Education Press

图字:01-2006-0933 号

Statistical Modeling by Wavelets / Brani Vidakovic

Copyright© 1999 by John Wiley & Sons, Inc.

All Rights Reserved. This translation published under license.

图书在版编目(CIP)数据

统计建模的小波方法 / (美)维达科维奇(Vidakovic
B.)著;田铮译. —北京:高等教育出版社,2007.3

书名原文:Statistical Modeling by Wavelets

ISBN 978-7-04-020461-2

I. 统… II. ①维…②田… III. 调和分析-应用-
统计分析 IV. C819

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 008984 号

策划编辑 于丽娜 责任编辑 崔梅萍 封面设计 张楠 责任绘图 朱静
版式设计 张岚 责任校对 张颖 责任印制 韩刚

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
印 刷	北京中科印刷有限公司		http://www.landaco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×960 1/16	版 次	2007 年 3 月第 1 版
印 张	22.25	印 次	2007 年 3 月第 1 次印刷
字 数	410 000	定 价	27.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 20461-00

出版说明

本书为高等教育出版社“世界优秀教材中国版”系列教材之一。

为了更好地优化、整合世界优秀教育资源,并通过本土化使其最大程度地发挥作用,丰富我国的教育资源,促进我国的教学改革,提高我国高等教育的教学质量,高等教育出版社决定出版“世界优秀教材中国版”系列教材。

“世界优秀教材中国版”系列教材具有以下特征:

1. 从全球各知名教育出版社精选最好的内容资源进行本土化改造,形成新的系列教材;
2. 由国内一流学者根据我国高等学校的专业设置、课程体系及教学要求,对所选资源进行英文改编或中文改编,使之更具教学适用性;
3. 围绕纸质版主教材,形成包括多媒体及网络资源与服务的整体教学资源集成方案,力争为广大师生提供最优的教学资源与信息服务。

希望该系列教材的出版能为我国高等学校教学改革和教育资源建设作出贡献。

高等教育出版社

2005年5月

译者的话

Statistical Modeling by Wavelets 一书是由原美国 Duke 大学统计学与决策科学研究所副教授、现美国佐治亚理工学院工业与系统科学学院教授 Brani Vidakovic 教授所著, JOHN WILEY & SONS, INC 于 1999 年出版的 WILEY 概率论与数理统计系列丛书之一。这本书部分地得到 Duke 大学美国国家自然科学基金资助(DMS-9626159)。

小波分析的问世不仅在数学发展史上写上了灿烂的一页,而且为信息与信号处理等应用领域提出了独特的时-频多尺度分析方法,小波分析的理论和方法在控制、通信、生物、物理、工程力学等工程技术领域以及金融、社会科学等领域得到了广泛的应用和发展,获得了令人瞩目的成就。

但是,将小波分析与随机数学这两个学科的理论与方法相融合的书尚不多见。2002 年,译者应香港大学统计与精算科学系邀请在进行合作科研中看到了《*Statistical Modeling by Wavelets*》一书,为其新颖内容和思路所吸引。随后在四年多的教学与科研实践中,译者系统地介绍了该书的基本理论和方法,使众多学生受益匪浅;同时译者与其所指导的博士、硕士研究生从这本书的内容和思想获得启迪,在国家自然科学基金和航空科学基金的资助下,做出了令人鼓舞的研究成果。

积译者四年使用这本书的教学与科研之经验,也积四年多来各类不同层次的本科生和研究生对这本书的反映,我们深感这本书是一本将小波分析与非参数统计、随机过程紧密结合,展示统计建模小波方法的优秀书籍。本书具有以下特色:

1. 本书以小波分析发展史中里程碑的成果为开篇,以大量的实例论述了小波分析方法分析问题、解决问题的主要思想和方法。阐述了小波与统计学的关系,立意新颖,思路清晰,这种先见森林后见树木的分析和处理问题的方法使得读者易于入门,易于理解和掌握统计建模的小波分析理论和方法。

2. 本书介绍了小波分析的基础理论知识,例如,连续小波变换、离散小波变换以及小波变换的某些推广,Coiflets、双正交小波、小波包、最优小波基、周期小波变换和多分辨重小波变换等;同时涵盖了随机数学必需的基础知识,例如,一些重要的函数空间、平稳时间序列、长记忆过程等基础知识。

3. 本书以丰富的实例深入浅出、循序渐进地论述了基于统计建模的小波分析理论与方法,其中包括:小波收缩、密度估计、小波域中的 Bayes 建模、小波与随机过程和时间序列中的小波方法等,便于读者理解和掌握这些方法。虽然译者开设课程的学时及学生的层次参差不齐,但是在课程结束时学生都能自如地自行编制程序完成图像处理和信号处理,效果很好。

4. 对于所涉及的前沿研究内容,本书给出了大量的参考文献目录,读者不必耗费时间在浩瀚的文献中寻找所需文献。应特别指出的是本书几乎将非参数统计与时间序列分析前沿研究的重要方向及其相关的文献逐一明确列出,如时间序列的变点估计,非线性多尺度时间序列等,以“会当凌绝顶,一览众山小”的气概统领全书,将会有更多读者从中受益。

5. 内容安排模块化,从第二章到第十一章均附有难度不一的习题,另又给出可直接从互联网上下载数据集和 S-Plus 小波包程序的网址,便于读者学习和使用。

原书也有不足之处,如存在公式书写错误、编号错误,有的英文句子表述或不够流畅、或不准确、或语法不对等。这些问题在译著中都一一进行了订正。

全书共分十一章和两个附录以及一个中英词汇对照。第一章介绍了小波分析发展史中里程碑的成果,以大量的实例论述了小波方法分析、解决问题的主要思想和方法,阐述了小波与统计学的关系。第二章介绍了某些重要的函数空间,再生核 Hilbert 空间,Fourier 变换基本性质和信号处理的基本理论。第三章给出了小波分析必需的基础理论知识以及某些重要的小波及推广。第四章介绍了离散小波变换和作为线性变换的离散小波变换。第五章介绍了 Coiflets 的构成、双正交小波、小波包、周期小波变换和多变量小波变换等内容。第六章介绍了小波收缩,包括小波非线性收缩的阈值方法,阈值准则及如何选择阈值等。第七章介绍了小波密度估计,包括非线性小波密度估计、非负小波密度估计以及其他方法。第八章给出了小波域中的 Bayes 方法。第九章介绍了小波与随机过程,如,平稳过程的小波变换,平稳时间序列的小波谱等。第十章介绍了小波基随机变量与密度。第十一章介绍了小波在统计学中多方面应用,给出小波分析的软件和数据集和 S-Plus 小波包程序的网址。

本书可作为工科和理科本科生、研究生的教材,也是广大科技工作者一本有重要价值的参考书。译者向广大读者推荐这本书,旨在希望它不仅成为读者学习统计建模小波分析理论和方法的“捷径”,而且成为迈向非线性科学前沿研究

领域的“阶梯”。

译著的第一章到第十一章由田铮完成,其中周强锋参加习题的初期工作,杨政和周强锋负责中英词汇对照的部分工作,田亚爱参加第六章的部分工作。吴曦、齐培燕、丁明涛、黄维和钱江也为初稿的校对和录入工作付出辛勤的劳动。全书的统稿和定稿由田铮负责。

本译著得到国家自然科学基金(项目批准号:60375003)和航空科学基金(项目批准号:03I53059)研究项目的资助。

本书是教育部高等工科院校工科数学课程指导委员会立项的项目《概率统计系列课程改革的实践》的内容之一,也是西北工业大学立项的项目《随机数学系列课程改革的实践》的内容之一。

本书的出版得到高等教育出版社高等理工出版中心数学分社热情支持和帮助,李艳馥、于丽娜和崔梅萍编辑为出版付出辛勤劳动,谨表示诚挚的感谢。对审稿专家以及李小斌等所有研究生提出的建议表示感谢。对所有参与者表示谢意。

田铮

2006年11月于西北工业大学

E-mail: zhtian@nwpu.edu.cn

前 言

仅仅两个月以前天文学家们还不知道它。但是现在他们指出 Hyakukake 将是令人印象最深刻的彗星,这是由于 400 年以前发明的望远镜。(Herald Sun, Durham, NC. 1996 年 3 月 24 日。)

小波分析的起源可追溯到 20 世纪初。可是通常被理解为一类产生局部正交基的系统方法的小波理论,近来已与许多不同领域的现存理论及某些重要发现结合在一起。小波作为数学研究的对象,许多科学领域中都有各自的解释与应用,而最值得注意的是小波分析在信号处理、非参数函数逼近和数据压缩等领域中的应用。20 世纪 90 年代初期,Donoho 和 Johnstone 及其合作者发表了一系列的论文,表明了小波是关于去噪问题、回归问题以及密度估计问题的合理的数学工具。随后,小波的研究逐步拓展到范围宽广的统计问题。

本书面向统计学和数学系的本科生和研究生,以及统计工作者和对统计感兴趣的工程人员。特别是它可以作为以讲述小波分析和统计推断相结合的小波课程入门的教材。必要的数学背景是精通高等微积分和线性代数。本书内容对高年级本科生和统计学、数学研究生以及工程研究生是有用的。

本书的素材来自于 Duke 大学关于多尺度方法的专题课程的讲义,内容分为两部分:第一—五章介绍小波分析的有关内容;第六—十一章介绍基于小波的统计建模。其中第一章和第二章介绍本书所必需的基础数学知识,第三章和第四章分别介绍了连续和离散小波变换,第五章涵盖了小波的某些重要拓展,包括 coiflets、双正交小波、小波包、平稳小波、周期化的小波以及多维小波等内容。

第六—十一章的内容是面向数据。其中第六章是本书的关键内容,涵盖小波收缩的理论和应用,第七章论述了小波密度估计的重要理论问题,第八章讨论小波域中 Bayes 方法,第九章介绍了时间序列的小波建模,第十章涵盖了小波基随机函数和密度的概率性质和模拟性质,第十一章介绍了在统计学中一些新颖

而重要的小波应用。

我着眼于一本更现代风格的书,代替附有书中的数据集和程序的附录,相应的网页是:

<http://www.isds.duke.edu/~brani/wiley.html>.

该网页包含所有的数据集、函数和程序。

期盼读者从此书中受益,欢迎对本书的评论、建议、修改及批评意见。

Brani Vidakovic

Duke 大学

统计学与决策科学研究所

Durham, 1999 年 2 月

致 谢

本书的面世是在许多人的支持下才得以实现。首先,我对 Duke 大学统计学与决策科学研究所 (ISDS) 的同事们表示感谢,在该研究所的支持下开设了小波基础统计学课程。前来听课的学生很耐心而且很理解将研究学术论文变为一门课程讲稿的困难之所在,他们的热忱与勤勉使我难以忘怀。本项目是 1997 年 Duke 大学通过技术与科学委员会资助的项目,并且也是部分地得到 Duke 大学的国家自然科学基金资助的项目 (DMS - 9626159)。图 1.10 是得到 St. Petersburg, Florida 的 Saluador Dalí Museum 的允许下复制的。

许多同事以不同方式支持了这本书,他们是: Anestis Antoniadis, Tony Cai, Merlise Clyde, Lubo Dechevsky, Iain Johnstone, Gabriel Katul, Eric Kolaczyk, Pedro Morettin, Peter Müller, Giovanni Parmigiani, Marianna Pensky, David Rios, Fabrizio Ruggeri, Rainer von - Sacks, Naoki Saito, Yazhen Wang 和 Gilbert Walter, 这里仅列举了小部分。软件与 Hong Ye Gao 和 Andrew Bruce 的合作是富有成效的,关于 S-Plus 的 St 模版几乎用于所有计算例子、数字和计算之中。我对 Wiley 出版社的 Alison Bory, Angioline Loredó 和 Steve Quigley 的热忱帮助表示感谢。感谢 Duke 大学博士生在充实讲稿内容方面所做的工作。

最后,最诚挚的感谢送给我的家庭,感谢他们一贯的支持。

目 录

第一章 引言	1
1.1 小波的发展	1
1.2 小波的“革命”	5
1.3 小波与统计	14
1.4 一个示例:California 地震	16
第二章 预备知识	19
2.1 概要	19
2.2 Hilbert 空间	20
2.2.1 投影定理	21
2.2.2 正交集	22
2.2.3 再生核 Hilbert 空间	24
2.3 Fourier 变换	24
2.3.1 基本性质	25
2.3.2 Poisson 求和公式与采样定理	26
2.3.3 Fourier 级数	27
2.3.4 离散 Fourier 变换	29
2.4 Heisenberg 测不准原理	29
2.5 一些重要的函数空间	30
2.6 信号处理的基本理论	32
2.7 习题	33
第三章 小波	35
3.1 连续小波变换	35
3.1.1 基本性质	36
3.1.2 关于连续变换的小波	39

3.2	连续小波变换的离散化	41
3.3	多分辨分析	42
3.3.1	小波函数的推导	46
3.4	一些重要的小波	48
3.4.1	Haar 小波	48
3.4.2	Shannon 小波	50
3.4.3	Meyer 小波	52
3.4.4	Franklin 小波	56
3.4.5	Daubechies 紧支撑小波	61
3.5	一些推广	67
3.5.1	小波的正则性	67
3.5.2	最小非对称性 Daubechies 小波; Symmlets	71
3.5.3	函数空间的逼近和特性	72
3.5.4	Daubechies - Lagarias 算法	74
3.5.5	矩条件	75
3.5.6	插值(基数)小波	76
3.5.7	小波的 Pollen 型参数化	77
3.6	习题	79
第四章	离散小波变换	83
4.1	引言	83
4.2	级联算法	87
4.3	离散小波变换的算子符号	90
4.3.1	作为线性变换的离散小波变换	95
4.4	习题	97
第五章	一些推广	98
5.1	Coiflets	98
5.1.1	Coiflets 的构成	99
5.2	双正交小波	102
5.2.1	双正交小波基的构造	105
5.2.2	B-样条小波	107
5.3	小波包	110
5.3.1	小波包的基本性质	111
5.3.2	小波包库	115
5.4	最优基的选择	117
5.4.1	一些损失度量和最优基算法	118

5.5	ε -抽取和平稳小波变换	120
5.5.1	ε -抽取小波变换	121
5.5.2	平稳(非抽取)小波变换	122
5.6	周期小波变换	125
5.7	多变量小波变换	127
5.8	讨论	133
5.9	习题	135
第六章	小波收缩	139
6.1	收缩方法	140
6.2	线性小波回归估计	141
6.2.1	小波核	141
6.2.2	局部常数拟合估计	142
6.3	最简单小波非线性收缩: 阈值	146
6.3.1	变量选择和阈值	147
6.3.2	Oracular 风险的阈值准则	147
6.3.3	如何利用小波收缩	149
6.3.4	小波收缩估计量的几乎必然收敛	152
6.4	广义最小最大示例	154
6.4.1	小波域中的最小最大结果	155
6.5	阈值策略和阈值准则	156
6.5.1	阈值准则的精确风险分析	156
6.5.2	$\hat{f}$ 的大样本性质	158
6.5.3	其他一些收缩准则	159
6.6	如何选择阈值	161
6.6.1	Mallat 模型和诱导分位数阈值	161
6.6.2	通用阈值	162
6.6.3	基于风险的 Stein's 无偏估计的阈值	166
6.6.4	互确认	167
6.6.5	作为检验问题的阈值	168
6.6.6	Lorentz 曲线阈值	169
6.6.7	块阈值估计	172
6.7	其他方法和参考文献	173
6.8	习题	178
第七章	密度估计	180
7.1	正交序列密度估计量	180

7.2	小波密度估计	182
7.2.1	δ -序列密度估计量	182
7.2.2	线性小波密度估计的偏差和方差	185
7.2.3	更一般条件下的线性小波密度估计	186
7.3	非线性小波密度估计	187
7.3.1	全局阈值估计	188
7.4	非负密度估计	189
7.4.1	密度的平方根估计	190
7.4.2	非负小波密度估计	194
7.5	其他方法	196
7.5.1	多元小波密度估计	196
7.5.2	回归问题的密度估计	197
7.5.3	互确认估计	198
7.5.4	多尺度估计	199
7.5.5	密度导数的估计	200
7.6	习题	200
第八章	小波中的 Bayes 方法	203
8.1	引例	203
8.2	平滑收缩	206
8.3	Bayes 阈值化	210
8.4	MAP 原理	211
8.5	密度估计问题	213
8.6	完全 Bayes 模型	216
8.7	讨论与文献	219
8.8	习题	221
第九章	小波与随机过程	223
9.1	平稳时间序列	223
9.2	小波与平稳过程	224
9.2.1	平稳过程的小波变换	224
9.2.2	平稳过程的白化	225
9.2.3	拟 Karhunen - Loève 展式	226
9.3	谱密度估计	229
9.3.1	Gao 算法	230
9.3.2	非 Gauss 平稳过程	233
9.4	小波谱	235

9.4.1	平稳时间序列的小波谱	235
9.4.2	量图和周期图	237
9.5	长记忆过程	238
9.5.1	小波和分形 Brown 运动	238
9.5.2	自相似过程的谱指数的估计	240
9.5.3	fBm 过程小波变换的白化性质的量化	242
9.6	讨论与参考文献	243
9.7	习题	243
第十章	小波基随机变量与密度	246
10.1	作为密度的尺度函数	246
10.2	小波基随机变量	247
10.3	小波随机密度	252
10.3.1	树算法	253
10.4	小波基随机密度的性质	254
10.5	具有约束的随机密度	256
10.5.1	光滑性约束	256
10.5.2	对称性约束	257
10.5.3	峰约束	257
10.5.4	偏斜化随机密度	257
10.6	习题	259
第十一章	小波在统计学中的多方面应用	262
11.1	去卷积	262
11.2	拟小波分解	265
11.3	寻踪方法	266
11.4	次序统计量的矩	271
11.5	小波与统计湍流	272
11.5.1	K41 定理	273
11.5.2	Townsend 分解	275
11.6	关于小波分析的软件和 WWW 源	277
11.6.1	商业小波软件	277
11.6.2	免费软件	278
11.6.3	一些 WWW 资源	279
11.7	习题	280
参考文献		281
记号索引		315

作者索引	318
英汉对照表	324

本章我们给出小波历史的简单回顾,列举了小波在统计中的应用,并且给出一个实例,该例强调了小波在数据处理中的特殊性.该例中的小波方法与相应的传统方法进行了比较,读者可能会遇到一些不熟悉的术语或未定义的名词,这些术语将在后续章节中给出定义或利用一般的示意图予以说明.

1.1 小波的发展

小波的发展不仅源于一些熠熠生辉的发现,而且也源于早已存在于各个领域中的概念和理论.本节我们给出在小波发展史中的某些重大里程碑的简单历史回顾.

函数级数概念的起源应追溯到 19 世纪初,1807 年法国数学家(也是政治家)Jean-Baptiste-Joseph Fourier^①(见图 1.1(a))将一个定义在 $[-\pi, \pi]$ 上的连续、周期函数 $f(x)$ 分解为级数

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

其中系数 a_n 与 b_n 分别由下式定义

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, \quad n = 1, 2, \dots$$

有趣的是:当 Fourier 发现这个展开式的时候,还没有给出函数概念的精确定义.

第一个“小波基”是在 1910 年由 Alfred Haar 发现的(见图 1.1(b)),Haar 证

^① Jean-Baptiste-Joseph Fourier 的 *Theorie analytique de la chaleur*(热学数学理论)一书开创性给出解热传导边界问题的简单方法.