



21世纪机电专业规划教材

材料力学

主编 孙红旗 张洪霞

主审 魏天路



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



21 世纪机电专业规划教材

TB301/145

2008

材 料 力 学

主 编 孙红旗 张洪霞
副主编 李玉清 刘力强 王艳凤
阮世鑫 张耀宇
主 审 魏天路

哈爾濱工業大學出版社

内容简介

本书为 21 世纪机电专业规划教材。本书力求保留国内原材料力学教材的结构严谨、逻辑性强等特点,又突出实验与实践教学。编写时注重知识体系的完整性和实用性,增加了实验应力分析内容、结合工程实际的思考题和习题,其目的就是使学生在对基础理论知识的理解和掌握的基础上,加强实践能力与试验技能的培养。全书共分 12 章,主要内容包括轴向拉伸和压缩、剪切、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态和强度理论、组合变形、能量法、压杆稳定性计算、平面图形的几何性质。

本书适用于普通高等工科、高等职业院校的相关专业的材料力学课程。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/孙红旗等主编.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2007.12

ISBN 978-7-5603-2613-9

I.材… II.孙… III.材料力学-高等学校-教材
IV.TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 164394 号

责任编辑 许雅莹

封面设计 卞秉利

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 10.75 字数 248 千字

版 次 2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-2613-9

印 数 1~5 000

定 价 22.80 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

总 序

“机电一体化”技术就是加工制造业为了适应现代生产环境及市场的动态变化,将微电子技术、计算机技术、信息技术、自动控制技术综合应用于制造加工生产全过程的一批高新复合技术群。21 世纪中国将需要一大批掌握先进控制技术,能从事数控机床、加工中心、智能机器人以及其他新型机电一体化技术和产品的设计、安装、调试、操纵、编程与开发的高级复合应用型创新技术人才。按照人事部最新统计预测,“机电一体化”专业技术人才是我国今后几年急需紧缺的八大最热门专业人才之一。因此,加大机电专业的学科建设和人才培养迫在眉睫。

目前的机电专业呈现出两大特点:首先是机电专业的技术知识发展迅速。由于激光技术、模糊技术和信息技术的融入,使机电专业的知识领域向周围各领域扩展,形成许多新的边缘科学知识。其次是对专业技术能力的要求不断提高。

本系列教材从培养学生的技术应用能力、自我学习能力和实践能力出发,贯彻现代教育思想,遵循理论为技术应用服务的原则,突出专业教育特点,进行有效的课程整合,结合实践教学的条件积极编写教材,以适应教学模式,由现在的理论教学型向边教学、边实践工学结合型的施教模式转化。教材编写过程中,得到了各院校领导及一线教师的大力支持,在此一并表示感谢。

由于稿件编写时间有限,以及编者对知识的把握程度有限,所以,书中难免有所疏漏,敬请读者给予批评指正。

教材编委会
2007 年 7 月

前 言

本书是 21 世纪机电专业规划教材,适于中、少学时的材料力学课程。

随着教学改革不断深入,学时减少和教学要求提高的矛盾日益突出,我们在总结多年理论与实践教学经验的基础上,汲取了许多优秀教材的长处编写了本书。

本书内容丰富,定位适中,既突出了基本概念和基本理论,又注重了内容上的拓宽和更新;既力求用较少的课时完成基本要求,又为各种不同的需要提供了较大的选择余地,同时加强了工程概念和工程应用的内容。

本书为学生留有充分的学习空间。改变了基本变形应力公式推导的传统方法,各章配有结合工程实际的习题与思考题,反映现代强度设计新方法,给教师在组织教学、安排课堂讨论方面提供了方便,为学生提供了自主学习和深入思考的空间,为培养学生的综合能力、创新能力提供相应条件。

本书突出实验与实践教学,增加了实验应力分析内容,使学生在对基础理论知识的理解和掌握的基础上,加强实践能力与试验技能的培养。

本书由佳木斯大学孙红旗和黑龙江八一农垦大学张洪霞任主编,佳木斯大学李玉清和刘力强、辽宁机电职业技术学院王艳凤、黑龙江农垦农业职业技术学院阮世鑫、平顶山学院张耀宇任副主编。第 1 章由平顶山学院张耀宇编写,第 2、3、4 章由佳木斯大学孙红旗编写,第 5、6 章由黑龙江八一农垦大学张洪霞编写,第 7、12 章由佳木斯大学李玉清编写,第 8 章由佳木斯大学刘力强编写,第 9、11 章由辽宁机电职业技术学院王艳凤编写,第 10 章及附录由黑龙江农垦农业职业技术学院阮世鑫编写,全书由孙红旗统稿。由佳木斯大学魏天路老师担任主审工作,魏天路老师对本书进行了认真审查,并提出了一些宝贵的修改意见和建议,在此表示衷心的感谢。

由于作者水平有限,书中难免有疏漏和不足之处,恳请读者批评指正。

编者
2007 年 7 月

目 录

第1章 绪 论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 材料力学的基本假设	2
1.3 材料力学中的几个基本概念	2
1.4 杆件变形的基本形式	6
习题	7
第2章 轴向拉伸和压缩	8
2.1 拉压杆的内力及内力图	8
2.2 拉压杆截面上的应力	10
2.3 拉压杆的变形	12
2.4 材料在拉伸和压缩时的力学性能	16
2.5 拉压杆的强度计算	21
2.6 拉压杆的超静定问题	23
习题	25
第3章 剪 切	28
3.1 剪切概述	28
3.2 连接件的剪切与挤压实用计算	29
习题	32
第4章 扭 转	33
4.1 概述	33
4.2 轴的内力 扭矩及扭矩图	33
4.3 薄壁圆筒的扭转	35
4.4 圆轴扭转时的应力与变形	38
4.5 圆轴在扭转时的变形和刚度条件	42
4.6 矩形截面杆扭转时的应力和变形	44
习题	45
第5章 弯曲内力	47
5.1 平面弯曲的概念与梁的分类	47
5.2 梁的内力 剪力和弯矩	49
5.3 剪力方程与弯矩方程 剪力图与弯矩图	51
5.4 载荷集度、剪力和弯矩之间的微分关系	55
习题	58
第6章 弯曲应力	60
6.1 梁横截面上的正应力	60
6.2 梁横截面上的切应力	64
6.3 梁的弯曲强度条件	66
6.4 梁的合理设计	70
习题	72
第7章 弯曲变形	74
7.1 梁的挠度与横截面转角	74

7.2	梁的挠曲线近似微分方程	75
7.3	积分法求梁的变形	76
7.4	叠加法求梁的变形	78
7.5	梁的刚度条件	80
7.6	超静定梁	82
	习题	84
第 8 章	应力状态理论与强度理论	87
8.1	应力状态的概念	87
8.2	二向应力状态分析	88
8.3	三向应力状态分析	93
8.4	强度理论	94
	习题	97
第 9 章	组合变形	99
9.1	概述	99
9.2	斜弯曲	99
9.3	弯扭组合变形	103
9.4	弯拉(压)扭组合变形	106
9.5	偏心拉(压)与截面核心	108
	习题	111
第 10 章	能量法	113
10.1	应变能及其计算	113
10.2	互等定理	115
10.3	余能	116
10.4	卡氏定理	117
	习题	119
第 11 章	压杆稳定	122
11.1	压杆稳定的概念	122
11.2	压杆临界载荷的欧拉公式	123
11.3	欧拉公式的适用范围 经验公式	125
11.4	压杆的稳定性校核	128
	习题	130
第 12 章	平面图形的几何性质	133
12.1	形心和静矩	133
12.2	惯性矩和惯性积	135
12.3	平行移轴公式	138
12.4	惯性矩和惯性积的转轴公式	140
	习题	142
附 录		145
附录 A	简单载荷作用下梁的挠度和转角	145
附录 B	型钢规格表	148
参考文献		162

第 1 章 绪 论

1.1 材料力学的任务

工程中遇到的各种机械或建筑物都是由若干部件(零件)组成的,这些部件(零件)称为构件,根据其几何特征可分为杆件、板、壳、块体和薄壁杆件等。

要保证机械或建筑物安全工作,其组成的各构件就需安全工作,即要有足够的承受载荷的能力,简称为承载能力。如果构件设计薄弱,或选用的材料不恰当,不能安全工作,将会影响到整体的安全工作,甚至造成严重事故。另一方面,如果构件设计得过于强大,或选用的材料过好,虽然构件、整体都能安全工作,但构件的承载能力不能充分发挥,既浪费材料又增加质量和成本,也是不可取的。

显然,构件的设计是否合理有着相互矛盾的两个方面,即安全性和经济性,既要有足够的承载能力,又要经济、适用。材料力学为解决上述矛盾提供了理论依据和计算方法,而且,材料力学还在基本概念、基本理论和基本方法等方面,为机械零件、结构力学等后继课程提供了基础。

为了保证整个结构或机械正常地工作,构件应当有足够的的能力负担起应当承受的载荷,因此它应当满足以下力学上的最基本要求。

1. 强度要求

在规定的载荷作用下,构件不能发生破坏。例如房屋建筑物的横梁不能折断,隧道不能坍塌,压力容器不能爆裂。因此,强度要求就是指构件应有足够的抵抗破坏的能力。

2. 刚度要求

在载荷作用下,构件除了必须满足强度要求外,还要求不能有过大的变形。例如,铁路桥梁在列车通过时若变形过大,则必将影响列车的正常行驶,危及行车安全;机床主轴变形过大,将影响加工精度。因此,刚度要求就是指构件应有足够的抵抗变形的能力。

3. 稳定性要求

有些细长的受压构件,如房屋中的柱,铁路桁架桥的受压弦杆,千斤顶的螺杆等应始终维持原有的直线平衡形态,保证不能压弯。因此,稳定性要求就是指构件应有足够的保持原有平衡状态的能力。

构件的强度、刚度和稳定性与其所用的材料有关。同样尺寸、形状的构件,当分别用不同的材料来制作时,它们的强度、刚度和稳定性也各不相同。因此,对构件的强度、刚度和稳定性的研究离不开对材料的力学性质的研究,材料的力学性质需要通过试验的方法来测定。试验研究和理论研究是材料力学缺一不可的两个基本研究手段。

1.2 材料力学的基本假设

构件所用的材料从物质结构到力学性能都是各不相同的,在进行强度、刚度和稳定性计算时,需要对材料加以理想化。一方面忽略某些枝节的、次要的因素,使问题得到简化;另一方面抓住主要的、共同的特征,使问题的解答满足工程中所要求的精确度。根据材料的主要性质,做出如下基本假设。

1. 连续性假设

认为物体整个体积内毫无空隙地充满了物质。实际上变形固体从其物质结构而言,组成固体的粒子之间是有空隙的,但这些空隙的大小和构件的尺寸相比极其微小,故假设固体内部是密实无空隙的。根据这一假设,物体内的一些物理量(例如应力、变形和位移等)就可用位置坐标的连续函数表示,便于利用高等数学中的微积分方法进行分析。

2. 均匀性假设

认为物体整个体积内材料的结构和性质相同,认为材料质量的分布是均匀的,各点处的力学性能完全相同。实际上,一般的工程材料都有不同程度的非均匀性,例如金属材料,多为两种或两种以上元素组成,不同元素晶粒的力学性质并不完全相同。但构件的尺寸远大于晶粒的尺寸,且为数极多的晶粒又无序排列,所以从统计平均值的观点考虑,可假设材料是均匀的。根据这一假设,可在构件中截取任意微小部分进行研究,然后将所得的结论推广到整个构件。

3. 各向同性假设

认为物体在所有方向上均具有相同的物理和力学性能。从宏观上可认为这种材料为各向同性材料。

从微观上讲,大多数工程材料不是各向同性的。例如金属材料,其单个晶粒呈结晶各向异性,但当它们形成多晶聚集体的金属时,排列无序,从统计平均值的观点,宏观上可认为是各向同性的。这个假设并不是对所有的材料都适用,存在各向异性的材料,如木材、胶合板、纤维增强复合材料等,其中最重要的是正交各向异性。本书所研究的对象只限于各向同性可变形固体。

4. 小变形假设

认为物体在外力作用下所产生的变形与物体本身的几何尺寸相比是很小的。根据这一假设,当考察变形固体的平衡问题时一般可以略去变形的影响,因而可以直接应用刚体静力学的分析方法。材料力学所考虑的构件变形属于小变形范围。

1.3 材料力学中的几个基本概念

1.3.1 外力、内力及应力

1. 外力

外力是指物体所受到的其他物体对它的作用力。

(1) 按来源分类

按外力来源可分为主动力和约束反力。一般而言,主动力是载荷力;约束反力是支反力,

它是为了阻止物体因载荷作用产生的运动趋势所起的反作用。

(2) 按作用范围分类

按外力作用范围可分为表面力和体积力。表面力是指作用于物体表面的力,可进一步分为分布力和集中力。分布力是指连续作用于物体表面的较大面积上的力,例如液体等对容器的压力,常用单位是 N/m^2 (中文符号为牛/米²,名称为牛顿每平方米)。体积力是指连续分布于物体内部各点的力,例如物体的自重和惯性力等,单位是 N/m^3 。

(3) 按载荷随时间变化的情况分类

按载荷随时间变化的情况,外力分为静载荷和动载荷。若载荷缓慢地由零增加到某一定值以后即保持不变,或变动很不显著,即为静载荷。动载荷指的是随时间改变的载荷,按其随时间变化的方式,又分为交变载荷与冲击载荷。交变载荷是随时间做周期性变化的载荷,例如当齿轮转动时作用于每一个齿上的力都是随时间按周期变化的。冲击载荷则是物体的运动在瞬时发生突然变化所引起的载荷,例如汽锤杆在锻压时所受的载荷。

2. 内力

构件受到外力作用而产生变形时,构件内部各质点间的相对位置将发生变化,同时,各质点间的相互作用力也发生了改变。上述相互作用力由于物体受到外力作用而引起的改变量,就是材料力学中所研究的内力。严格地讲,它是由于外力的作用所引起的“附加内力”,通常简称为内力,其特点是内力随外力增加而增大,但有一定限度,超过这一限度,杆件就会发生破坏。

为了揭示在外力作用下构件所产生的内力,确定内力的大小和方向,通常采用截面法。

一个物体受外力作用处于平衡状态,假想用—个平面把物体截为 I、II 两部分(见图 1.1),则截面上一定存在分布的内力系。由于整体是平衡的,截开的每一部分也必然是平衡的,每一部分原有的外力与截面上所暴露的内力组成平衡力系,利用静力平衡方程可求出内力。这样求出的内力实际上是内力的合力(力或力偶)。

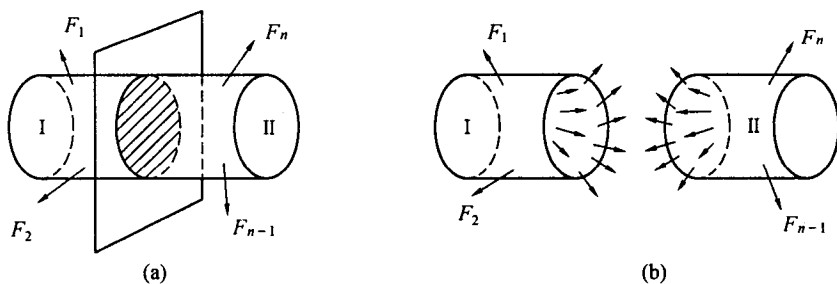


图 1.1

以图 1.2 所示拉杆为例,说明用截面法求受轴向拉伸(压缩)杆件内力的步骤。

第 1 步,截断。如果要求杆件上任一横截面 $m-m$ 上的内力,就用一假想平面在所求内力处将杆件截开为两部分,如图 1.2(a) 所示。

第 2 步,取出。取出其中的任一部分(如左边部分)弃去另一部分,将原来作用在取出部分上的外力照样画出,如图 1.2(b) 所示。

第 3 步,代替。弃去部分对保留部分的作用以作用在截面上的内力代替。根据共线力系的平衡条件可知,内力的合力作用线必与杆的轴线重合,该合力用 F_N 表示,其指向为背离

截面的方向,如图 1.2(b) 所示。

第 4 步,平衡求解。因总体平衡,部分也应平衡,列出静力学平衡方程求解未知内力。由左段的平衡条件

$$\sum F_x = 0 \quad F_N - F_P = 0$$

得

$$F_N = F_P$$

结果为正,表明所设内力方向正确。取右段时计算结果也一样,所得内力与由左段求得的大小相等,但方向相反,如图 1.2(c) 所示。

对于压杆,亦可通过上述步骤求得任一横截面上的内力,但内力为负,表明内力的实际方向是指向截面。

由上述可知,直杆在轴向拉伸或压缩时,横截面上只有作用线与杆轴线重合的内力,这种内力称为轴力。轴力 F_N 的正负号规定:背离截面为正,指向截面为负。

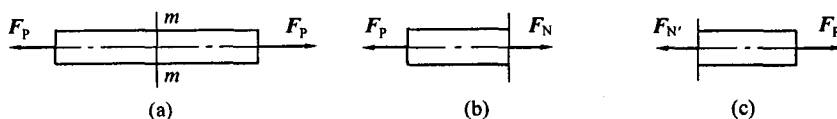


图 1.2

3. 应力

仅仅靠内力不足以描述构件的强度,因为只考虑内力的大小而不考虑承受此内力的截面的大小,是不能确定此构件的承载能力的,所以需要讨论内力的密集程度。若内力在截面上是均匀分布的,那么截面上的内力除以截面面积,得到单位面积上的内力,称为应力。

一般情况下,内力并非均匀分布。截面上围绕 M 点取微小面积 ΔA (见图 1.3), 设 ΔA 上分布内力的合力为 ΔF_R , 那么称

$$\frac{\Delta F_R}{\Delta A} = P_m \quad (1.1)$$

为 ΔA 上的平均应力, P_m 的大小及方向随 ΔA 的大小和方向而改变。

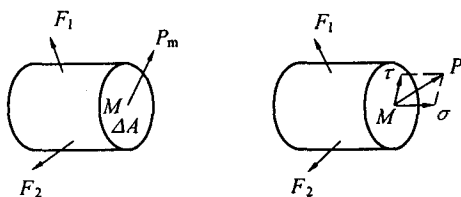


图 1.3

当所取的微面积趋于无穷小时,上述平均应力趋于一极限值,即

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_R}{\Delta A} = P \quad (1.2)$$

称为 M 点的总应力。若将 P 分解为两个分量,一个沿界面法向方向为 σ , 一个沿界面切线方向为 τ , 则称 σ 为正应力, 称 τ 为剪应力, 显然有

$$P^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad (1.3)$$

1.3.2 位移、变形与应变

物体受力后,其形状和尺寸的改变称为变形。物体变形时,其中任意一点将产生移动,这种移动称为线位移。物体变形时,其中的线段或平面会发生转动,这种转动称为角位移。

如图 1.4 所示,左端固定、右端自由的杆件,受到集中荷载 P 作用后,变形成为图中虚线所示形状,这时杆端点 A 的线位移为 AA_1 ,杆端平面的角位移为 θ 。

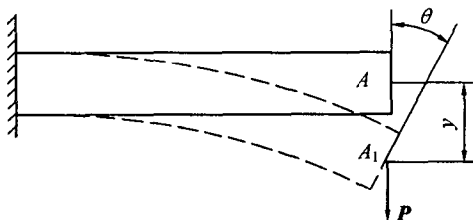


图 1.4

线位移和角位移并不足以完全表示变形(构件作刚体运动时也会产生线位移、角位移),但可用线段伸长、缩短、角度的扩大和缩小来描述物体的变形,这样,线段长度的改变称为线变形,角度的改变称为角变形。

由于研究的对象是均匀连续的,可以将物体看做由许多微小的正六面体组成,首先研究每一个六面体的变形,然后再组合成物体整体变形。

对于一个微小的正六面体,变形可用两种形式描述(见图 1.5)。

- ① 棱边长度的改变。
- ② 棱边之间所夹直角的改变。

图 1.5(a) 为初始状态,其沿 x 轴方向的棱边 AB 原长为 Δx ,变形后为 $\Delta x + \Delta u$ 。如图 1.5(b) 所示, Δu 为 AB 线段的绝对变形,其大小与原长的长短有关。当 AB 线段内各点处的变形程度相同时,则比值

$$\epsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1.4)$$

称为线段 AB 的相对变形,即线应变,它是一个无量纲的量。若线段 AB 内各点处的变形程度不同,则此比值是线段 AB 的平均线应变。当 Δx 趋于零时, AB 上任意点 M 沿 x 方向的线应变为

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1.5)$$

当构件发生变形后,上述正六面体除棱边的长度发生改变外,两条垂直线段 AD 和 AB 之间的夹角也将可能发生变化,如图 1.5(c) 所示,不再保持为直角,这种直角角度的改变量称为剪应变。它也是一个无量纲的量,通常用弧度(rad)来度量。

显然,当整个物体变形时,它所包含的所有微小单元体也将随着变形,而每一单元体的变形不外乎是各棱边长度的改变和各棱边间(或各平面间)角度的改变两种,故无论实际物体的变形怎样复杂,我们都可以把它看做是两种基本应变的综合。

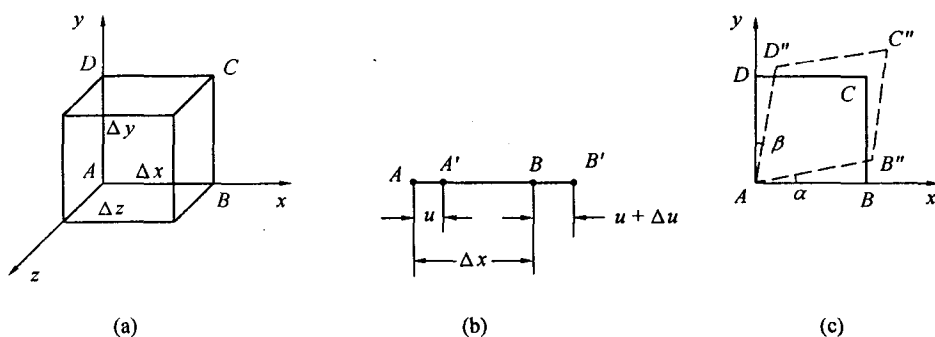


图 1.5

1.4 杆件变形的基本形式

杆件受力的情况各种各样,相应的变形也形式各异。如前所述,就杆件一点周围的一个微元体而言,它的变形有线应变和角应变,所有的微元体变形的积累形成杆件整体的变形。杆件变形的基本形式有下列 4 种。

1. 轴向拉伸或压缩

当杆件受到沿轴线方向的拉力或压力作用时,杆件将产生轴向伸长或缩短变形。直杆两端承受一对大小相等、方向相反的轴向力是最简单的情况,如图 1.6 所示。实际上,理论力学中提到的二力杆,都是轴向拉伸或压缩的例子。

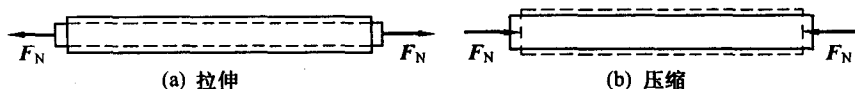


图 1.6 轴向拉伸或压缩

2. 剪切

这类变形的发生是由大小相等、方向相反、作用线相互平行且沿杆件横向作用的一对力引起的,表现为受剪杆件的两部分沿外力作用方向发生相对错动,如图 1.7 所示。机械中常用的连接件,如键、销钉、螺栓等均发生此类变形。

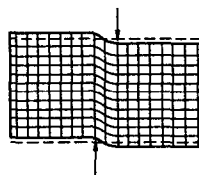


图 1.7 剪切

3. 扭转

当作用在杆件上的力可组成横截面内的力偶时(力偶矢量方向与杆件轴向相同),杆件的横截面将绕其轴线相互转动,这样的受力变形形式称为扭转。图 1.8 示出了一对转向相反、力矩相等的力偶分别作用在杆端截面上所引起扭转变形的情形。

4. 弯曲

弯曲变形的发生是由垂直于杆件轴线的横向力,或由大小相等、方向相反、作用面位于包含轴线的纵向平面内的一对力偶引起的,表现为杆件轴线由直线变为曲线,如图 1.9 所示。在工程中,受弯杆件是最常见情形之一,例如起重机的大梁,各种心轴以及车刀等均发生此类变形。

上述为杆件的基本变形,一些复杂变形可以看成是几种基本变形的组合,这时的变形称为组合变形,本书主要介绍几种基本变形。

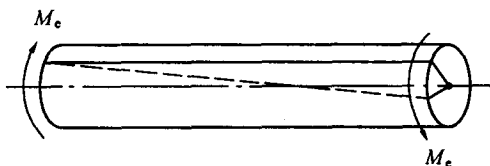


图 1.8

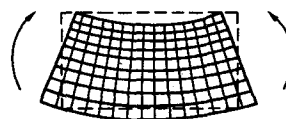


图 1.9

习 题

- 1.1 什么是构件的强度、刚度、稳定性?
- 1.2 材料力学对变形固体做了哪些基本假设?假设的根据是什么?
- 1.3 什么是外力?怎样求外力?
- 1.4 什么是内力?怎样求内力?
- 1.5 什么是应力?它与内力的关系是什么?你能测量出一点的应力吗?
- 1.6 位移、变形和应变的区别和联系是什么?

第 2 章 轴向拉伸和压缩

轴向拉伸(或压缩),是指直杆在两端受到沿轴线方向的拉力(或压力)作用而产生的变形。

在工程结构和机械设备中,我们经常会遇到承受轴向拉伸和轴向压缩的等直杆件,例如组成起重机塔架的杆件,房屋桁架中的各杆件(见图 2.1) 等。

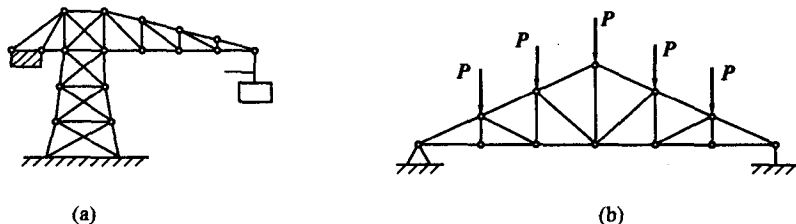


图 2.1

以上提到的受拉或受压的杆件,虽然外形各有不同,加载方式也不相同,但都可以简化为如图 1.6 所示的计算简图。图中用实线表示受力前的形状,虚线表示变形后的形状。它们的共同特点是:作用于杆件上的外力合力的作用线与杆件轴线重合,杆件产生沿轴线方向的伸长或缩短。本章将介绍这类问题的强度和刚度的计算以及材料的力学性质等。

2.1 拉压杆的内力及内力图

为了显示拉(压)杆横截面上的内力,假想沿横截面 $m-m$ 将杆件分成左右两部分,如图 1.2(a) 所示。任取其中一部分,如左半部分作为研究对象,如图 1.2(b) 所示,将弃去的部分对左半部分的作用以内力 F_N 来代替。由左半部分的平衡条件 $\sum F_x = 0$,得

$$F_N - F_P = 0$$

$$F_N = F_P$$

由于外力 F_P 的作用线与杆件的轴线重合,内力 F_N 的作用线也一定与杆件轴线重合,这种内力称为轴力。材料力学中规定:使杆件受拉而伸长的轴力为正,受压而缩短的轴力为负。同样,如果取右半部分为研究对象,在 $m-m$ 截面上将得到相同的内力。

如沿杆件轴线有多个外力作用,则在杆件各部分的横截面上轴力不相等。为了较直观、明显地表示各横截面上的轴力,常用轴力图来表示。轴力图绘制可通过下面的例题予以说明。

例 2.1 试绘制如图 2.2(a) 所示杆件的轴力图。

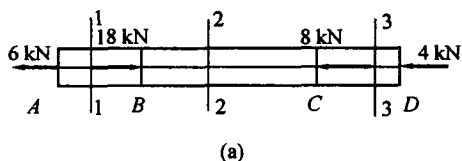
解 为求 AB 段内的轴力,用一假想的截面 1—1 在 AB 段任一截面处将杆截开并取出左段(见图 2.2(b)),设 1—1 截面的轴力 F_{N_1} 为正,由此段的平衡条件

$$\sum F_x = 0 \quad -6 + F_{N_1} = 0$$

得

$$F_{N_1} = 6 \text{ kN}$$

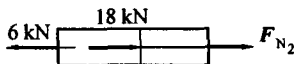
F_{N_1} 为正,说明 F_{N_1} 的方向与假设方向相同,为拉力。由于 1—1 截面是在 AB 段内任取的,所以 AB 段内任一截面的轴力都为 6 kN。



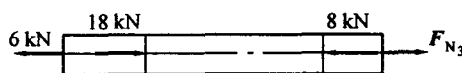
(a)



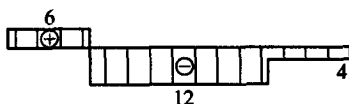
(b)



(c)



(d)



(e)

图 2.2

为求 BC 段内的轴力,用一假想的截面 2—2 在 BC 段任一截面处将杆截开,研究其左段(见图 2.2(c)),同样,假设轴力 F_{N_2} 为正,由左段的平衡条件

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ -6 + 18 + F_{N_2} &= 0 \end{aligned}$$

得

$$F_{N_2} = -12 \text{ kN}$$

结果为负值,说明 F_{N_2} 的真实方向应与图设方向相反,为压力。

同理可求 CD 段内任一横截面上的内力 F_{N_3} (见图 2.2(d)),由平衡条件

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ -6 + 18 - 8 + F_{N_3} &= 0 \end{aligned}$$

得

$$F_{N_3} = -4 \text{ kN}$$

各段内的轴力求出后,在 $x - F_N$ 坐标系中,标出各段轴力的大小和正负,即得轴力图,

如图 2.2(e) 所示。

由此例可见,应用截面法计算轴力时,对未知轴力以正的方向假设其指向为好。计算结果为正号表示与假设方向相同,轴力为拉力;负号表示真实轴力方向与假设方向相反,轴力为压力。另外,根据所得结果作出的轴力图也不致出错。

2.2 拉压杆截面上的应力

仅根据轴力并不能判断受轴向拉伸或压缩的杆件是否有足够的强度。如用同一种材料制成粗细不同的两根杆,在相同的拉力下,两杆的轴力相同,但随拉力逐渐增大时,细杆必定先被拉断。说明杆件的强度不仅与轴力的大小有关,还与杆的横截面的面积有关,所以必须用应力来比较和判断杆件的强度。

2.2.1 横截面上的应力

为了对拉压杆进行强度和刚度计算,仅知道横截面上的内力还不够,还要进一步研究内力在截面上的分布集度,即应力的大小。由于轴力 F_N 垂直于横截面,故在横截面上应存在正应力。因为只有与相应的法向内力元素 σdA 才可能组成轴力 F_N ,并且有

$$\int_A \sigma dA = F_N \quad (2.1)$$

由于正应力 σ 在横截面上的分布规律还不知道,故仅有静力关系式(2.1)还不能由此求出 σ 。我们可以通过实验来观察拉压杆的变形规律,从而推测应力在截面上的分布规律。

如图 2.3 所示的等直杆,变形前在杆的侧表面上画垂直于杆轴线的直线 ab 和 cd (图中实线所示),然后在杆的两端施加轴向拉力 F_P 。从变形后的杆(图中虚线所示)可以观察到 ab 和 cd 分别平行地移到 $a'b'$ 和 $c'd'$,它们仍为直线,并且仍然垂直于轴线。

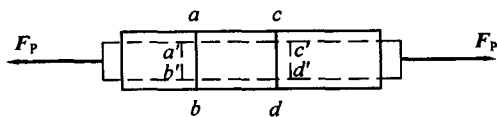


图 2.3

根据观察到的表面变形现象,从变形的可能性出发,做出内部变形的假设:变形前为平面的横截面,变形后仍保持为平面,这个假设称为平面假设。

根据平面假设,拉杆变形后两横截面作相对平移。如果假设杆件是由许多平行于轴线的纵向纤维组成,则任意两横截面间的所有纵向纤维的伸长均相同,即伸长变形是均匀的。由材料的均匀性假设,即各纵向纤维的力学性质相同,并且变形与力之间存在对应关系,可以推知横截面上的正应力是均匀分布的。因此,由式(2.1)可得

$$F_N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_A dA = \sigma A$$

$$\text{即} \quad \sigma = \frac{F_N}{A} \quad (2.2)$$

式(2.2)就是拉杆横截面上正应力的计算公式。对于压杆,式(2.2)同样适用,只是轴力