



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

信号与系统

第二版

于慧敏 等编著



化学工业出版社

本书全面系统地论述了信号与线性时不变系统分析的基本概念、基本理论和基本分析方法及其应用。本书在第一版的基础上,增加了大量 Matlab 程序,系统地论述了如何用 Matlab 对信号与系统进行分析和仿真。全书共 9 章,内容包括:信号与系统的基本概念,LTI 系统的时域分析,连续时间信号与系统傅里叶分析,离散时间信号与系统傅里叶分析,调制与采样,S 域分析,Z 变换,系统理论,状态变量分析。

全书在取材上注重内容和结构的完整性,着重于信号分析和系统分析,加强了与信号处理和系统设计等领域的联系,增加了一些在工程上有着广泛应用背景的基本概念和基本分析方法,尤其是著名仿真软件的引入。同时,在取材上也体现了课程应用领域的演变,课程教学和内容安排上的发展,注重经典理论与新技术的融合。教材内容适用于不同学时的教学课程,可根据不同学时和教学要求,灵活组合授课内容。

本书可作为通信工程专业、信息工程专业、电子信息工程专业、自控类和计算机专业等工科或理科信号与系统课程的教材,也可以供从事信息获取、处理、传输等相关专业学习和工作的研究生、教师和科技工作者参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号与系统/于慧敏等编著.—2 版.—北京:化学工业出版社,2007.8
普通高等教育“十一五”国家级规划教材
ISBN 978-7-5025-9596-8

I. 信… II. 于… III. 信号系统-高等学校-教材
IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 133078 号

责任编辑:唐旭华 郝英华
责任校对:王素芹

装帧设计:潘峰

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)
印 装:北京中科印刷有限公司
787mm×1092mm 1/16 印张 24 $\frac{1}{4}$ 字数 678 千字 2008 年 1 月北京第 2 版第 1 次印刷

购书咨询:010-64518888 (传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价: 38.00 元

版权所有 违者必究

前 言

本书在第一版的基础上,对内容做了些调整,其体系层次与第一版基本相同,仍然坚持以讲述确定性信号经由线性时不变系统处理或变换的基本概念、基本原理和分析方法为主的方针,以通信、信息、电子信息、控制工程和计算机科学为主要应用背景,理论阐述和实例分析并重,体现课程应用领域的演变和与新技术的融合。内容包括连续时间信号与系统和离散时间信号与系统,在许多内容的阐述和分析过程中,使用了 Matlab 软件工具,使得通过本书的学习,读者能够较全面掌握信号与系统基本分析方法和 Matlab 软件工具在信号与系统分析中的应用。

在全书内容的处理上,沿用了第一版的处理方法,即用统一概念来处理全书,在连续时间信号与系统和离散时间信号与系统的内容安排上,采用并行的方式,以一种统一的方式将两者概念糅合在一起。在教材内容安排上,将原来分散的内容,通过其共性内在联系,安排在一起讲述,这样做,一方面可以用统一方法处理一些有内在联系的重要概念和分析方法,另一方面可以使教材更为紧凑。为了适应日益发展的信号与系统分析、设计和实现技术及其应用范围,书中增加了一些具有广泛应用背景的重要概念与方法,较全面地讨论了 Matlab 软件工具在信号与系统中的应用,以适应信号与系统课程教学和内容安排上的发展。

要全面掌握信号与系统这门课程,没有一定数量且能应用这些基本方法的习题是不能达到的。因此,在各章安排一定数量的习题。习题主要以各章的基本概念和方法的应用为主,辅以一定数目的提高型习题,以综合各章所提到的基本概念和方法。

本书的编写,假定读者已具有基本微积分方面的知识,有进行复数运算的能力,接触过微分方程方面的基本内容以及学习过电路原理课程。

全书分为9章。第1章信号与系统的基本概念,论述了信号与系统的数学描述及其相关的基本概念。第2章线性时不变(LTI)系统的时域分析,着重论述了线性时不变系统的卷积表示方法,还讨论了线性时不变系统的时域经典求解方法以及响应的零状态响应和零输入响应分解。第3章连续时间信号与系统的频域分析和第4章离散时间信号与系统的频域分析,全面论述了连续和离散时间线性时不变系统的频域分析方法。第5章采样与调制的论述,是建立在第4章和第5章讨论的基础之上的,利用傅里叶变换的调制特性,研究了连续时间和离散时间信号的时域采样定理、通信系统中的调制和复用。在第5章还讨论了连续时间信号的离散化处理和表示,以及现代通信中信号的正交表示。第6章信号与系统的复频域分析,全面论述了连续时间线性时不变系统的S域分析方法。第7章Z变换,全面论述了离散时间线性时不变系统的Z域分析方法。第8章系统理论,在前几章论述的基础上,针对线性时不变系统分析和综合中的一些基本问题,进一步讨论系统分析和设计中的一些基本方法和概念,特别是用系统函数的概念讨论系统的时域和频域特性、稳定性和滤波器设计,深化课程的基本概念,加强课程的工程应用。第9章状态变量分析,较全面地介绍了现代系统与控制理论的状态变量分析法。

本书较全面地论述了信号与系统所涉及的相关内容,全书内容丰富,有利于授课教师选材,为学生的自学开创了较好的条件,也为学生后续课程的学习打下了很好的基础。授课教师可根据课程要求,按照不同章节的选取与组合,构成深度和学时不同的课程。从目前国内高等院校的教学需要来看,推荐以下三种组课方案供参考(下列数字为章节):

① 1-2-3-4-5-6-7;

② 1-2-3-4-5-6-7-8;

③ 1-2-3-4-5-6-7-8-9。

上述方案中，第2章中有关时域经典求解方法内容可适当删减。第3章和第4章中有关电路的变换域求解方法应注重基本方法的讲授，有关内容可适当删减。第一种方案适合于课时少，本课程后又开设数字信号处理课程的相关专业。第二种方案适合于课时较充裕的信号与系统课程的教学。第三种方案适合于本课程后不再开设控制理论课程的相关专业。

为方便教学，本书配套的电子教案可免费提供给采用本书作为教材的相关院校使用。如有需要，请发电子邮件至 txh@cip.com.cn。

本书第一版由浙江大学于慧敏教授主编，浙江大学凌明芳教授和武汉工程大学胡中功教授为副主编。本书第一版的第1章和第6章由凌明芳教授执笔，第7章和第9章由胡中功教授执笔，其余各章由于慧敏教授执笔。

本书的第二版在第一版的基础上对内容作了些修改和调整，全书由浙江大学于慧敏教授负责编著，参与编写的老师有浙江大学的凌明芳教授、杭国强副教授和史笑兴博士，武汉工程大学胡中功教授和冯先成副教授。第1章和第6章由凌明芳教授执笔；第2章、第3章和第5章由于慧敏教授执笔；第4章和第8章由史笑兴博士与于慧敏教授共同编著，由史笑兴博士执笔，Matlab部分由史笑兴博士著；第7章和第9章由杭国强副教授与胡中功教授共同编著，由杭国强副教授执笔，Matlab部分由杭国强副教授著。赵璐同学校对了部分章节的习题。全书由于慧敏教授负责统稿。

本书第一版承浙江大学荆仁杰教授审阅，并与作者共同研讨并校阅了全书，提出了许多指导性修改意见，保证了书稿的编写质量，也为第二版的顺利编著提供了保障，作者再次表示衷心的感谢。

作者感谢浙江大学信息科学与工程学院同事崔宁老师、王慧教授、金文光副教授、倪旭翔副教授以及浙江大学计算机学院姚敏教授对本书编写的支持。

由于作者的水平有限，书中的内容、体系安排、文字表述等方面难免有不妥之处，敬请读者指正。

编者

2007年6月于求是园

目 录

1 信号与系统的基本概念	1
1.0 引言	1
1.1 信号与系统的基本概念	2
1.1.1 信号的描述与信号的分类	2
1.1.2 系统的表示与分类	6
1.2 基本的连续时间信号	7
1.2.1 连续时间复指数信号与正弦信号	7
1.2.2 奇异信号	9
1.2.3 其他连续时间信号	14
1.3 基本的离散时间信号	15
1.3.1 单位脉冲序列和单位阶跃序列及其相关序列	15
1.3.2 离散时间复指数信号与正弦信号	18
1.4 信号的组合运算与自变量变换	21
1.4.1 信号的组合运算	21
1.4.2 信号的自变量变换	23
1.5 系统的描述	26
1.5.1 系统的模型	26
1.5.2 系统的互联	27
1.6 系统的基本性质	28
1.6.1 线性系统和非线性系统	28
1.6.2 时变系统和时不变系统	28
1.6.3 增量线性系统	29
1.6.4 记忆系统与无记忆系统	29
1.6.5 因果性与因果系统	29
1.6.6 可逆性与可逆系统	30
1.6.7 系统的稳定性	30
习题 1	30
2 LTI 系统的时域分析	35
2.0 引言	35
2.1 连续时间 LTI 系统的时域分析	35
2.1.1 信号的脉冲分解：用 $\delta(t)$ 表示连续时间信号	35
2.1.2 连续时间 LTI 系统的卷积积分与单位冲激响应	37
2.1.3 卷积积分的图示法	38
2.1.4 卷积积分的性质	40
2.2 离散时间 LTI 系统的时域分析	45
2.2.1 离散时间信号的脉冲分解：用 $\delta[n]$ 表示离散时间信号	45
2.2.2 离散时间 LTI 系统的卷积和与单位脉冲响应	47
2.2.3 卷积和的性质	49
2.3 单位冲激/脉冲响应与 LTI 系统性质	50
2.3.1 LTI 系统的可逆性与可逆系统	50
2.3.2 LTI 系统的稳定性	52
2.3.3 LTI 系统的因果性	53
2.3.4 LTI 系统的单位阶跃响应	53
2.3.5 LTI 系统的特征函数	54
2.4 LTI 系统的微分、差分方程描述	56
2.4.1 连续时间 LTI 系统微分方程描述及其经典解法	56
2.4.2 离散时间 LTI 系统的数学模型及其差分方程的经典求解	61
2.5 LTI 系统的响应分解：零状态响应和零输入响应	63
2.6 LTI 系统的框图表示	68
2.7 LTI 系统的 Matlab 求解与仿真	70
2.7.1 连续时间 LTI 系统的求解	70
2.7.2 离散时间 LTI 系统的求解	73
2.7.3 卷积计算	74
2.7.4 LTI 系统的仿真	75
习题 2	77
3 连续时间信号与系统的频域分析	83
3.0 引言	83
3.1 连续时间周期信号的谐波复指数信号表示：连续时间傅里叶级数	84
3.1.1 连续时间傅里叶级数	84
3.1.2 典型周期信号的傅里叶级数展开	86
3.1.3 连续时间傅里叶级数的收敛与周期信号傅里叶级数的近似表示	91

3.2 非周期信号的复指数信号的表示: 连续时间傅里叶变换.....	94	4.2.1 离散时间傅里叶变换的 导出	141
3.2.1 非周期信号的傅里叶变换的 导出	94	4.2.2 离散时间傅里叶变换的收 敛性	144
3.2.2 连续时间傅里叶变换的 收敛性	96	4.2.3 典型离散时间非周期信号的 傅里叶变换对	145
3.2.3 典型连续时间信号的傅里叶 变换对	97	4.3 离散时间周期信号的傅里叶 变换	148
3.3 连续时间周期信号的傅里叶 变换	101	4.4 离散时间傅里叶变换的性质	150
3.4 连续时间傅里叶变换的性质	103	4.4.1 离散时间傅里叶变换的周 期性	150
3.4.1 线性性质	103	4.4.2 线性性质	150
3.4.2 时移性质	103	4.4.3 时域平移与频域平移性质	150
3.4.3 频移性质	104	4.4.4 共轭与共轭对称性	150
3.4.4 共轭性及共轭对称性	105	4.4.5 时域差分与累加	151
3.4.5 微分与积分	106	4.4.6 时域扩展	152
3.4.6 时间与频率的尺度变换	109	4.4.7 频域微分	154
3.4.7 对偶性	110	4.4.8 时域卷积和性质	154
3.4.8 帕斯瓦尔 (Parseval) 定理	112	4.4.9 调制性质	155
3.4.9 时域卷积性质	112	4.4.10 帕斯瓦尔定理	155
3.4.10 调制性质 (频域卷积)	113	4.5 对偶性	158
3.5 连续时间 LTI 系统的频域 分析	116	4.5.1 离散傅里叶级数的对 偶性	159
3.5.1 连续时间 LTI 系统的频率 响应	116	4.5.2 离散时间傅里叶变换与连续 时间傅里叶级数之间的对 偶性	160
3.5.2 连续时间 LTI 系统的零状态 响应的频域求解	118	4.6 离散时间 LTI 系统的频域 分析	161
3.5.3 用线性常系数微分方程表 征的 LTI 系统	119	4.6.1 离散时间 LTI 系统的频率 响应	161
3.5.4 周期信号激励下的系统 响应	121	4.6.2 离散时间 LTI 系统的零状态 响应的频域求解	163
3.5.5 电路系统的频域求解	122	4.6.3 用线性常系数差分方程表 征的 LTI 系统	164
3.5.6 信号的不失真传输	124	4.6.4 离散时间信号的滤波与理想 滤波器	166
3.5.7 信号的滤波与理想滤波器	126	4.7 基于 Matlab 的离散时间信号与 LTI 系统分析	167
3.5.8 利用 Matlab 实现频域的数值 求解	129	4.7.1 离散时间周期信号傅里叶 级数的计算	167
习题 3	131	4.7.2 绝对可和序列的频谱计算与 显示	168
4 离散时间信号与系统的频域分析	137	4.7.3 根据差分方程计算系 统的频率响应	168
4.0 引言	137	习题 4	169
4.1 离散时间周期信号的谐波表示: 离散时间傅里叶级数 (DFS)	137		
4.2 离散时间非周期信号的复指数 表示: 离散时间傅里叶变换 (DTFT)	141		

5 采样与调制	178	6.6 单边拉氏变换及性质	230
5.0 引言	178	6.7 连续时间 LTI 系统的复频域 分析	232
5.1 连续时间信号的时域采样 定理	178	6.7.1 系统函数	232
5.1.1 冲激串采样: 采样定理	179	6.7.2 S 域的元件模型	235
5.1.2 用样值序列重建或表示连续 时间信号	181	6.7.3 全响应的求解	238
5.1.3 零阶保持采样	185	6.7.4 系统函数代数属性和方框图 表示	239
5.2 信号的欠采样	185	6.8 用 Matlab 实现连续时间信号与系 统的复频域分析	242
5.3 离散时间信号的时域采样 定理	187	习题 6	246
5.3.1 脉冲串采样	188	7 Z 变换	249
5.3.2 离散时间信号的抽取与 内插	189	7.0 引言	249
5.4 连续时间系统的离散时间 实现	192	7.1 双边 Z 变换	249
5.5 正弦载波幅度调制	197	7.2 Z 变换的收敛域	251
5.5.1 双边带正弦载波幅度调制 (DSB) 与同步解调	198	7.3 Z 变换的几何表示: 零极点图	254
5.5.2 频分复用	199	7.4 Z 变换的性质	255
5.6 脉冲幅度调制(PAM)	200	7.5 常用信号的 Z 变换对	259
5.6.1 自然采样与时分复用 (TDM)	200	7.6 Z 反变换	260
5.6.2 平顶采样形式的脉冲幅度 调制	202	7.6.1 幂级数展开法(长除法)	260
5.7 希尔伯特变换与信号的正交 表示	202	7.6.2 部分分式展开法	262
5.8 离散时间信号正弦幅度调制	205	7.6.3 围线积分法(留数法)	263
习题 5	207	7.7 单边 Z 变换	264
6 信号与系统的复频域分析	213	7.8 单边 Z 变换的性质	265
6.0 引言	213	7.9 LTI 系统的 Z 域分析	267
6.1 拉普拉斯变换	213	7.9.1 系统函数与系统性质	267
6.1.1 从傅里叶变换到拉普拉斯 变换	213	7.9.2 线性常系数差分方程的 Z 域 求解	269
6.1.2 拉氏变换的收敛域	214	7.9.3 系统函数的方框图表示	272
6.1.3 拉氏变换的几何表示: 零极 点图	215	7.10 利用 Matlab 进行 Z 域分析 举例	274
6.1.4 $x(t)$ 的时域特性与其拉 氏变换 $X(s)$ 收敛域的 关系	216	习题 7	278
6.2 常用信号的拉氏变换对	219	8 系统理论	282
6.3 双边拉氏变换的性质	221	8.0 引言	282
6.4 周期信号与抽样信号的拉氏 变换	225	8.1 系统函数与时域特性	282
6.5 拉氏反变换	226	8.1.1 连续时间 LTI 系统	282
		8.1.2 离散时间 LTI 系统	285
		8.2 系统函数与稳定系统的频域 特性	288
		8.2.1 连续时间 LTI 系统	288
		8.2.2 离散时间 LTI 系统	290
		8.2.3 二阶系统	292
		8.3 理想滤波器的逼近与频率 变换	298
		8.3.1 巴特沃思滤波器	299

8.3.2	频率变换	301	9.3	连续时间系统状态方程的 建立	333
8.4	因果系统的稳定性准则	304	9.3.1	由电路图直接建立状态 方程	334
8.4.1	因果连续时间系统的稳定性 准则	304	9.3.2	由微分方程来建立状态 方程	337
8.4.2	因果离散时间系统的稳定性 准则	305	9.3.3	由系统函数来建立状态 方程	338
8.5	线性反馈系统的根轨迹分 析法	306	9.4	连续时间系统状态方程的 求解	342
8.5.1	线性反馈系统	306	9.4.1	用拉氏变换求解状态变量 与输出响应	342
8.5.2	闭环极点方程	307	9.4.2	状态方程的时域解法	344
8.5.3	根轨迹的端点： $K=0$ 和 $ K =+\infty$ 时的闭环 极点	308	9.5	离散时间系统状态方程的 建立	348
8.5.4	角判据：根轨迹的相角 条件	308	9.5.1	由差分方程来建立状态 方程	348
8.5.5	根轨迹的性质	310	9.5.2	由系统函数来建立状态 方程	349
8.6	奈奎斯特稳定性判据	315	9.6	离散时间系统状态方程的 求解	350
8.6.1	围线映射的基本性质	315	9.7	由状态方程判断系统的稳 定性	353
8.6.2	连续时间 LTI 反馈系统的 奈奎斯特判据	316	9.8	状态矢量的线性变换	354
8.6.3	离散时间 LTI 反馈系统的 奈奎斯特判据	319	9.9	系统的可控制性和可观察性	357
8.7	基于 Matlab 的系统频率响应与 稳定性分析方法	320	9.10	利用 Matlab 进行状态空间分析 举例	360
8.7.1	波特图	320	习题 9		366
8.7.2	奈奎斯特图	321	部分习题答案		370
8.7.3	根轨迹	322	参考文献		385
习题 8		323			
9 状态变量分析		328			
9.0	引言	328			
9.1	系统的状态与状态变量	329			
9.2	系统的信号流图表示	329			

1 信号与系统的基本概念

1.0 引言

随着以微电子技术为基础的计算机技术、信息技术和通信技术的高度发展和广泛应用，人们已进入了信息化时代，这是一个通过信息的流通、信息的积累、信息的处理以及信息的利用导致经济社会形态均发生质的变化的社会。通过信息高速公路连接的四通八达的网络，高速的信息处理系统及高度可靠的信息管理系统为各种社会团体和个人提供多种多样的信息服务，满足了各种人群的生产经济、社会活动、生活质量提高的需要。现在，生活在信息化时代的人们无论谁，无论在何地，无论在何时，都与信号与系统息息相关：从个人电脑、手机、家用电器、汽车，到银行的自动取款机、公交车的刷卡机、超市收银员的扫描仪等无一不是信号与系统的典型例子。今天人们已经充分认识到信息是现代生活中与能源、材料同样重要的、人们生存发展必不可少的三大资源之一。信息像其他资源一样，要使它产生经济或社会效益，形成人们的有形或无形资产，需要一个完整的运作环节，那就是采集和生成信息、处理和加工信息、存储和管理信息、传送和交换以及操作和应用信息等。广义地说信息是以一定的规则组织在一起的事实的集合。信息的表现形态有数据、文字、声音、图像四种，但它不能直接传送，必须将它转换成易传输和处理的信号，因此信号与信息不同，它是信息的载体。神舟6号宇宙飞船上的宇航员在太空遨游时传回地面的太空情景图像、声音等都是由宇航员用摄像机把太空的各种信息转换成可以远距离传送的电信号，再经过专门的发送系统发送，这些电信号通过一定的通信频道后，最后由地面的接收系统把它们转换成人们可看见的电视信号、可听见的声音信号。可见信息是要靠信号来携带的。

信号有各种不同的表现形式，如古代传送烽火的光信号，击鼓鸣金的声信号，无线电广播和电视发射的电磁波信号等。在各种信号中电信号是最便于存储、传输、处理和再现的，应用也最广泛，在实际应用中，常通过各类传感器将各种物理量如声波、光波强度、机械运动的位移或速度等转变为电信号。

有关信号和系统分析的概念和方法在很多科学和技术领域起着极其重要的作用。尽管在通信、航空与宇航、生物工程、化学过程控制与语音等方面各个领域中信号与系统的物理性质各不相同，但这些系统都具有两个基本的相同点，一是作为一个或几个独立变量函数的信号都包含了有关某些现象特性的信息，二是系统总是会对给定的信号产生出另一种期待的响应信号。

信号和系统的分析方法不仅可用于已有系统的分析，还可用于系统的设计，有时还需要从设计的系统中提取信号中某些特定的信息，例如可从一组以往的经济数据来预测它将来的趋势和其他一些特性，从而对走向做出判断。此外，这种分析方法还可用于改变或控制某一已知系统的性能。如通过安装各种传感器来检测化工厂内某生产线上温度、湿度、化学成分等物理信号，然后控制系统根据测得的这些传感器信号大小调节像流速和温度这些物理量以控制正在进行的化学过程。

本章将对本课程要用到的有关信号与系统的基本概念如信号、系统分类、常用基本信号、系统的模型、线性时不变系统 (Linear Time Invariant System, LTIS) 的性质作简要的叙述。

1.1 信号与系统的基本概念

1.1.1 信号的描述与信号的分类

广义地说信号是指任何待传送某种信息的随时间变化的物理信号，如人的声音、鸟的鸣叫声、手语、红绿灯等，现代高速信号中包括无线通信设备或电视发射机发出的电磁波等。它是随时间或某几个自变量变化的某种物理量，是携带信息的载体。信息是不能直接传送的，必须借助于一定形式的信号（如光信号、电信号等）才能远距离快速传输并进行各种处理。本课程将主要讨论目前应用广泛的电信号，一般是随时间、位置变化的电流或电压，有时也可以是电荷或磁通。随时间或位置变化的信号，在数学上可以用时间和表示位置变化的多变量的函数来表示。例如，一个语音信号可以表示为声压随时间变化的函数；一张黑白照片可以用亮度随二维空间变量变化的函数 $I(x,y)$ 表示，而彩电屏幕上显示的图像亮度则是一个既与红、绿、蓝三色，又与时间和二维坐标有关的函数，即 $I=[I_r(x,y,t), I_b(x,y,t), I_g(x,y,t)]$ 。本书仅限于对单一变量函数的分析，通常是对时间变量 t 的讨论，并把信号与函数视为同义词。

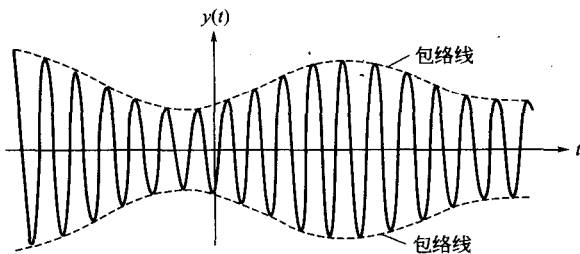


图 1-1 调幅波信号波形

信号与时间的函数关系通常用数学表达式、数据表格、波形图等表示，其中波形图和数学表达式是最常用的表达形式。

图 1-1 中表示的是一个幅值随时间变化的高频正弦信号，即为调幅波信号，其中调制信号是音乐或语音信号。图 1-2 表示的是单词“signal”发音时的声压时域波形图。

信号的特性通常可以从两个方面来描述，一是从时间特性，二是从频率特性。信号是时间 t 的函数，故具有一定的波形，表现出一定的时间特性，如信号出现时间的先后、持续时

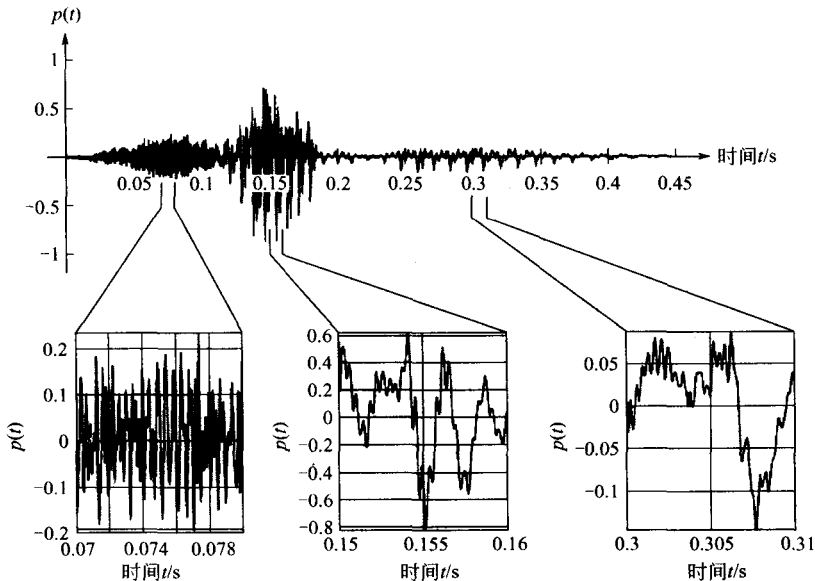


图 1-2 单词“signal”发音时的声压时域波形图

间的长短、重复周期的大小以及随时间变化的快慢等。此外有很大一类的信号总是可以分解为许多不同频率的正弦波分量之和，因而信号又表现出具有一定的频率特性，如各频率分量的相对大小，主频分量占有的范围。不同的信号形式就在于它们有不同的时间特性和频率特性，不同的时间特性会导致不同的频率特性。

信号有很多种分类方法。

(1) 确定性信号与随机性信号

确定性信号可用时间 t 的确定函数表示，对于指定的某一时刻，都有一确定的函数值相对应，如 $\cos\omega \cdot t$ 信号就是确定性信号。随机信号则不是时间 t 的确定函数，例如雷达发射机发射一系列脉冲到达目标又反射回来被接收机收到的回波信号就是随机信号。因为它与目标性质、大气条件和外界干扰等种种因素有关，不能用确定的函数式表示而只能用统计规律来描述。图 1-3 表示的是随机信号，在一定条件下，随机信号会表现出某种统计确定性，故可以近似地看成确定信号，使分析简化，以便于工程上的实际应用。此外在传输信息过程中，除了人们所需要的带有信息的信号外，还夹杂着干扰和噪声，它们一般具有更大的随机性。对确定性信号的分析是研究随机信号的基础，本书只分析确定性信号，随机信号则留到后续课程中研究。

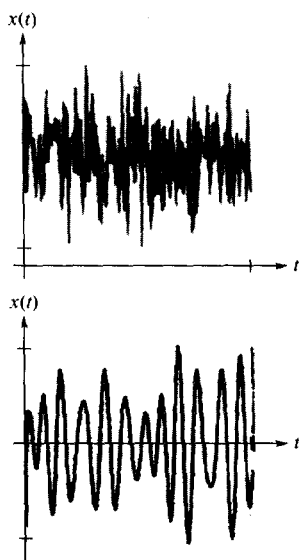


图 1-3 随机信号

(2) 连续时间信号与离散时间信号

信号按自变量的取值是否连续可以分为连续时间信号和离散时间信号，简称连续信号、离散信号。连续信号在任何时刻除了若干个不连续点外都有定义，图 1-1 表示的调幅波信号就是连续时间信号；离散时间信号仅在一些离散时刻上有定义，在相邻的两个时间点之间没有定义，一般自变量只取整数值，通常也称它为序列，因为它实质上是一组按顺序排列的数据。图 1-4 表示的是中国近十年来高校招生人数的波形图。

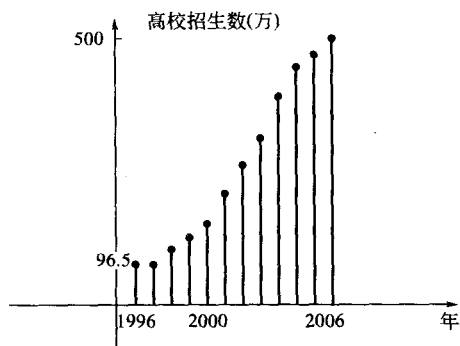


图 1-4 中国近十年高校招生人数离散信号

一般也把连续信号称为模拟信号，离散信号在一定条件下可以由连续信号经采样得到，但并不一定是连续信号的采样，因为有许多信号与系统本身在时间上就是离散的，如金融系统。如果将离散信号加以量化，并编码表示，就可以把这种经量化后的信号称之为数字信号。随着数字技术的不断普及，数字信号变得愈加重要，因为它具有较强的抗干扰能力。为区分连续、离散这两类信号，一般用 t 表示连续时间变量，而用 n 表示离散时间变量，连续信号用圆括号 (\cdot) 把自变量括在里面，而离散信号则用方括号 $[\cdot]$ 来表示。有些很重要的离散信号是通过连续信号的采样（抽样）而得到的，这时该离散信号 $x[n]$ 则

代表了一个自变量是连续变化的连续信号在相继的离散时刻点上的样本值。许多实际系统如数字音频系统都是利用代表连续信号经采样后的离散时间信号样本序列来实现其功能的。本书将并行介绍这两类信号，以便能加深对这两种信号概念的理解。

(3) 周期信号与非周期信号

连续信号与离散信号按信号随时间变量 t 或 n 变化的规律都可分为周期信号与非周期信

号。连续周期信号应满足以下条件。

$$x(t) = x(t + mT), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, T > 0 \quad (1-1)$$

式中, T 定义为周期信号的周期, 可以证明 $2T, 3T, 4T, \dots$ 也都是信号的周期。一般把能使式(1-1)成立的最小正值 T 称为 $x(t)$ 的基波周期 T_0 。

同样离散周期信号应满足以下条件。

$$x[n] = x[n + mN], m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1-2)$$

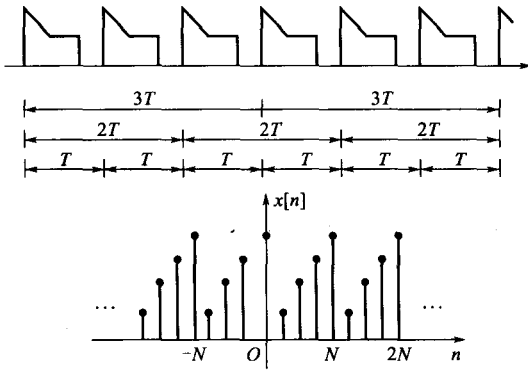


图 1-5 周期信号

其中周期 N 是正整数。通常把能使式(1-2)成立的最小正整数 N 称为 $x[n]$ 的基波周期 N_0 。不满足上述关系的信号则称为非周期信号。图 1-5 中表示的是周期信号。只要给出此信号在任一周期内的变化过程, 便可知它在任一时刻的数值。若令周期信号的周期趋于无限大, 则成为非周期信号。

(4) 奇信号与偶信号

按信号是关于原点对称或关于坐标纵轴对称, 又可分为奇信号与偶信号, 即满足

$$x(t) = -x(-t) \quad \text{或} \quad x[n] = -x[-n] \quad (1-3)$$

为奇信号; 满足

$$x(t) = x(-t) \quad \text{或} \quad x[n] = x[-n] \quad (1-4)$$

为偶信号。

图 1-6 中分别表示了连续时间奇信号与偶信号。

任何一个信号都可分解成其奇分量与偶分量之和。其中偶分量为偶函数, 满足

$$x_e(t) = x_e(-t) \quad (1-5)$$

奇分量为奇函数, 满足

$$x_o(t) = -x_o(-t) \quad (1-6)$$

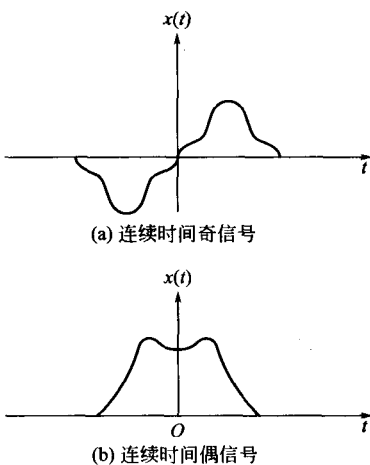


图 1-6 连续时间奇信号与偶信号

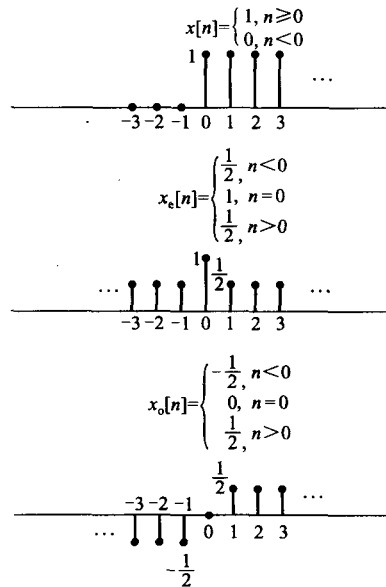


图 1-7 离散时间信号分解

因为

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2}[x(t)+x(t)+x(-t)-x(-t)] = \frac{1}{2}[x(t)+x(-t)] + \frac{1}{2}[x(t)-x(-t)] \\ &= x_e(t) + x_o(t) \end{aligned} \quad (1-7)$$

故

$$x_e(t) = \frac{1}{2}[x(t)+x(-t)] \quad (1-8)$$

$$x_o(t) = \frac{1}{2}[x(t)-x(-t)] \quad (1-9)$$

以上分解方法同样适用于离散时间信号，即

$$\begin{aligned} x_e[n] &= \frac{1}{2}\{x[n]+x[-n]\} \\ x_o[n] &= \frac{1}{2}\{x[n]-x[-n]\} \\ x[n] &= x_o[n]+x_e[n] \end{aligned} \quad (1-10)$$

图 1-7 中表示了离散时间信号分解的例子。

(5) 功率信号和能量信号

一个信号的能量和功率是这样定义的，假设信号 $x(t)$ 为电压或电流，则它在 1Ω 的电阻上的瞬时功率为 $P(t) = |x(t)|^2$ ，在 $t_1 \leq t \leq t_2$ 内消耗的能量为 $E = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$ 。当 $T = t_2 - t_1$ 时，总能量 E 和平均功率 P 分别定义为

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt \quad (1-11)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt \quad (1-12)$$

由于式(1-11)、式(1-12)中被积函数是 $x(t)$ 的模的平方，故信号的能量 E 和功率 P 都是非负实数。相类似，在 $n_1 \leq n \leq n_2$ 内的离散时间 $x[n]$ 的总能量是

$$E = \sum_{n=n_1}^{n=n_2} |x[n]|^2 \quad (1-13)$$

$$P = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n=n_2} |x[n]|^2 \quad (1-14)$$

在很多系统中关心的是信号在一个无穷大区间内的功率和能量，这时，将能量与功率在离散和连续分别定义成式(1-15)和式(1-16)。

$$\text{连续时间系统} \quad E_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (1-15a)$$

$$P_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t)]^2 dt \quad (1-15b)$$

$$\text{离散时间系统} \quad E_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 \quad (1-16a)$$

$$P_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2 \quad (1-16b)$$

如果信号 $x(t)$ 的能量 E 满足 $0 < E < \infty$ ，而 $P=0$ ，则称 $x(t)$ 为能量有限信号（简称能量信号）；如果信号 $x(t)$ 的功率满足 $0 < P < \infty$ ，而 $E = \infty$ 则称 $x(t)$ 为功率信号。图 1-8(a)中表示了一个能量信号，图 1-8(b)则表示了一个功率信号。

一般，周期信号都是功率信号，属于能量信号的非周期信号也称为脉冲信号，它除了在有限时间范围有一定幅值而在其余时间范围幅值均为 0 或很小可以忽略不计。

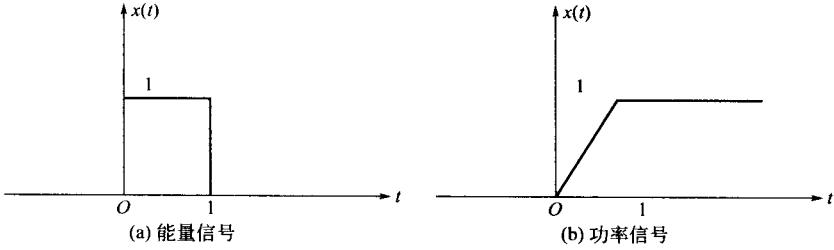


图 1-8 能量信号和功率信号

1.1.2 系统的表示与分类

什么是系统？广义地说系统是由一组相互间有联系的事物组成，小至一个原子，大至一个工厂、一个社会都是一个系统。本书主要讨论的是物理系统。一个实际的物理系统可以是一个简单的 RC 电路，也可以是一个包含了成千上万个元件的系统。通常，一个系统是由不同功能的子系统组合而成，如卫星通信系统，就包含有发射机、接收机、卫星、计算机、天线等子系统，它能将信号无失真地从一个地方传送到另一个地方。图 1-9 表示的是一个通信系统中信号变换过程的示意图。电视摄像机中的光电传感器（摄像头）将图像（人、场景）转换成视频信号，话筒则将声音信号转换成音频信号。视频信号和音频信号一起送入发射系统，该系统将它们转换成适合于天线发射和传播的信号（调制波），这个新信号中仍包含有图像和声音的信息。这些信号经一定的信道传播（如大气、光纤、电缆、卫星）后由家用接收天线接收到这种电信号，在接收系统中实现了把经调制的信号又转换成原来进入发射机的视频电信号与音频电信号，并分别送往显像管和扬声器，从而恢复了图像和声音信号。



图 1-9 通信系统的信号变换过程

综上所述，系统是一个能实现某种功能的整体，现在对系统的理解又有了新的认识，它不只是指某种装置（硬件），目前大量使用的数字系统，都是采用软件实现信号处理的功能。故系统的概念已引申到对信号执行某些操作的软件或算法的总称。因此，系统也可以看作是对一组输入信号或数据进行变换或处理的过程，并产生另一组信号或数据作为输出。

系统有各种分类方法：如按系统的特性来分则可分为连续时间系统和离散时间系统（简称连续系统和离散系统），线性系统和非线性系统，因果系统和非因果系统，可逆系统和不可逆系统，记忆系统和无记忆系统，时变和时不变系统，稳定系统和非稳定系统。连续系统是指输入和输出均为连续信号的系统，它作用的对象是连续信号。离散系统则是指输入输出均为离散信号的系统，它作用的对象是离散信号。连续时间系统与离散时间系统的定义如图 1-10 所示。

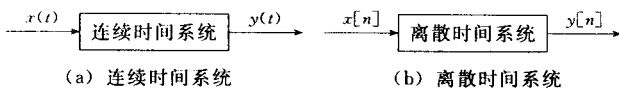


图 1-10 连续时间系统与离散时间系统

许多实际应用的系统通常是一个混合系统，既包含连续系统，又包含离散系统，例如，现代通信系统就是一个典型的混合系统。

1.2 基本的连续时间信号

上节已经指出, 信号是一个或几个变量的函数, 本书中这个变量是指时间, 因此信号可以用数学表达式或波形来描述, 在本节中将介绍在信号与系统分析中用得较多的基本信号, 它们不仅经常会出现, 更重要的是用这些基本信号可以构成许多其他的信号。

1.2.1 连续时间复指数信号与正弦信号

连续时间复指数信号具有下列形式

$$x(t) = Ce^{st} \quad (1-17)$$

式中, C 和 s 一般为复数; $s = \sigma + j\omega_0$ 。根据 C 和 s 的不同, 复指数信号可分为以下几种。

(1) 实指数信号

图 1-11 中表示的是连续时间实指数信号, C 和 s 均为实数, 如 s 为正实数, 即 $\omega_0 = 0, s = \sigma$, 那 $x(t)$ 随 t 的增加而指数增长; 如 s 为负实数, 则 $x(t)$ 随 t 的增加而指数衰减; 当 $\sigma = 0$ 时, $x(t) = C$ 成为直流信号。指数 σ 绝对值的大小反映了信号增长或衰减的速率, $|\sigma|$ 越大, 信号增长或衰减的速率越快。实指数信号的一个重要特性是它对时间的微分和积分仍然是指数形式。

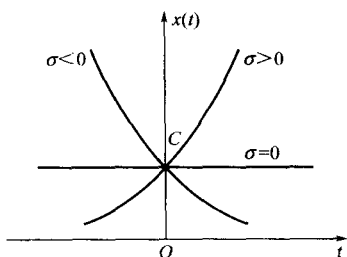


图 1-11 连续时间实指数信号

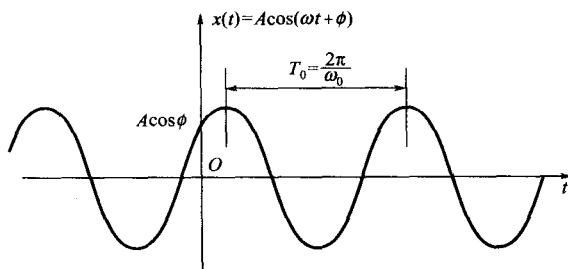


图 1-12 具有初始相位的正弦信号

(2) 周期复指数信号和正弦信号

当 $\sigma = 0$ 时, 即 $s = j\omega_0$ 为纯虚数时, 式(1-17)中

$$x(t) = e^{j\omega_0 t} \quad (1-18)$$

这个信号的一个重要性质在于它是周期信号。根据前面讲述周期信号的性质, 如果能确定一个 T , 满足 $x(t) = x(t+T)$, 即 $e^{j\omega_0 t} = e^{j\omega_0(t+T)} = e^{j\omega_0 t} \cdot e^{j\omega_0 T}$, 这说明为了满足 $e^{j\omega_0 t}$ 信号的周期性要求, 必须有

$$e^{j\omega_0 T} = 1 \quad (1-19)$$

显然当 $T\omega_0 = 2n\pi$ 时能满足这个条件。把能使式(1-19)成立的最小正 T 值称为基波周期 T_0 , 它等于

$$T_0 = \frac{2\pi}{|\omega_0|} \quad (1-20)$$

正弦信号和余弦信号仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$, 常统称为正弦信号, 由欧拉公式可知, 正弦信号

$$\sin\omega_0 t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}) \quad (1-21)$$

$$\cos\omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) \quad (1-22)$$

可见都可由周期复指数信号构成。

一个具有初始相位的正弦信号

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1-23)$$

如图 1-12 所示, 由式(1-22)可知

$$A\cos(\omega_0 t + \varphi) = \frac{A}{2} e^{j\varphi} e^{j\omega_0 t} + \frac{A}{2} e^{-j\varphi} e^{-j\omega_0 t} = A \cdot \operatorname{Re}\{e^{j(\omega_0 t + \varphi)}\} \quad (1-24)$$

$$A\sin(\omega_0 t + \varphi) = A \cdot \operatorname{Im}\{e^{j(\omega_0 t + \varphi)}\} \quad (1-25)$$

从式(1-20) 可以看到连续时间正弦信号或一个周期复指数信号的基波周期 T_0 与 $|\omega_0|$ 成反比。图 1-13 表示了连续时间正弦信号基波频率与周期之间的关系。从图 1-13 可以看到, 随着基波频率 ω_0 的不断增加, 正弦信号基波的周期 T_0 逐步减小。

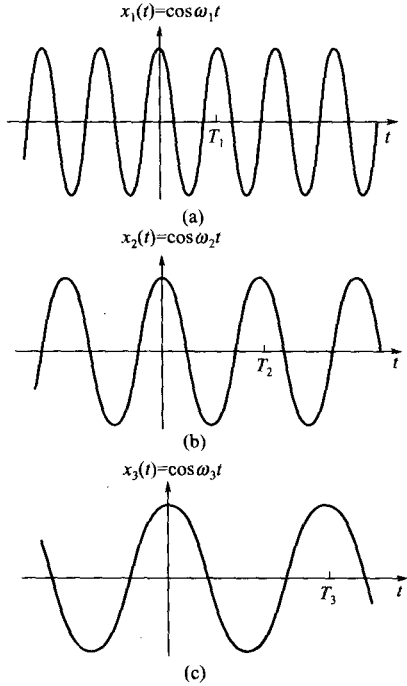


图 1-13 连续时间正弦信号基波频率与周期之间的关系

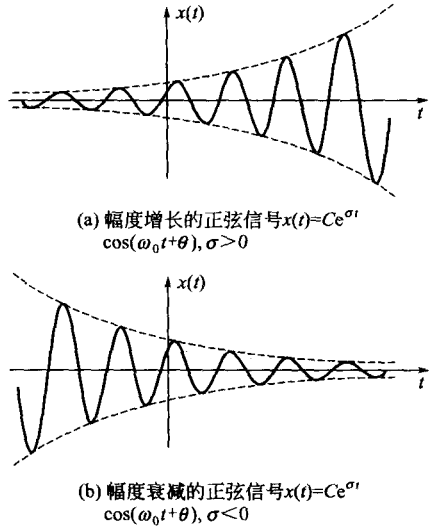


图 1-14 振幅呈指数增长或指数衰减的正弦信号

周期复指数信号在信号与系统的分析中起着十分重要的作用, 这是因为它可作为基本单元信号构成许多其他信号, 建立在线性系统基础上的信号与系统的频域分析机理就在于此。

以下讨论一组成谐波关系的复指数信号的集合, 即一组频率是某一频率 ω_0 的整倍数的周期复指数信号, 即

$$\varphi_k(t) = \{e^{jk\omega_0 t}\}, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1-26)$$

若 $k=0$, $\varphi_k(t)$ 为一个常数; 而对其他的任何 k 值, $\varphi_k(t)$ 是周期的, 其基波的频率为 $|k|\omega_0$, 基波周期为

$$\frac{2\pi}{|k|\omega_0} = \frac{T_0}{|k|} \quad (1-27)$$

从式(1-27) 可知, 这个函数集中的各个信号具有共同的周期 T_0 。

(3) 一般复指数信号

当 $x(t) = Ce^{st}$, 将 C 用极坐标表示, s 用直角坐标表示, 分别有

$$C = |C| e^{j\theta}$$

$$s = \sigma + j\omega_0$$

$$Ce^{st} = |C| e^{\sigma t} e^{j(\omega_0 t + \theta)} = |C| e^{\sigma t} \cos(\omega_0 t + \theta) + j|C| e^{\sigma t} \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (1-28)$$

由此可见, 如 $\sigma=0$ 时, 则复指数信号其实部与虚部都是正弦型的; 而当 $\sigma>0$ 时, 其实部与虚部则是振幅呈指数增长的正弦信号; $\sigma<0$ 时为振幅呈指数衰减的正弦信号, 如图 1-14 所

示,图中的虚线对应于函数 $\pm|C|e^{\alpha}$,它是复数信号的振幅,起着一种振荡变化的包络作用,可看到振荡幅度的变化趋势。

虽然,实际上不能产生复指数信号,但是,由于可利用复指数信号来描述许多其他基本信号,如直流信号、正弦或余弦信号以及增长或衰减的正弦与余弦信号。因此,在信号分析理论中,复指数信号是一个非常重要的基本信号。

Matlab 提供了大量用于生成基本信号的函数,如最常用的指数信号、正弦信号等就是不需安装任何工具箱可直接调用的函数。

① 指数信号 Ae^{at} 指数信号 Ae^{at} 在 Matlab 中可用 $\exp()$ 函数表示,其调用形式为

$$y = A * \exp(a * t)$$

【例 1-1】 用 Matlab 画出 $x_1(t) = e^{-0.6t}u(t)$ 的波形。

解 $A=1; a=-0.6;$

$t=0: 0.01: 10;$

$x1 = A * \exp(a * t); \text{plot}(t, x1);$

$\text{axis}([0, 10, 0, 1]); \text{title}(\text{'指数信号'})$

$\text{xlabel}(\text{'t'}); \text{ylabel}(\text{'x1(t)'});$

波形如图 1-15 所示。

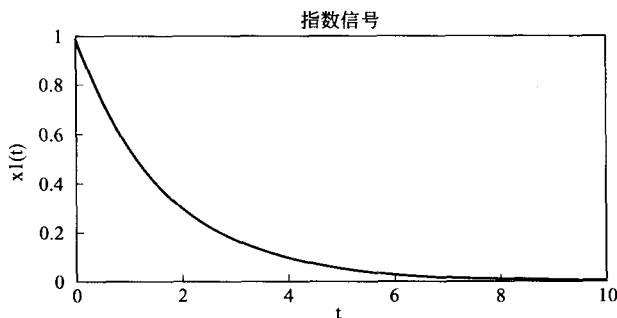


图 1-15 指数信号 (例 1-1 图)

② 正弦信号 正弦信号 $A\cos(\omega_0 t + \varphi)$ 和 $A\sin(\omega_0 t + \varphi)$ 分别用 Matlab 的内部函数 $\sin()$ 和 $\cos()$ 表示。

其调用形式为

$$A * \sin(\omega_0 * t + \text{phi}), \quad A * \cos(\omega_0 * t + \text{phi})$$

【例 1-2】 用 Matlab 画出正弦信号 $\cos(2\pi t + \pi/6)$ 的波形。

解 $A=1; w0=2 * \text{pi}; \text{phi}=\text{pi}/6; t=0: 0.001: 8;$

$x2 = \cos(w0 * t + \text{phi}); \text{plot}(t, x2);$

$\text{axis}([0, 8, -1, 1]); \text{title}(\text{'正弦信号'})$

$\text{xlabel}(\text{'t'}); \text{ylabel}(\text{'x2(t)'});$

波形如图 1-16 所示。

1.2.2 奇异信号

在信号与系统分析中,经常用到一些函数本身有不连续点或导数、积分有不连续的情况,这类函数统称为奇异函数,这些典型的信号都是由实际的物理现象经数学抽象而定义的,虽与实际信号不同,但只要把实际信号按一定的条件理想化,即可用这些信号来分析,其中冲激信号和阶跃信号是最重要的两个理想信号模型。

(1) 连续时间单位阶跃信号、冲激信号及其相关函数