

几何与数理逻辑

汤噪真文集

TANG ZAOZHEN WENJI



北京师范大学出版社



汤臻真文集

几何与数理逻辑

李仲来 / 主编



北京师范大学出版社

2007·北京·

图书在版编目(CIP)数据

几何与数理逻辑/汤璟真著,李仲来主编.—北京:北京师范大学出版社,2007.4

(汤璟真文集)

ISBN 978-7-303-08453-1

I. 几… II. 汤… III. ①几何②数理逻辑 IV. 018.0141
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 029731 号

出版发行:北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn

北京新街口外大街 19 号

邮政编码:100875

出版人:赖德胜

印刷:北京新丰印刷厂

经销:全国新华书店

开本:155 mm × 235 mm

印张:15.25

插页:2

字数:235 千字

印数:1~2 000 册

版次:2007 年 4 月第 1 版

印次:2007 年 4 月第 1 次印刷

定价:35.00 元

责任编辑:岳昌庆 装帧设计:贾刚

责任校对:李函 责任印制:董本刚

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话:010-58800697

本书如有印装质量问题,请与出版部联系调换。

出版部电话:010-58800825



▲ 汤臻真 (1898-02-03 — 1951-10-09)

▼ 1926 年在德国柏林大学获博士学位时合影(前第 1 排右坐者第 1 人)





◀ 1947年回到湖南家乡探亲照

▼ 1948年2月50岁生日照

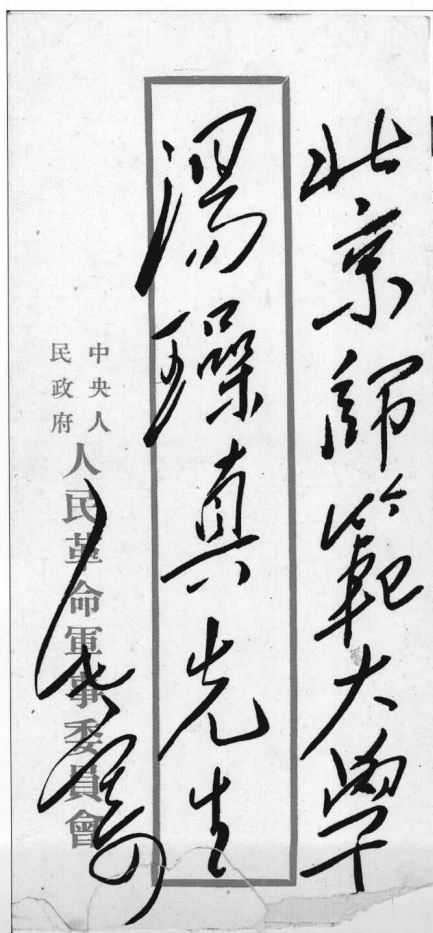


▼ 1948年2月在安徽安庆与安徽大学数学系师生合影(前第1排左坐者第5人)





▲ 1949 年在北京的一次聚会。前排左起：段学复，杨武之，李恩波，陈荃民，汤臻真，庄圻泰；后排左起：吴大任，郑之蕃，刘景芳，傅种孙，闵嗣鹤，***，程廷熙。



► 1951 年毛泽东主席给汤臻真回信的信封。

一九五〇年國慶節



▲ 1950年在北京的北京师范大学校友的合影。前排左起：汤臻真，***，刘薰宇，陈荃民，***；后排左起：汪如川，韩满庐，傅种孙，郑德平。

▼ 1948年2月在安徽安庆与夫人张敬之，儿子汤川森和汤湘森，女儿汤忠琦和汤贵森的合影。



▼ 1948年2月在安徽安庆住所内与家人和友人的合影。



序

一

学习汤璟真老师部分数学 论著的点滴体会

汤璟真先生是我国著名的前辈数学家,生于1898年2月,祖籍湖南省湘潭县(现韶山市),1919年毕业于北京高等师范学校(北京师范大学前身)数理部,1923年去德国留学,先后在柏林大学和哥廷根大学从事数学学习及研究,曾跟随著名几何学家 W. Blaschke 做研究工作,于1926年回国,长期在武汉大学任教,后于1948年受邀回母校北京师范大学(当时名为北平师范学院)任教,并曾兼任教务长、代理校长。不幸于1951年10月因急病逝世。

汤先生对多种数学学科深有研究,并在物理、天文方面也有研究。关于汤先生生平事迹及学术贡献的较详情况,在《中国现代数学家传》第一卷(程民德主编,江苏教育出版社,1994)中有专文记述,在其他书刊中也有不少记载及论述。本书是汤先生众多论文的一个选集,由我学院李仲来教授搜集及整理,并任主编。笔者是汤先生晚期的一个

学生(于1948年才见到汤先生),学识平庸,并且对汤先生的有些论著并未读过.仅仅是由于多年受教于汤先生的前贤们大多出身于武汉大学,不易联系,所以李教授要我文简介本书的内容.我深感此任务艰难,但又觉义不容辞,只得不揣浅陋,遵嘱略述学习汤先生部分论著的点滴体会如下.

(一)

汤先生的“自然几何”一文,是对他在德国柏林大学和哥廷根大学做研究工作时所写论文(笔者未见过)的摘要性介绍.据汤先生说,此文略去了原论文中用到分析数学的部分以及原论文中其他诸定理的证明,以便于读者更快地了解他所提出的“自然几何”思想和所得诸内容的概况.

在此文的第一章中,汤先生把研究数学的方法分为两种:一种是发展旧路,另一种是开辟新路.“自然几何”就是他在几何学研究中“开辟新路”所得的一种几何学.(它与人们通常见到的各种几何的根本不同之处,读者看后即知.)

“开辟新路”是汤先生研究数学的主要特点(这一特点,在汤先生的其他很多论文中也常常显露出来),这也反映了汤先生掌握的数学面广,思想灵活,善于把各种数学方法联合应用.这种“把各种方法联合应用”去处理科学问题的思想,是十分值得我们仿效的.

(二)

“数理玄形学”一文,是一种把欧氏平面上的点和图形与 Gauss 平面上的点和图形联合起来讨论的论文.为此,汤先生提出了(平面上的)“玄点”“玄形”等一系列新概念,并得出有关这些新概念的新结论.文中主要是用代数方法(也用到一些分析数学)进行讨论(他并指出,在直线上以及高于二维的空间内也可作类似的研究).汤先生把他的这些研究总名为“数理玄形学”.

由于当复数的虚数部分为0时就成为实数,所以“数理玄形学”可说是欧氏几何的一种推广.此外,本文也是一种“开辟新路”的工作,对我们有着启发思想和方法示范的作用.

(三)

“天体几何学初步研究”一文,并不是关于我们所在宇宙的几何研究,而是一种关于球的几何学.如文中所说“凡有南北极可分之球名曰天体”,对于这些“天体”,文中还(仿照天文学)定义了它们的轴、中心、赤道等名称.汤先生还进一步定义了不少概念,包括例如由“天体”组成的“直线”和它们的“宽”,由“天体”组成的“平面”和它们的“厚”,等等.文中证明了关于这类概念的一些定理.

本文也是一种“开辟新路”性的研究.文中未谈这种研究的应用,但笔者有一种模糊的感觉(并非由于本文题目而产生的),就是:这种研究至少可能对天文学的理论性研究有参考作用.(关于这种感觉的来由,请参看笔者在该文后面的附注.)

(四)

在“微分学的几个根本问题”“显微镜下无限小的看法”“微分严密的直观意义”三文中,汤先生依次谈了他对于数学分析中的基本概念“无限小”“微分”以及偏微分符号中的 $\partial_x, \partial_y, \dots, \partial_x^2, \partial_y^2, \dots$ 的一些看法,以及这些看法在处理各种微分公式时的应用.这些看法都可供有关的师生参考.

(五)

在“算学的共同基础”一文中,汤先生介绍代数与几何中共同应用的一些基本逻辑规则,并初步介绍代数与几何中各自的部分原始概念及基本公理.然后他又从近代数学中对公理方法的抽象观点强调:原始概念没有定义,基本公理没有证明.在“近代数学思想”一文中,汤先生首先说明:在公理数学中需要有一些不加定义的基本概念(即上文中的“原始概念”)和一些不加证明的公理(即上文中的“基本公理”)作为逻辑论证的出发点,并指出这是罗素(B. Russell)关于近代数学的基本观点.然后又举了两组公理和一些简单的例子来说明公理组的相容性(文中称为谐和性或并立性)及独立性.此文内容简要而说理十分透彻,是一篇向初学者介绍公理方法的好文章.

(六)

汤先生的“好几个题和一个秘诀”“秘诀的披露”“第五原则及其应用”“The nine circle theorem and the enlarged geometry”诸文, 是对于“扩大几何”的介绍. 什么是“扩大几何”? 读者从诸文中的例子就可看到, 它是通常欧氏几何内容的推广, 但它也是欧氏几何的一部分, 是很有趣的一部分. 对于三维以及更高维的欧氏空间, 也存在类似的扩大几何. 另外, 扩大几何也可看作是汤先生的“自然几何”的一部分.

扩大几何中蕴涵着重要的辩证法思想: 它符合人们在研究实际事物的形状时, “先从事物间形状关系的经验性认识初步抽象到一种严密理论(例如在接近二维时, 从各种细长纸条等抽象为两点间的直线段等, 从而研究抽象的点线等之间的平面几何学), 再由此理论进一步用严密方法作出更接近实际的理论(例如把平面几何中的点用汤先生如上的方法去扩大)”这样的辩证发展步骤. 与此类似的思想, 又可进一步施行于立体几何理论, 使之更接近于实际的绳索(拉直的)、木棒及类似于板状、球状等物体.

扩大几何的思想, 也可反复地应用: 由欧氏几何的定理 A_1 扩大为定理 A_2 后, 又可由 A_2 扩大为更复杂的定理 $A_3 \cdots \cdots$ (当然, 这样去做的理论和实际意义可能就不大了.)

在汤先生的上述英文论文中, 美国数学月刊的编者在附注中指出: 扩大几何虽然是已知的几何变换的一种应用, 但这种应用并未曾被其他几何学家们注意到. 在这种意义上说, 我们应该认为扩大几何是汤先生对几何学的一种有趣的贡献.

此外, 在《傅种孙数学教育文选》(李仲来主编, 人民教育出版社, 2005)中, 还有傅种孙先生继汤先生一次有关的讲演后, 所作的把扩大几何往非欧几何等方面的各种推广, 读者可以参看.

在吴尊文先生整理的汤先生另一次讲演稿“扩大几何学”中, 更着重指出可以把“负扩大点”“负扩大直线”等概念引入扩大几何. 这就更明显地表明, 扩大几何是“自然几何”的一部分.

上述这些论文, 也都是汤先生用“开辟新路”的思想得出的结果.

(七)

汤先生的“绝对微分学的一个难关”一文,介绍了他与世界著名数学家 Levi-Civita 多次通信讨论后者所著《绝对微分学》一书(原为意大利文,有汤先生据德译本中译,商务印书馆,1951)中存在的一个问题.直到 Levi-Civita 第五次回答汤的第五次信时,才承认了所建议的论证方法更好(文中附述了第五次往来原信的主要内容).笔者对绝对微分学是外行,但对于汤先生为了坚持数学真理而与大数学家争辩到底的精神十分敬佩!

汤先生的上文发表后,孙泽瀛先生对于汤先生的论证也有疑问,与汤先生往返通信讨论,最后孙也承认了汤先生的论证方法更好.“答复‘绝对微分学的一个难关’之疑问”一文,就是介绍诸信的内容.汤先生发表此文,也可使其他有同样疑问的读者明了汤先生前文的论证.

此外,汤先生的“论时空中之最短线及最短零线”一文,也是他指出《绝对微分学》一书中关于四维时空中最短线的讲法说理不够清楚而提出的改进意见,并提出了“最短零线”的概念.

(八)

汤先生的“A paradox of...”“The theorem...”“Algebraic postulates and...”是三篇数理逻辑论文,其中研究 C. I. Lewis 与 C. H. Langford 在其合著的《Symbolic Logic》一书(Dover, New York, 1932)中提出的一种模态逻辑系统.

在“The theorem...”中,证明了上述系统中一条新的形式定理:‘ $p \rightarrow q \cdot \cdot \cdot pq = p$ ’.这是对上书的一个补充.作者还说明了:这一形式定理在按照 Lewis 等所作解释之下的含义,不同于 E. V. Huntington 在一文(见 Bull. Amer. Math. Soc., 40(1934), p. 729)中提出的关于此模态逻辑系统与传统二值逻辑系统之间一种类似的联系的含义.

在“A paradox of...”中,证明了上述系统的一个貌似奇怪的性质.在证明过程中,借用了上文中一批形式推演的结果.

在“Algebraic postulates and...”中,首先给出了上述系统的一种布尔环表示,随后又从集论拓扑的观点给出上述系统中一些概念的一种几何

解释.文中还附述了一些其他有关的结果.

汤先生是我国最早发表数理逻辑论著的很少数学家之一,这三篇论文是汤先生在这方面的代表作.

(九)

中学高年级以上的学生都知道,对于平面几何中的难题,用解析几何的代数方法比较容易解决,但很少有人想到把平面几何中一些常用的点、线、圆的解析公式尽量多写出来(当然,教科书中有一部分),以便应用.(对于立体几何,也有同样的问题.)

汤先生的“三角形内切圆及旁切圆之解析公式”一文,就是在这方面做的一个示范性工作,文中求出了平面上任一三角形的内切圆及旁切圆的解析公式.此文中提到段桂棠先生一文,也是这方面的工作,而此文改进了段文的内容.

* * * * *

以上是笔者对汤老师诸文的点滴体会.还有些体会和看法,附在书中一些论文的后面.这些都希望读者批评指正.

王世强

2005年11月8日

序
二

1985年9月初,我国第一届“教师节”前夕,在北京师范大学主楼前有一排精心布置的玻璃橱窗,格外引人注目.橱窗内悬挂着该校从清末建校至“文革”以前(1966年前)历任校长的大幅照片.在倒数第三幅的下面,有两行简短的文字:汤璟真(1898~1951),湖南湘潭人,我国现代数学家、教育家,1949年1月至1949年5月任代理校长.

汤璟真是我国最早的现代数学家之一.他是中国数学会1935年成立大会上选出的首届评议委员,也是1936年第二次年会当选并在1940年第三次年会上连任的理事.他一生质朴恬淡,不求闻达,在高等教育园地里辛勤耕耘32载,培养了大量的人材.

他对数学有很深的造诣,但由于辞世过早,在当代青年中知道这位甘为孺子牛的先生的人,已经很少了.

(一)

汤璟真别号孟林, 1898年2月3日(清光绪二十四年农历正月十三日)生于湖南省湘潭县(现韶山市)云源村一个普通农民的家里。他是长房嫡孙, 因而在家族中享有特殊的地位。自幼聪明好学, 深受父母和族中长辈的喜爱。依靠家里省吃俭用和族人的接济, 他在湘乡东山学校读完了小学。因为学业成绩优异, 曾两次跳级。15岁那年, 他考进长沙红光师范学校, 从此离开了家。1915年他以优异成绩考入北京高等师范学校(北京师范大学前身)数理部。

学生时代, 汤璟真生活非常俭朴, 读书极为勤奋刻苦。每天黎明即起, 万籁俱静的清晨, 当同学们还在梦乡里的时候, 他总是悄悄地起床跑到室外, 独自专心致志地看起书来。这种晨读习惯一直保持到晚年。由于家境不宽裕, 他上学时只有很少几件衣服, 勉强够换洗。在北京高等师范学校上学时, 尽管有件免费的大衣, 而里边穿的棉衣却买不起。北京的冬季漫长而寒冷, 没有棉衣御寒是很难熬过去的。同学们发现汤璟真经常到操场上跑步、翻杠子……回到宿舍有时头上还冒着热气。他靠这种办法来取暖和增强抗寒能力。

这个来自穷乡僻壤的农家子弟, 表面看上去温和沉静、寡言少语, 心中却燃烧着一团火。他深深懂得穷苦孩子上学之不易。他心里想, 将来总会有那么一天, 祖国的大地上鲜花盛开, 孩子们带着幸福的微笑, 手拉着手走进学校, 在宽敞明亮的教室里上课。他暗暗发誓, 有朝一日一定要在家乡亲手创办一所学校, 实现自己为家乡人民造福的愿望。

汤璟真从小喜欢游泳。小学时他常和伙伴们一起在池塘里游水嬉戏。伙伴当中有一位和他很要好的同学, 他就是毛泽东。

汤璟真还喜欢吹箫。离家后, 他常借吹箫寄托对家乡的眷恋, 有时吹着吹着竟情不自禁地流出眼泪。他对家乡的父老兄弟姐妹感情很深。母亲病故时, 他星夜赶回家, 在母亲的遗体前哭得晕了过去。几天几夜不吃不睡为母亲守灵。父母养育之恩他从小就铭刻于心, 唯恐日后不能报答。在家乡, 他孝敬长辈、扶助亲友邻里的美德, 有口皆碑。

学生时期, 汤璟真对民族英雄岳飞、文天祥等人十分崇拜, 常以这些人的诗词激励自己。他的爱国主义思想在这一时期即已形成。他积极参加

伟大的“五四运动”.在与北京高等师范学校同学一起游行时,前进中遭反动军警殴伤.他结识了许德珩等学生运动的领袖,后来并参加了由许德珩领导的九三学社,成为九三学社早期社员之一.

(二)

1919年汤霖真从北京高等师范学校毕业后在北京女子高等师范学校(即女师大)任教.一年后升任讲师和级主任.1920年至1923年曾在北京大学兼课.他工作勤奋努力,表现出良好的教学能力.

汤霖真的数学天资,早在学生时代就已显露出来.大学3年级时著《级数论》,1919年由北京高等师范学校出版.它被认为是汤霖真早期成名之作.从此,他在数学王国里大胆探索,不断进取.

1923年底,汤霖真因出色的工作成绩经选拔被派往德国,先后在柏林大学和哥廷根大学从事数学研究.他的研究工作受到德国同事们的尊重和好评.在一张与来自各国同事们的合影上,他作为唯一的中国学者被请到前排就座.汤霖真一直珍藏着这张照片,并在其后另附一张纸,把照片上每个人的名字记下来.他在德期间,结识了很多朋友,回国后很长一段时间仍与他们保持书信往来.

汤霖真在德国曾跟随著名的几何学家布拉施克(W. Blaschke)做研究工作.他对布拉施克的著作颇有研究.回国后在国内创教德文原本的先例,所授课本即布拉施克所著《微分几何讲义》(Vorlesungen Über Differential Geometrie)第一卷.

1926年汤霖真谢绝了德国朋友们的挽留,与章伯钧等人同时回到了日夜思念的祖国.归国后,年仅28岁的汤霖真任国立武昌大学(武汉大学前身)教授.

1928年武昌大学解散,汤霖真到上海,曾在江湾永义里附近的国立劳动大学、暨南大学和交通大学等校任教.两年后武昌大学恢复,他又回到武大任教.

在我国早期现代数学家中,汤霖真也是研究微分几何的开拓者之一.在武大工作期间,他在这一研究领域做了大量工作.

(三)

汤璟真精通英语和德语,还懂法语.他潜心钻研数学,埋头著译,先后发表了一系列著述,如《新几何学》(即《扩大几何学》)、《微分学的几个根本问题》、《数理玄形学》、《绝对微分学的一个难关》等.此外,还翻译《集合理论几何学》等书.

1931年,汤璟真研究并翻译罗马大学教授、著名数学家列维-齐维塔(Levi-Civita)所著《绝对微分学》,曾与原著者多次讨论绝对微分学中一些疑难问题.他对问题独到的见解,使原著者非常佩服.1935年2月,汤璟真填写“研究专门学术人员调查表”,在“本人工作心得与兴趣趋向或其他感想”一栏中,记述了这样一段经历:曾与数学界名流韦尔(Weyl)、施乌顿(Schouten)、列维-齐维塔、杜斯切克(Duschek)等屡次讨论绝对微分学,其结果作成《绝对微分学的一个难关》一文,登在《武汉大学理科季刊》上,此可算为本人心得且为比较有兴趣之事.

在武汉大学任教时,汤璟真曾把“拉盖尔几何”(Laguerre Geometry)的研究成果张贴在教室里,引起同学们很大的兴趣.1937年中央大学、武汉大学和浙江大学联合招生,数学命题由汤璟真担任,其中一题即是从“拉盖尔几何”里取来的.

汤璟真无论做数学研究工作还是教学都极为勤奋努力.他好深思,思维敏捷而大胆,作风严谨而认真.他的这种数学家的良好素质是在多年的教学和研究工作中自然形成的.

他讲课深入浅出,循循善诱,既重视基础理论又鼓励学生敢于创新.他自己就是在研究工作中不断创新并有所突破的.这一时期他研究成果颇丰,很有新颖见解,可惜限于当时的环境和条件,许多研究成果没有能够及时整理出版.

(四)

抗日战争中,汤璟真随武大迁四川乐山.后来在贵州榕江遭遇大水,一家数口死里逃生.他最为痛惜的是自己多年积累的藏书和几篇尚未完成的著作都付之东流了.

在那战火纷飞的年代,汤璟真与武大的师生员工们在一起同生死、共