



国家工科教学基地
21世纪电工电子系列教材

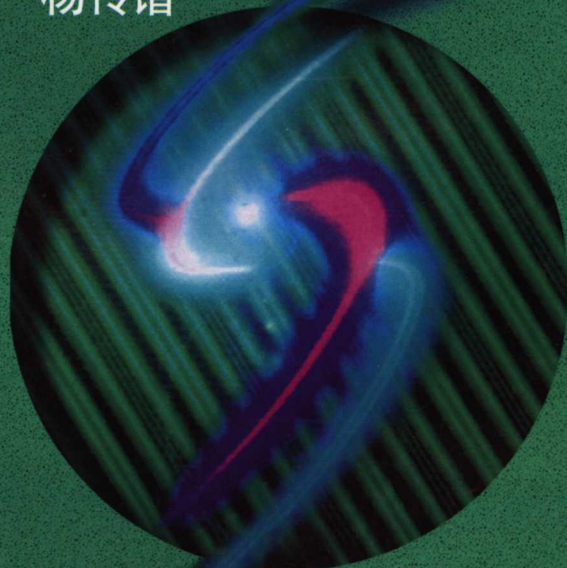
电路理论

——时域与频域分析

主编 杨泽富

(第二版)

编者 颜秋容 孙敏 杨传谱



华中科技大学出版社

HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

E-mail: hustpp@wuhan.cn gb.com

电 路 理 论

——时域与频域分析

(第二版)

主编 杨泽富

编者 颜秋容 孙 敏 杨传谱

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

电路理论——时域与频域分析(第二版)/杨泽富 主编
武汉:华中科技大学出版社,2006年10月
ISBN 7-5609-1855-7

I. 电…

II. ①杨… ②颜… ③孙… ④杨…

III. 电路理论-高等学校-教材

IV. TM13

电路理论——时域与频域分析(第二版)

杨泽富 主编

责任编辑:叶见欣 李 德

封面设计:潘 群

责任校对:刘 竣

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557473

录 排:武汉市众心图文激光照排中心

印 刷:华中科技大学印刷厂

开本:787×960 1/16

印张:20.5

字数:366 000

版次:2006年10月第2版

印次:2006年10月第6次印刷

定价:28.80元

ISBN 7-5609-1855-7/TM·74

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 提 要

本书是电路理论模块化教材的第二部分,主要讨论时域网络和频域网络。全书共分七章:动态电路元件、动态电路的时域分析、正弦稳态分析、互感耦合电路、正弦稳态三相电路、周期性非正弦稳态电路分析以及网络的复频域分析法(运算法),每章均有本章主要内容小结。

本书立论严谨、概念清晰、要点突出、叙述流畅、例题丰富、便于自学。可作为高等院校电类有关专业的教材或教学参考书,也可供有关技术人员参考。

总 序

电路理论是一门重要的技术基础课,是工科电类、电子、通信、控制以及机电一体化等学科必备的理论基础,对大学生总体课程的学习和今后的工作起着深远的影响。

为了提高教学质量,适应 21 世纪高等工科教学内容及课程体系改革的要求,我们按照模块化的方式组织编写了这套电路理论教材。

全套教材分为《电阻性网络》、《时域与频域分析》、《端口网络与均匀传输线》三个模块,形成电路理论课程的三个台阶。这样,可使学生在学习过程中具有明确的阶段性,发挥他们学习的自觉性、主动性和创造性,使他们沿着这三个台阶攀登,打下深厚、坚实的电路理论基础。

为了便于自学,在一些重点章节及难以理解的地方,论述得比较详尽,同时还编有丰富的具有一定深度和难度的颇具启发性的例题分析,以启迪学生的思路,扩大他们的视野。

本书各章都配有一定数量的习题,其中有些习题的难度较大,可以激发学生的思考,促使他们从更深的层面去理解和掌握电路理论的有关内容,可以说是各章内容的延续。为了方便学生对这些习题的自我训练,各章习题都附有参考答案,供学生对照检查。

编写本教材的作者,都是从事电路理论课程教学多年的教授、副教授,具有较丰富的教学经验。他们在教学过程中,力求在讲深讲透电路理论的基本概念、基本原理和基本分析方法的同时,加强对学生分析问题、解决问题的能力以及素质的培养。在本书的编写中,作者溶进了这方面的心血,具有一定的特色。书中有不少观点和提法是作者经过多年的教学总结和提炼出来的。

本书的内容具有一定的深度、广度和难度,在组织教学时可以根据不同的情况进行取舍。本书不仅可作为有关专业的电路理论课程的教材,也可供有关的工程技术人员参考。

为了满足需要,以附录形式编写了“磁路与含铁心的线圈”一章。

本套教材《电阻性网络》由黄冠斌副教授主编,《时域与频域分析》由杨传谱副教授主编,《端口网络与均匀传输线》由陈崇源教授主编。

由于本书内容较多,范围较广,篇幅较大,可能会有一些考虑不周和错漏之处,恳请广大读者与同仁给予批评指正。

编 者

1997 年 10 月于华工大

第二版序

本书第一版至今,历经七载。七年多来,本书作为华中科技大学电类专业本科生电路理论课程教材和硕士研究生入学考试的主要参考书,赢得了广大读者和教师的充分肯定,并为我校国家级电工电子教学基地建设作出了贡献。另一方面,这些年来我国的高等工程教育和教学都发生了很大的变化,此次修订,正是为了适应这一变化而进行的。

此次修订保留了原书的体系,变动的地方主要如下。

1. 第一章电路变量的波形及函数表示一节中,删去了繁琐的波形表示及运算,重点强调了与本书联系紧密的单位阶跃函数、单位冲激函数和脉冲函数的定义及运用。

2. 第一章电容元件及电感元件的叙述中增加了原始条件及稳态值的分析。

3. 对“动态电路的时域分析”一章进行了重新整合。根据动态电路最本质的物理特性,首先阐述了微分方程求解动态电路的根本性方法,再在此基础上,对动态电路在不同激励函数和原始状态下的响应变化规律和方法展开讨论。引导读者完整地掌握动态电路的分析思想和方法,并得出在一定条件下适用的三要素法。

4. 对章末习题进行了精简,删除了一些类似的习题,增加了部分综合性的习题。

5. 各章后面都增加了“本章小结”,归纳了一章的主要内容。

参加本次修订工作的人员有:杨泽富、颜秋容和孙敏,颜秋容编写和修改了第1,2章,孙敏修改了第3,4章,杨泽富修改了第5,6,7章,全书由杨泽富统稿。

本书中的不当或错误之处,敬请读者批评指正。

编者

2006.6

第一版序

将电路理论分为《电阻性网络》、《时域与频域网络》和《端口网络与均匀传输线》三个模块是电路理论体系和内容改革的一种尝试。本书是这三个模块中的第二部分。

时域和频域分析实际上包括时域网络和频域网络两部分。在时间域内分析和讨论电路称为时域网络分析,在频率域和复频率域(s 域)内分析和讨论电路称为频域网络分析。时域网络主要包括电路变量的波形及函数表示、动态电路元件、一阶和二阶电路等。频域网络主要包括正弦稳态电路、互感耦合电路、正弦稳态三相电路、周期性非正弦稳态电路及网络的复频域分析法等。网络的状态变量分析法应属本书的内容,但根据模块化教学的需要而将其编入第三个模块。

本书除在体系上有较大的变动外,作者还根据我校电工基础教研室全体同仁多年的教学经验对传统电路理论的不少内容提出了自己的一些观点和看法。如提出用直接叠加法表示具有直线段的波形;用零状态响应算子 z_0 导出卷积积分公式和用全解析算法计算卷积积分;互感耦合元件的符号规则及复频域分析中关于网络函数的论述等。另外,作者还有意识地将变换的思想贯穿本书的始终,对培养读者科学的思维方法也将起到积极作用。

本书第1,2,6章由杨传谱编写,第3,4章由孙敏编写,第5,7章由杨泽富编写。杨传谱任主编编写本书时,参考了许多电路理论教材版本及相关的教学参考书,在此一并对这些书的作者表示诚挚的谢意。书中不当之处,欢迎广大读者批评指正。

编 者

1998年4月于华中理工大学

目 录

第 1 章 动态元件和动态电路	(1)
1-1 单位阶跃函数与单位冲激函数	(1)
1-1-1 单位阶跃函数	(1)
1-1-2 单位冲激函数	(4)
1-1-3 波形表示	(7)
1-2 电容元件	(8)
1-2-1 电容元件的定义及分类	(9)
1-2-2 线性时不变电容元件	(9)
1-2-3 线性时不变电容元件的串联与并联	(13)
1-3 电感元件	(17)
1-3-1 电感元件的定义及分类	(17)
1-3-2 线性时不变电感元件	(17)
1-3-3 线性时不变电感元件的串联与并联	(21)
1-4 动态电路	(24)
1-4-1 动态电路的微分方程	(24)
1-4-2 初始条件	(26)
1-4-3 动态电路的时域分析	(29)
本章小结	(29)
习题一	(30)
第 2 章 一阶电路与二阶电路	(34)
2-1 一阶电路的两种基本类型	(34)
2-2 一阶电路的零输入响应	(34)
2-2-1 RC 电路	(34)
2-2-2 RL 电路	(41)
2-3 一阶电路的零状态响应	(46)
2-3-1 常量输入时的零状态响应	(46)
2-3-2 单位阶跃响应	(54)
2-3-3 线性时不变电路零状态响应的基本性质	(56)
2-3-4 正弦输入下的零状态响应	(57)
2-4 全响应	(59)
2-4-1 微分方程及响应	(59)
2-4-2 全响应的两种分解方式	(60)

2-5 求解一阶电路的三要素法	(63)
2-6 单位冲激响应	(67)
2-7 任意波形激励下的零状态响应	(70)
2-8 二阶电路	(73)
2-8-1 二阶线性齐次微分方程解的一般形式	(73)
2-8-2 二阶电路的零输入响应、零状态响应和全响应	(74)
本章小结	(84)
习题二	(85)
第3章 正弦稳态分析	(95)
3-1 正弦量的基本概念	(95)
3-1-1 正弦量的三要素	(95)
3-1-2 同频率正弦量的相位关系	(96)
3-1-3 正弦电量的有效值	(97)
3-2 正弦量的相量表示	(98)
3-2-1 用相量表示正弦量	(98)
3-2-2 用相量运算计算正弦量的和、差、微分和积分	(100)
3-3 KCL, KVL 的相量形式	(103)
3-4 RLC 元件特性方程的相量形式及相量模型	(104)
3-4-1 R 元件	(105)
3-4-2 L 元件	(106)
3-4-3 C 元件	(107)
3-5 阻抗和导纳	(110)
3-5-1 阻抗	(111)
3-5-2 导纳	(115)
3-6 正弦稳态电路的分析计算	(121)
3-7 正弦稳态电路的相量图、位形图分析法	(126)
3-8 正弦稳态电路的功率	(131)
3-8-1 瞬时功率	(132)
3-8-2 有功功率(平均功率)	(133)
3-8-3 视在功率、功率因数、无功功率	(134)
3-8-4 复(数)功率及复功率守恒	(136)
3-8-5 功率因数的提高(power factor correction)	(140)
3-8-6 最大功率传输(maximum average power transfer)条件	(142)
3-9 电路的频率响应	(144)
3-9-1 正弦稳态网络函数	(144)
3-9-2 谐振	(148)
本章小结	(159)

习题三	(161)
第4章 互感耦合电路	(171)
4-1 耦合电感元件	(171)
4-1-1 两线圈线性定常耦合电感元件	(171)
4-1-2 多线圈线性定常耦合电感元件	(178)
4-1-3 耦合电感元件的等效电路	(179)
4-1-4 含耦合电感元件电路的分析计算	(185)
4-2 空芯变压器	(190)
4-2-1 空芯变压器的电路模型及回路方程	(191)
4-2-2 原方等效电路,反映阻抗	(191)
4-3 理想变压器	(193)
4-3-1 理想变压器的特性方程	(193)
4-3-2 理想变压器的阻抗变换性质	(195)
4-3-3 含理想变压器的电路分析	(196)
* 4-4 变压器模型	(200)
4-4-1 全耦合变压器的模型	(200)
4-4-2 一般变压器的模型	(201)
本章小结	(203)
习题四	(204)
第5章 正弦稳态三相电路	(210)
5-1 三相电路的基本概念	(210)
5-1-1 对称三相电源和对称三相负载	(210)
5-1-2 三相电路的基本连接方式	(212)
5-2 对称三相电路正弦稳态分析	(214)
5-2-1 Y-Y 对称三相电路的计算	(214)
5-2-2 Δ - Δ 对称三相电路的计算	(217)
5-2-3 其他类型对称三相电路的计算	(218)
5-3 不对称三相正弦稳态电路分析	(221)
5-3-1 不对称三相电路的一般分析方法	(221)
5-3-2 一相开路	(226)
5-3-3 一相短路	(227)
5-4 三相电路的功率与测量	(229)
5-4-1 三相电路的功率	(229)
5-4-2 三相电路功率的测量	(235)
本章小结	(237)
习题五	(238)

第6章 周期性非正弦稳态电路分析	(242)
6-1 周期函数的傅里叶级数	(243)
6-1-1 傅里叶级数	(243)
6-1-2 几种对称周期函数的谐波分析	(246)
6-1-3 周期性非正弦函数的频谱	(248)
6-2 傅里叶级数的指数形式	(250)
6-3 周期性非正弦电量的有效值和平均值,平均功率	(252)
6-3-1 有效值	(252)
6-3-2 平均值,均绝值	(253)
6-3-3 平均功率	(254)
6-4 周期性非正弦稳态电路分析	(255)
6-5 对称三相周期性非正弦电路	(258)
6-5-1 对称三相周期性非正弦电源	(258)
6-5-2 对称三相周期性非正弦电路分析	(260)
本章小结	(263)
习题六	(265)
第7章 网络的复频域分析法	(268)
7-1 拉普拉斯变换的定义	(268)
7-2 拉氏变换的基本性质	(270)
7-3 拉氏反变换	(272)
7-3-1 单根的拉氏反变换	(273)
7-3-2 重根的拉氏反变换	(275)
7-4 运算法	(276)
7-4-1 KCL 和 KVL 的运算形式	(277)
7-4-2 电路元件特性方程的运算形式	(277)
7-4-3 运算法	(280)
7-5 网络函数 $H(s)$	(285)
7-5-1 网络函数的定义	(285)
7-5-2 $H(s)$ 与 $h(t)$ 之间的关系	(288)
7-5-3 卷积定理	(290)
7-5-4 极点与网络的稳定性	(291)
7-5-5 $H(j\omega)$ 与 $H(s)$ 之间的关系	(294)
7-5-6 零点、极点对频率响应的影响	(295)
本章小结	(298)
习题七	(301)
习题答案	(305)
附录 中英名词对照	(314)

第 1 章 动态元件和动态电路

本书第一部分详尽地讨论了线性电阻性网络(linear resistive network)的各种分析方法。线性电阻性网络的网络方程是一组关于电压或电流的代数方程,网络的输出变量与激励(电源)的关系是线性代数关系。在此将引入两个与电阻元件一样重要的理想电路元件:电容元件(capacitor)和电感元件(inductor),用它们来分别表征电器件储存电场能量和储存磁场能量的物理现象。这两个元件的电压和电流关系为微(积)分关系,称为动态元件(dynamic element),亦称储能元件(storage element)。含有动态元件的网络,其网络方程是微分方程,即电路变量(电压或电流)与激励的关系方程为微分方程,这类电路称为动态电路(dynamic circuit)。

1-1 单位阶跃函数与单位冲激函数

从信号与系统的观点看,电路变量不管是电荷 q ,磁链 ψ ,还是电压 u ,电流 i 等都属于信号的范畴。在集中参数电路中,信号最基本的特征是时间特征,即仅随时间变化而变化的特征。对于电信号特征最确切的描述应是数学描述,这种描述的通用形式就是函数表达式,简称函数表示。对于信号的另一种描述是波形表示,即将信号随时间变化而变化的规律在坐标平面上用曲线表示。函数表示和波形表示是描述信号最常用的两种形式。

对于各种各样的信号,可以从不同的角度加以分类。根据函数的性质,可将描述信号的函数分为普通函数和奇异函数(singularity function)。所谓普通函数是指函数 f 对定义域 X 中的每一个元素 x 能确切地规定出它的值域 Y 中的确定元素 y 。凡自变量与因变量之间的关系不符合普通函数定义的均可称为奇异函数。例如,常量、正弦函数、指数函数等均属普通函数。具有第一类间断点的函数通常都是奇异函数。普通函数及其波形已为大家所熟知,在此不再加以讨论。近代电路的重要特征之一就是引用了奇异函数并用它来表示电路变量的波形及函数。单位阶跃函数和单位冲激函数就是两种典型的奇异函数。

1-1-1 单位阶跃函数

单位阶跃函数(unit step function)的定义为

$$1(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases}$$

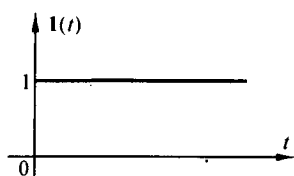


图 1-1 单位阶跃函数的波形

其波形如图 1-1 所示。可以看出,函数在 $t=0$ 时发生跳变,在 $t=0$ 时的左极限 $1(0_-)$ 为

$$1(0_-) = \lim_{t \rightarrow 0_-} 1(t) = 0$$

右极限 $1(0_+)$ 为

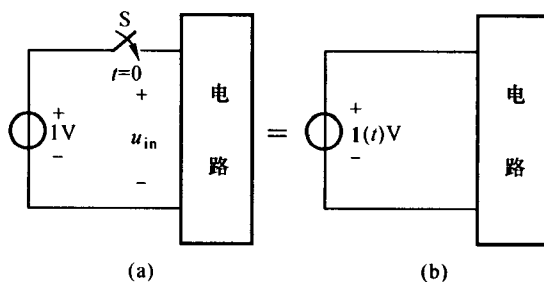
$$1(0_+) = \lim_{t \rightarrow 0_+} 1(t) = 1$$

跳变值 $\Delta 1(0)$ 为

$$\Delta 1(0) = 1(0_+) - 1(0_-) = 1$$

即一个单位,故称 $1(t)$ 为单位阶跃函数。单位阶跃函数在 $t=0$ 时的数值是不确定的,它介于 $0 \sim 1$ 之间。对电路理论所涉及的问题而言,该点取什么数值无关紧要。

单位阶跃函数可用来描述 $t=0$ 时幅值为一个单位的电源突然接入电路的输入信号。图 1-2(a) 所示的为 1V 电压源突然接入电路的情形。设开关 S 未闭合时,电路的输入信号 $u_{\text{in}}=0$, $t=0$ 时 S 合上后, $u_{\text{in}}=1$, 因此,对于所有时间 t , u_{in} 的确切描述就是一个阶跃函数。电路可等效为图 1-2(b) 所示的电路。

图 1-2 1V 电压源 $t=0$ 时接入电路的情形

若电压源的幅值为 E (常量), 则

$$u_{\text{in}} = E1(t)$$

称为阶跃函数。

将单位阶跃函数延迟 t_0 , 则该单位阶跃函数称为延迟单位阶跃函数。其函数表达式为

$$1(t-t_0) = \begin{cases} 0 & (t < t_0) \\ 1 & (t > t_0) \end{cases}$$

波形如图 1-3 所示。

广而言之,可定义

$$1(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1 & (x > 0) \end{cases}$$

为延迟单位阶跃函数。式中, x 称为宗量, 原则上可以是 t 的函数, 即 $x=f(t)$ 。引入宗量 x 的概念后, 阶跃函数的应用就更具灵活性。

例 1-1 作出函数 $1(-t)$ 的波形。

解 由定义得

$$1(-t) = \begin{cases} 0 & (-t < 0) \\ 1 & (-t > 0) \end{cases}$$

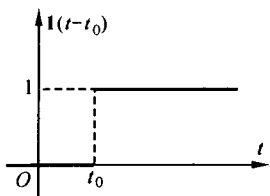


图 1-3 延迟单位阶跃函数的波形

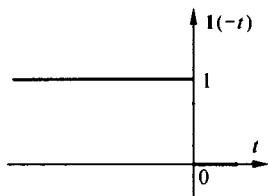


图 1-4 函数 $1(-t)$ 的波形

可知, 当宗量 $-t < 0$, 即 $t > 0$ 时, $1(-t) = 0$, 当宗量 $-t > 0$ 即 $t < 0$ 时, $1(-t) = 1$ 。由此可得其波形如图 1-4 所示。

例 1-2 作出函数 $1(-t+2)$ 的波形。

解 由定义得

$$1(-t+2) = \begin{cases} 0 & (t > 2) \\ 1 & (t < 2) \end{cases}$$

其波形如图 1-5 所示。

例 1-3 作出函数 $1(t-1)$ 的波形。

$$1(t-1) = \begin{cases} 0 & (t < 1) \\ 1 & (t > 1) \end{cases}$$

$1(t-1)$ 的波形如图 1-6 所示。它是将 $1(t)$ 延迟 1 个时间单位后得到的。

单位阶跃函数可以用来表示函数的定义域和对连续波形进行截取。如函数

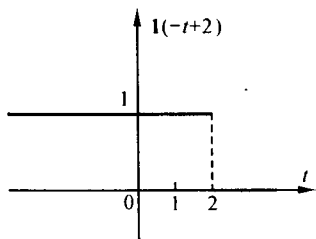


图 1-5 函数 $1(-t+2)$ 的波形

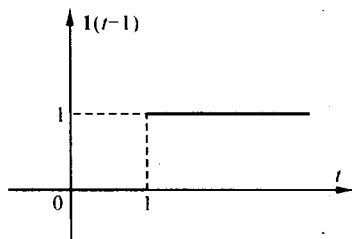


图 1-6 函数 $1(t-1)$ 的波形

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ \sin \omega t & (t > 0) \end{cases}$$

当用单位阶跃函数表示时可简单地写成

$$f(t) = 1(t) \sin \omega t$$

这事实上是用单位阶跃函数 $1(t)$ 表示了函数 $f(t)$ 的定义域。

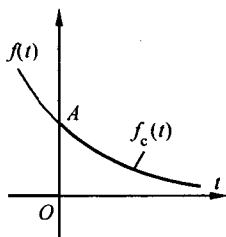


图 1-7 用 $1(t)$ 截取波形示例

若 $f(t) = Ae^{-2t}$ 的波形如图 1-7 所示, 当需截取 $t > 0$ 的波形时, 可用 $1(t)$ 加以表示, 即

$$f_c(t) = Ae^{-2t} 1(t)$$

其波形如图 1-7 中黑粗线所示。

若定义闸门函数 (gate function)

$$G(t_1, t_2) = \begin{cases} 0 & (t < t_1) \\ 1 & (t_1 < t < t_2) \\ 0 & (t > t_2) \end{cases}$$

则可以通过 $G(t_1, t_2)$ 与连续函数相乘, 截取连续函数上位于 (t_1, t_2) 区间上的一段。由 $G(t_1, t_2)$ 的定义不难得出其波形如图 1-8 所示。

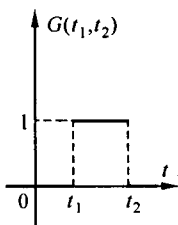


图 1-8 闸门函数波形

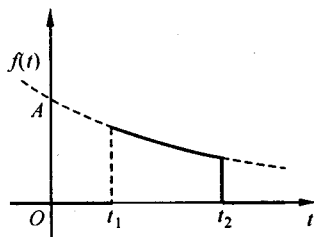


图 1-9 用 $G(t_1, t_2)$ 截取波形

还可用单位阶跃函数表示闸门函数, 即

$$G(t_1, t_2) = 1(t - t_1) - 1(t - t_2) \quad (1-1)$$

用 $G(t_1, t_2)$ 与图 1-7 中的 $f(t)$ 相乘, 得到图 1-9 中粗线段所示波形, 即截取了 $f(t)$ 在 $t_1 < t < t_2$ 的一段。

1-1-2 单位冲激函数

单位冲激函数 (unit impulse function) 又称为狄拉克函数, 是对于一种瞬间作用的信号的理想化描述。其定义为

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & (t \neq 0) \\ \text{奇异} & (t = 0) \end{cases}$$

且

$$\int_{-\epsilon}^{+\epsilon} \delta(t) dt = 1 \quad (1-2)$$

式中, ξ 为原点 O 的任一邻域。 $\delta(t)$ 的波形如图 1-10 所示。

当 $\xi=0$ 或 ∞ 时, 式(1-2)可写为

$$\int_{0-}^{0+} \delta(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

数值 1 称为 $\delta(t)$ 的冲激强度 (impulse strength), 其数学含义是 $\delta(t)$ 波形下所围的面积为 1。单位冲激函数 $\delta(t)$ 最显著的特征是其仅在 $t=0$ 时取值, 且强度为 1。

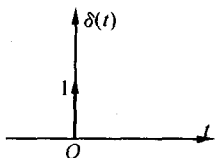


图 1-10 单位冲激函数的波形

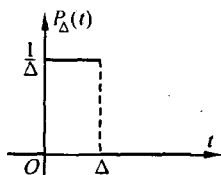


图 1-11 $P_{\Delta}(t)$ 的波形

单位冲激函数可以视为单脉冲的极限情况。图 1-11 所示的面积为 1 的单脉冲, 亦称为单位脉冲函数 (unit pulse function)。当脉冲宽度 $\Delta \rightarrow 0$ 时, 其高度 $\frac{1}{\Delta} \rightarrow +\infty$, 但保持面积为 1, 即得单位冲激函数 $\delta(t)$ 。单位脉冲函数可用单位阶跃函数表示为

$$P_{\Delta}(t) = \frac{1}{\Delta} [1(t) - 1(t - \Delta)]$$

因此, 有

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} P_{\Delta}(t) = \frac{d1(t)}{dt}$$

即有

$$1(t) = \int_{-\infty}^t \delta(t) dt = \int_{0-}^t \delta(t) dt$$

但

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = \int_{0-}^{0+} \delta(t) dt = 1$$

依此类推, $A\delta(t - t_0)$ 可视为在 t_0 处起始的面积为 A 的脉冲的极限情况, 其中, A 为冲激强度。

冲激函数有一个重要性质, 即筛分性 (sampling property)。假定函数 $f(t)$ 在 t_0 处连续且处处有界, 根据冲激函数的定义, 不难得出

$$f(t) \times \delta(t - t_0) = f(t_0) \delta(t - t_0) \quad (1-3)$$

对式(1-3) 进行积分

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \times \delta(t - t_0) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t_0) \delta(t - t_0) dt$$

$$\begin{aligned}
 &= f(t_0) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0) dt \\
 &= f(t_0)
 \end{aligned} \tag{1-4}$$

式(1-4)表明冲激函数具有将连续函数 $f(t)$ 在一点 t_0 的值“筛分”出来的作用,故称式(1-4)为冲激函数的筛分性。

例 1-4 计算式 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt$ 的值,设

- (1) $f(t)=6$;
- (2) $f(t)=220\sqrt{2}\sin(314t+45^\circ)$;
- (3) $f(t)=5\sqrt{2}\cos t$;
- (4) $f(t)=2e^{-3t}$ 。

解 利用单位冲激函数的筛分性,可得

$$(1) \text{ 当 } f(t)=6 \text{ 时, } \int_{-\infty}^{+\infty} 6\delta(t)dt=6$$

$$(2) \text{ 当 } f(t)=220\sqrt{2}\sin(314t+45^\circ) \text{ 时,}$$

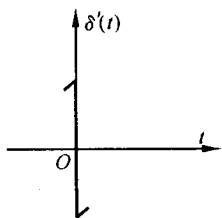
$$\begin{aligned}
 &\int_{-\infty}^{+\infty} 220\sqrt{2}\sin(314t+45^\circ)\delta(t)dt \\
 &= 220\sqrt{2}\sin(t+45^\circ)|_{t=0} = 220\sqrt{2}\sin 45^\circ = 220
 \end{aligned}$$

$$(3) \text{ 当 } f(t)=5\sqrt{2}\cos t \text{ 时,}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} 5\sqrt{2}\cos t\delta(t)dt = 5\sqrt{2}\cos t|_{t=0} = 5\sqrt{2}$$

$$(4) \text{ 当 } f(t)=2e^{-3t} \text{ 时,}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} 2e^{-3t}\delta(t)dt = 2e^{-3t}|_{t=0} = 2$$



单位冲激函数的微分用 $\delta'(t)$ 表示,即

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \delta'(t) \tag{1-5}$$

$\delta'(t)$ 称为单位对偶冲激函数。 $\delta'(t)$ 的波形如图 1-12 所示。

将式(1-5)两边取积分,可得

$$\delta(t) = \int_{-\infty}^t \delta'(t)dt = \int_{0_-}^t \delta'(t)dt$$

图 1-12 $\delta'(t)$ 的波形

当积分上限 $t=0_+$ 时,有

$$\int_{0_-}^{0_+} \delta'(t)dt = 0$$

$\delta'(t)$ 的数学含义是直观和明显的。由式(1-5)知, $\delta'(t)$ 等于 $\delta(t)$ 的变化率。 $\delta(t)$ 仅在 $t=0$ 时取值,且在 $t=0$ 时趋于 $+\infty$ 。因此, $\delta(t)$ 在 $t=0$ 的变化率实际上经历了两个过程,一个是从 0 上升到 $+\infty$ 的过程,一个是从 $+\infty$ 降低为 0 的过程。