

中等专业学校教材



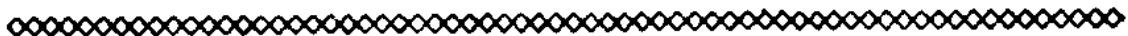
# 结 构 力 学

(第二版)

辽宁省水利学校 潘书勇 主编



**中等专业学校教材**



**结 力 学**

(第二版)

辽宁省水利学校 潘书勇 主编

中国水利水电出版社

## 内 容 提 要

全书共分九章。内容为：绪论、平面体系几何组成分析、静定结构内力分析、结构位移计算、力法（包括无铰拱计算）、位移法、矩阵位移法、力矩分配法和影响线等章。

本书是中等专业学校水利水电工程专业、水利工程专业、农田水利专业、水利管理专业结构力学课程的教材，也可作土建类专业与民用建筑专业职工技术培训教材，还可供工程技术人员参考。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

结构力学/潘书勇主编. —2 版. —北京：中国水利水电出版社，2007

中等专业学校教材

ISBN 978 - 7 - 80124 - 241 - 9

I. 结… II. 潘… III. 结构力学—专业学校—教材  
IV. 0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 109675 号

中等专业学校教材

结 构 力 学

(第二版)

辽宁省水利学校 潘书勇 主编

\*

中国水利水电出版社 出版、发行  
(原水利电力出版社)

(北京市三里河路 6 号 100044)

网址：[www.waterpub.com.cn](http://www.waterpub.com.cn)

E-mail：[sales@waterpub.com.cn](mailto:sales@waterpub.com.cn)

电话：(010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)

北京科水图书销售中心 (零售)

电话：(010) 88383994、63202643

全国各地新华书店和相关出版物销售网点经营

北京市地广印刷厂印刷

\*

787mm×1092mm 16 开本 16.75 印张 386 千字

1988 年 6 月第 1 版

1993 年 10 月第 2 版 2007 年 7 月第 10 次印刷

印数 91911—93910 册

ISBN 978 - 7 - 80124 - 241 - 9

(原 ISBN 7 - 120 - 01751 - 9 / TV · 630)

定价 23.50 元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有，侵权必究

## 第二版前言

本教材是按原水利电力部教育司1988年4月颁发的中等专业学校水利水电工程类专业结构力学课程教学大纲，贯彻“中共中央关于教育体制改革的决定”的精神，并汲取近年来教改经验编写而成的。

为培养德、智、体、美全而发展的，适应水利电力现代化建设需要的中等专业人材，本教材在编写过程中，力求做到精选内容，紧扣培养目标，加强基本理论、基本技能和基础知识的训练，并注意理论联系实际，做到由浅入深、重点突出、循序渐进。考虑到现代科学技术发展的需要，简单地介绍了结构的矩阵分析理论，并附有用FORTRAN语言及BASIC语言编写的平面刚架内力计算程序和算例。

为了加深理解和复习巩固所教的内容，各章后面附有小结、思考题和习题。为了便于自学，书后附有各章部分习题答案。

本书带“\*”的部分，不是大纲所要求的内容，但考虑到后继课程和自学提高的需要，故将这部分内容编入本书，作为自学参考。

参加本书编写的有广东省水利电力学校马美兰（第一、三、六章），安徽省水利电力学校王小彭（第二、五、九章），辽宁省水利学校潘书勇（第四、七、八章）。全书由潘书勇同志主编，由湖北省水利学校陈江媛同志主审。

在编审过程中，原水利电力部工程力学教学研究组主持召开了“结构力学教材研讨会”，对本书提出了宝贵意见，对此深表感谢。

由于编者水平有限，书中难免有缺点错误，希望读者批评指正。

编者  
1991年3月

## 第一版前言

本教材是根据水利电力部教育司一九八二年十一月颁发的中等专业学校《结构力学》课程教学大纲，贯彻《中共中央关于教育体制改革的决定》的精神，汲取近几年来教学改革的经验编写而成的。

编写时注意发扬以往有关教材的长处，力求做到由浅入深，突出重点，循序渐进。既保持结构力学基本理论的系统性，又贯彻理论联系实际、少而精的教学原则，特别是注重培养学生具有较强的实践能力。同时，考虑到现代科学技术的发展，适当介绍了矩阵位移法，并附有 ForTran 算法语言的源程序和计算例题。

为了启发学生思维、加深理解和复习巩固，各章后面附有小结、思考题和习题。为了自学的需要，书后还附有各章习题部分答案。

本书带“\*”的部分是选学内容。按照因材施教的原则，在教学过程中根据学生的实际水平和教学的具体情况可决定取舍。

参加本书编写的有黄河水利学校贺良（第一、四、七、十章）、东北水利水电专科学校刘恩济（第二、三、五章）、四川省水利电力学校张学裕（第六、八、九章）等同志，全书由贺良同志主编。

本书由长沙交通学院宋美君同志主审，在编审过程中，水利电力部水利水电专业教研会，工程力学教研组，结构力学教材研究讨论会以及河南周口水利学校张喜升、辽宁省水利学校潘书勇，长沙交通学院周暮等同志，提出了许多宝贵意见。对此表示感谢。

由于编者水平有限，书中可能有缺点错误，希望读者批评指正。

编 者

一九八七年五月

# 目 录

第二版前言	
第一版前言	
第一章 绪论	1
第一节 结构力学的研究对象及其任务	1
第二节 结构计算简图及其分类	1
第三节 结构力学的基本假设和叠加原理	5
第二章 平面体系的几何组成分析	7
第一节 概述	7
第二节 平面体系的自由度	8
第三节 瞬变体系的概念	9
第四节 几何不变体系组成规则	10
第五节 平面体系几何组成分析举例	12
小结	14
思考题	14
习题	14
第三章 静定结构内力分析	16
第一节 静定平面桁架	16
第二节 多跨静定梁	24
第三节 静定平面刚架	31
第四节 静定拱	42
小结	51
思考题	52
习题	53
第四章 结构位移计算	58
第一节 概述	58
第二节 功的概念·广义力与广义位移	59
第三节 虚功原理	60
第四节 结构位移计算的一般公式	60
第五节 静定结构在荷载作用下位移计算	63
第六节 图乘法	67
第七节 温度改变引起静定结构位移	74
第八节 支座移动引起静定结构位移	76
第九节 弹性结构的几个互等定理	77
小结	79

思考题	81
习题	81
<b>第五章 力法</b>	<b>84</b>
第一节 超静定结构的概念	84
第二节 力法的基本原理	86
第三节 一次超静定结构计算举例	88
第四节 多次超静定结构的力法计算	92
第五节 对称性利用	98
第六节 支座移动和温度改变对超静定结构的影响	103
第七节 超静定结构位移计算·力法计算的校核	107
第八节 等截面单跨超静定梁载常数和形常数表	108
第九节 用弹性中心法计算无铰拱	113
小结	121
思考题	122
习题	123
<b>第六章 位移法</b>	<b>126</b>
第一节 概述	126
第二节 等截面直杆的转角位移方程	129
第三节 位移法计算超静定结构	131
第四节 附加约束法简介	141
小结	145
思考题	145
习题	146
<b>第七章 矩阵位移法</b>	<b>148</b>
第一节 直接刚度法的基本概念	148
第二节 局部坐标单元刚度矩阵	152
第三节 坐标变换矩阵	156
第四节 结构坐标系单元刚度矩阵	157
第五节 结构总刚度矩阵与结构总刚度方程	162
第六节 支承条件的引入	165
第七节 非结点荷载的处理	167
第八节 矩阵位移法解题步骤	168
第九节 结构分析的计算机方法简介	182
小结	198
思考题	198
习题	198
<b>第八章 力矩分配法</b>	<b>201</b>
第一节 力矩分配法的基本原理	201

第二节 力矩分配法计算连续梁	205
第三节 无侧移刚架计算	211
* 第四节 有侧移刚架计算	217
小结	228
思考题	229
习题	229
<b>第九章 影响线</b>	<b>231</b>
第一节 概述	231
第二节 静力法作简支梁的影响线	232
第三节 机动法作梁的影响线	235
第四节 影响线的应用	239
第五节 简支梁的弯矩包络图和绝对最大弯矩	245
* 第六节 连续梁的内力包络图	248
小结	250
思考题	250
习题	251
<b>部分习题答案</b>	<b>253</b>
<b>主要参考文献</b>	<b>259</b>

# 第一章 绪 论

## 第一节 结构力学的研究对象及其任务

建筑物是由建筑材料按照一定的设计方案建成的，如水利工程中的堤坝、电站、涵洞、渡槽，土木工程中的房屋、桥梁、隧道等。结构是建筑物中支承荷载起骨架作用的部分，如水工建筑物中由闸门、闸底板、基础、闸墩、启闭台等组成的体系称为水工结构，但最简单的结构可以说是构件。

凡由杆件组成的结构称为杆系结构。结构力学是以杆系结构为主要研究对象，本书只讨论平面杆系结构的计算。为了与现代结构力学的发展相适应，还介绍了结构分析中的矩阵位移法。

结构力学的主要任务有以下几个方面：

一是研究结构的组成规律及其合理形式，以便保证结构的几何不变性，以及充分发挥建筑材料的性能。

二是研究结构在荷载等因素作用下的内力、位移计算，以便进行结构的强度、刚度验算；保证结构既满足安全与经济的要求，也不致发生实用上不能允许的过大变形。

三是分析结构的稳定性，以便保证结构不致因丧失稳定而遭破坏。

结构力学是一门重要的技术基础课程，它为今后学习有关专业课程创造了条件，并为分析和解决工程实际问题提供必要的基础知识和计算技能。因此，学习结构力学要结合工程实际，培养分析问题和解决问题的能力，训练熟练的结构计算技巧，提高动手能力。

## 第二节 结构计算简图及其分类

### 一、结构的计算简图

实际结构的组成、受力和变形是很复杂的，完全按照结构的实际情况进行力学分析是非常困难的，也是不必要的。因此，对实际结构进行力学计算以前，必须加以抽象简化，略去一些次要因素，显示其主要特点，用一个简化的图形来代替实际结构。这种简化图形叫做结构的计算简图。

#### (一) 选择结构计算简图的原则

1) 反映结构的实际情况。计算简图要保留原结构的主要性能和受力特点，使计算精确可靠。

2) 力求计算简便。计算简图要与所采用的工具相适应，力求便于计算。

#### (二) 结构计算简图的具体简化

根据上述原则，通常对平面杆系结构作如下几方面简化。

##### 1. 杆件

杆系结构由细而长的杆件组成。在计算简图中，杆件用其轴线代替，杆件的长度用结

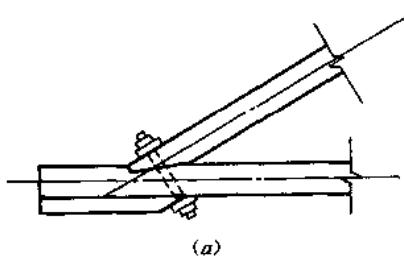
点间的距离来表示。梁、柱等构件的纵轴线为直线，就用相应的直线来代替。曲杆、拱等构件的纵轴线为曲线，就用相应的曲线来代替。

## 2. 结点

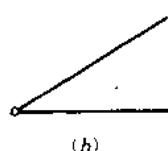
杆件与杆件联结处称为结点。结点可简化为两类：铰结点、刚结点。

(1) 铰结点：理想铰结点的几何特征是各杆可以绕结点自由转动。它的相应受力状态是杆端不受转动约束作用，因而不引起杆端弯矩，只能产生杆端剪力和轴力。理想铰结点常用一个小圆圈表示；通常木结构和钢结构的结点[图 1-1 (a)]可以简化为铰结点[图 1-1 (b)]。

(2) 刚结点：刚结点的几何特征是当结点发生变形时，各杆不能绕结点作相对的转动，即各杆轴线间的夹角变形前后保持不变。其相应的受力状态是结点对杆端有阻止转动的约束力矩存在，因而除产生杆端轴力和剪力外，尚产生杆端弯矩。通常钢筋混凝土刚架中柱和梁的结点[图 1-2 (a)]，基本符合上述特点，在计算中通常简化为刚结点[图 1-2 (b)]。

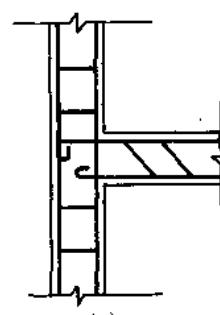


(a)

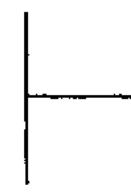


(b)

图 1-1



(a)



(b)

图 1-2

## 3. 支座

结构与基础相联结的部分称为支座。在理论力学中已经介绍过，平面结构的支座可以简化为下面三种基本形式。

(1) 可动铰支座：它产生一个垂直支承面方向的反力，通常用一根链杆来表示[图 1-3 (a)]。

(2) 铰结支座：它产生两个互相垂直的反力，通常用通过铰中心两根链杆来表示[图 1-3 (b)]。

(3) 固定支座：它产生两个互相垂直的反力和一个阻止转动的反力矩，通常用图 1-3 (c) 简图来表示。

此外，在对实际结构进行简化计算中，还常遇到图 1-3 (d) 所示的定向支座。这种支座除阻止杆端沿支座链杆方向发生移动外，还阻止杆端发生转动。因此，它产生一个沿支

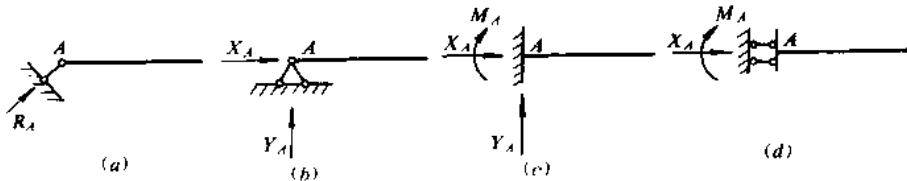


图 1-3

座链杆方向的反力和一个反力矩。

上述几种支座都假设为刚性的，所以叫刚性支座。若在结构计算中须考虑支座本身的变形，则叫弹性支座。

#### 4. 荷载

作用在结构上的实际荷载比较复杂，根据实际受力情况，常可将荷载简化为集中荷载或分布荷载等。

**【例 1-1】** 图 1-4 (a) 所示为一钢筋混凝土渡槽，试选取计算简图。

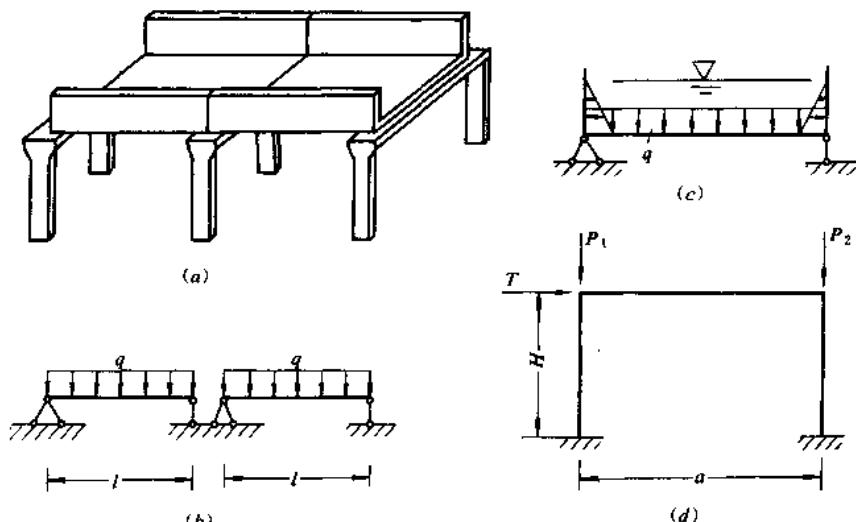


图 1-4

**解** 把结构分解为纵向平面结构和横向平面结构进行分析。

#### 1. 纵向平面内

整个槽身可视为支承在排架上的简支梁，以它的轴线表示。梁的横截面为 U 形。当每段槽身两端与排架接触面不大时，可取两端接触面中心间的距离为梁的计算跨度  $l$ 。槽身承受的自重和水重简化为作用在轴线上的均布荷载。图 1-4 (b) 为纵向平面内的计算简图。

#### 2. 横向平面内

上部槽身，采用两个垂直于纵轴线的平面，从槽身中截取单位长度来进行计算；侧墙和底板用钢筋联结并用混凝土浇筑在一块，简化为刚结点。所以槽身是一个 U 形刚架，它除承受自重外，所承受的主要荷载为水压力。每段槽身上的竖向荷载靠整个槽身横截面上的竖向剪力，实际上是侧壁内的竖向剪力来支持。因此，可比拟为两根竖向支承链杆支撑于两侧墙底面，其计算简图如图 1-4 (c) 所示。

下部支架由横梁与立柱组成，结点处用钢筋联结并用混凝土浇筑，可简化为刚结点；柱

高  $H$  取基础顶面到横梁轴线间的距离, 刚架的跨度  $a$  取两柱轴线之间的距离; 柱的下端插入杯形基础中, 用细石混凝土紧密填实, 简化为固定支座。支架主要承受槽身传来的荷载以及作用于支架上的风荷载, 简化为作用于柱顶上的结点荷载, 其计算简图如图 1-4 (d) 所示。

选取结构的计算简图是十分重要的, 在进行结构计算之前要合理地解决。因此, 在今后的学习和工作中必须逐步提高这方面的能力。

## 二、平面杆系结构分类

结构的分类实际上是结构计算简图的分类, 平面杆系结构通常分为下列几类:

### 1. 梁

它是以弯曲变形为主的构件图 1-5 (a), 通常在竖向荷载作用下, 横截面上产生弯矩和剪力。

### 2. 刚架

刚架由直杆组成, 结点为刚性结点图 1-5 (b), 平面刚架是以弯曲变形为主的结构, 它的内力一般有弯矩、剪力和轴力。

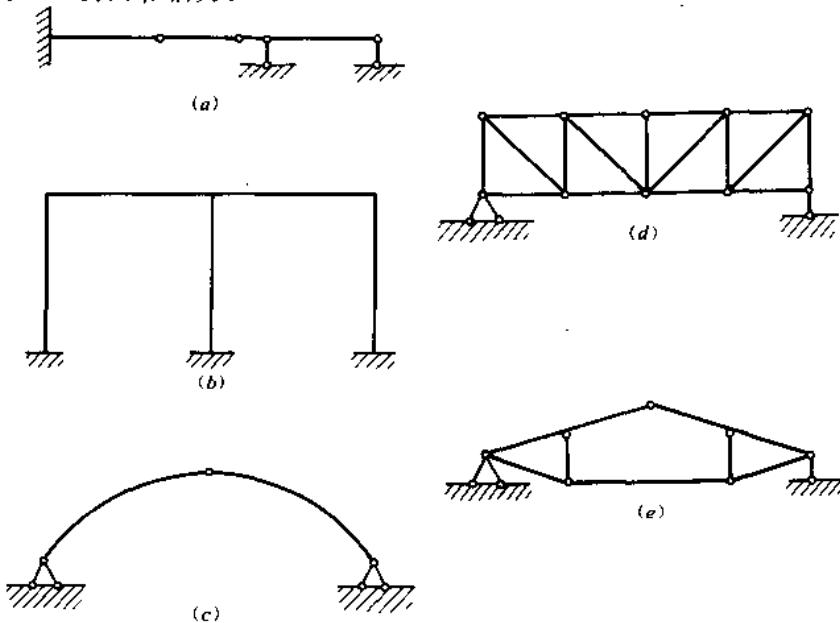


图 1-5

### 3. 拱

拱的轴线为曲线图 1-5 (c), 它的受力特点是在竖向荷载作用下, 支座不仅产生竖向反力, 而且还产生水平反力, 拱的内力一般有弯矩、剪力和轴力, 而且主要是轴力。

### 4. 桁架

桁架由直杆组成, 各结点假设为铰结点图 1-5 (d), 当只承受结点荷载时, 各杆只产生轴向变形和轴力。

### 5. 组合结构

它是桁架和梁或刚架组合在一起的结构图 1-5 (e), 其中桁架式杆件只承受轴力, 而梁

式杆件承受弯矩、剪力和轴力。

### 三、荷载分类

工程中常见的荷载，根据其不同的特性，分类如下：

(1) 按荷载作用的时间久暂分：可分为恒载和活载。

恒载是指长期作用在结构上的不变荷载。如结构自重、土压力及固定在结构上的附属设备重量等。这些荷载的大小、方向和作用位置均永久不变。

活载是指暂时作用在结构上的可变荷载；如人群、列车、风、雪荷载等。这些荷载时而出现，时而消失，其中有些活载在结构上的作用位置是移动的。如列车、吊车荷载等，这种荷载叫移动荷载。

(2) 按荷载作用性质分：可分为静力荷载和动力荷载。

静力荷载是指缓慢地施加在结构上的荷载。如结构的自重及其它恒载等。这些荷载在加载过程中，不会产生明显的加速度。因此，认为没有惯性力发生。

动力荷载是指突然施加在结构上的荷载。如机械的振动、爆炸的冲击和地震荷载等。这些荷载会使结构产生明显的加速度，从而出现不可忽略的惯性力。本书只研究静力荷载对结构的作用。

除了上述荷载外，还有温度改变、支座移动、材料收缩等，也可能使结构产生内力和变形。从广义上说，这些因素也可称为荷载。

## 第三节 结构力学的基本假设和叠加原理

### 一、基本假设

结构力学中采用了两条基本假设。即

(1) 变形是微小的：是指结构的变形与结构本身的几何尺寸相比是微小的，因而可以忽略结构的几何尺寸和荷载作用点的位置由于变形而引起的微小变化。

(2) 材料服从虎克定律：是指组成结构的材料在变形中处于线性弹性范围内，应力与应变成正比。

满足上述两条基本假设的结构，通常称为线性弹性结构。本书所研究的结构都是这种结构。

### 二、叠加原理

在线性弹性结构的力学计算中，常采用一个普遍性的原理，即叠加原理。其内容是结构上各个因素共同作用的效果等于每个因素单独作用效果的叠加，又称叠加法。

图 1-6 (a) 所示，为一简支梁，在荷载  $P_1$  与  $P_2$  作用下，跨长改变了一个很小的值  $\lambda$ 。因  $\lambda$  比  $l$  小得多，跨长的改变可以不计， $P_1$ 、 $P_2$  距  $A$  点的距离改变值也可忽

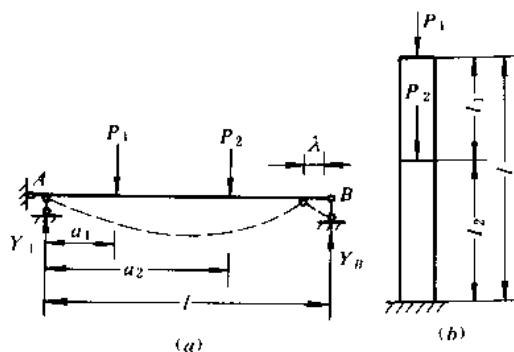


图 1-6

略。于是，用平衡方程  $\sum M_A = 0$  就得到反力  $Y_B$  为：

$$Y_B = \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2}{l} = P_1 \frac{a_1}{l} + P_2 \frac{a_2}{l}$$

上式表明： $P_1$  和  $P_2$  共同作用所产生的反力  $Y_B$  等于  $P_1$  和  $P_2$  分别作用所产生反力  $Y_B$  之和。

对于变形的计算，除了变形微小的假设外，还要求材料服从虎克定律，叠加原理才能用。图 1-6 (b) 所示的柱受荷载  $P_1$  和  $P_2$  作用，当材料符合虎克定律时，其弹性模量为  $E$ ；若变形对结构尺寸的影响可以忽略，用  $\Delta$  表示柱子的轴向变形，计算变形时用柱子原有的尺寸  $l_1$ 、 $l_2$  和截面积  $A$ ，则可得：

$$\begin{aligned}\Delta &= \frac{P_1 l_1}{EA} + \frac{(P_1 + P_2) l_2}{EA} \\ &= \frac{P_1 (l_1 + l_2)}{EA} + \frac{P_2 l_2}{EA} \\ &= \frac{P_1 l_1}{EA} + \frac{P_2 l_2}{EA}\end{aligned}$$

上式表明变形  $\Delta$  与荷载  $P_1$ 、 $P_2$  成线性关系，且  $P_1$ 、 $P_2$  共同作用时所产生的变形等于  $P_1$ 、 $P_2$  分别作用产生变形之和。

## 第二章 平面体系的几何组成分析

### 第一节 概 述

#### 一、几何不变体系和几何可变体系

工程上的结构通常是由若干构件按一定方式组成的体系。它的主要任务在于安全地承受荷载。如果忽略材料应变引起的微小变形，即把结构抽象为刚体结构。在荷载作用下，能保持原有几何形状和位置的结构，就称为几何不变体系。而受到荷载作用后不能保持其原有几何形状和位置的结构则称为几何可变体系。

图 2-1 (a) 所示的两根竖杆和一根横杆绑扎成的支架，竖杆在地基上埋置不深，支架 A 和 B 取作铰支座，结点 C 和 D 取作铰结点，简图如图 2-1 (b) 所示。显然，这个体系是不牢固的，稍受外力作用便极易倾倒（如图中虚线所示），所以它是几何可变体系。若在支架上增加一根斜杆 BC，如图 2-1 (c) 所示，它由两个三角形 ABC 和 BCD 构成，这样的体系就成为几何不变体系。

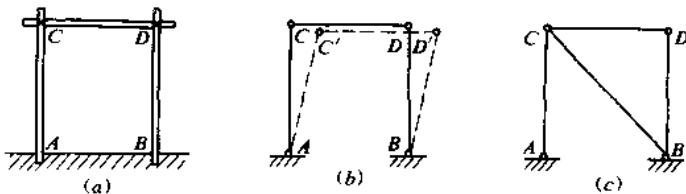


图 2-1

#### 二、几何组成分析的目的

土建工程中的结构必须是几何不变的体系，因此，在设计结构或选择计算简图时首先要分析研究它的几何性质，判别其是否几何不变。这种判别工作称为体系的几何组成分析，或称机动分析。对体系进行几何组成分析可达到如下目的：

- 1) 可以判别所给体系是否几何不变，从而决定能否作为结构使用。
- 2) 根据体系几何组成，可以判定结构是静定的还是超静定的，从而选择反力与内力的计算方法。
- 3) 通过几何组成分析，明确体系的几何组成顺序，有助于了解结构各部分的受力关系，以便指导内力计算。

对于结构进行几何组成分析时，由于不考虑材料的应变，故可将所有构件都视为刚体。基础连同地球在一起可看作一个大刚体。若干个刚体联结成的几何不变部分可当作一个扩大的刚体。平面内的刚体称为刚片。

在本书中，只讨论平面体系的几何组成分析。

## 第二节 平面体系的自由度

### 一、自由度

判别一个体系是否为几何不变，就要看体系各部分是否有某种运动的自由。当物体或体系在平面内运动时，确定其位置所需独立几何参变量的个数就是这个物体或体系的自由度。

图 2-2 (a) 表示平面内一点 A，它的位置需用两个独立参变量  $x$  和  $y$  来确定。因此，平面内的一点有两个自由度。又如图 2-2 (b) 所示一个刚片在平面内运动时，其位置可由刚片上一点 A 的坐标  $x$ 、 $y$  以及过 A 点的任一直线 AB 的倾角  $\varphi$  来确定。所以，一个刚片在平面内有三个自由度。

由上述可知，如果为了确定某个体系的位置需要  $n$  个独立坐标个数，则说明该体系有  $n$  个自由度。如前所述，在工程上使用的结构都是几何不变体系，其自由度为零或小于零，凡是自由度大于零的体系都是几何可变体系。

### 二、约束

能使体系减少自由度的装置称作约束。可减少一个自由度的装置就称为一个约束，减少若干个自由度的装置，就相当于若干个约束。下面讨论两种常用的约束。

#### 1. 链杆

在图 2-3 (a) 中刚片 AB 受杆件 AC 的约束。杆 AC 的一端与刚片铰结，另一端与地基铰结，这种两端为铰的杆件称为链杆。刚片 AB 由于受到链杆 AC 的约束，刚片的运动是 A 点以 C 为圆心的转动和刚片相对 A 点的转动。这时用两个独立参变量  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  就可以确定刚片的位置。它的自由度由 3 减为 2，故一根链杆可使刚片减少一个自由度。凡是两端为铰的构件，如图 2-3 (b) 所示的折杆、曲杆或直杆，它们的约束作用都相当于链杆，在几何组成分析中都可当作链杆看待。

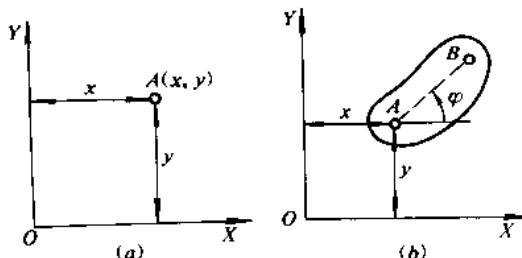


图 2-2

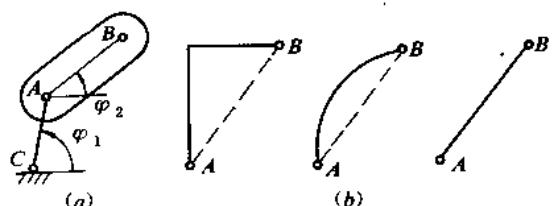


图 2-3

#### 2. 铰

两个互相独立的刚片 I 和 II 在平面内共有六个自由度，若用铰 A 联结这两个刚片，如图 2-4 (a) 所示。这时刚片 I 的位置由 A 的坐标  $x$ 、 $y$  和倾角  $\varphi_1$  确定后，刚片 II 相对于刚片 I 只能作绕点 A 转动，其位置只需一个参变量  $\varphi_2$  便能确定。两刚片的总自由度由 6 减为 4。图 2-4 (b) 中刚片 I 与地基间用铰 A 联结，自由度由 3 减为 1。由此可见一个铰的作用相当于两个约束。像以上这种只联结两个刚片的铰又称作单铰。

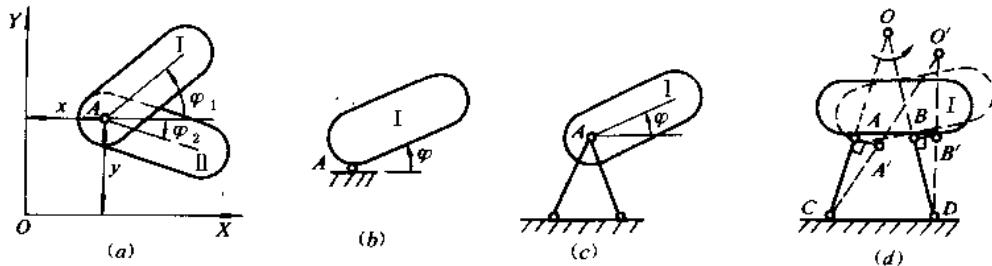


图 2-4

### 3. 铰支座

图 2-4 (c) 中, 地基上的两根链杆在交点 A 处与刚片 I 铰结, 刚片 I 只能作绕点 A 的转动, 这两根链杆的约束作用和图 2-4 (b) 中的铰 A 相同, 实际它就是铰支座。所以一个铰支座可使刚片减少两个自由度。

### 4. 虚铰

图 2-4 (d) 中所示的情况, 刚片 I 与地基用两根不交于一点的链杆相联, 刚片 I 上 A、B 两点只能分别沿两根链杆的垂直方向运动, 而刚片则可绕这两根链杆轴线延长线的交点 O 转动。因此, 这两根链杆所起的约束作用与一个在点 O 处的铰相同, 但刚片作一微小转动后, 链杆轴线的交点随之改变到 O', 这又不同于一般的铰, 故称为虚铰。所以, 联结两个刚片的任何两根链杆的约束作用相当于一个单铰 [图 2-4 (c)] 或虚铰 [图 2-4 (d)]。

## 三、多余约束的概念

如果在体系中增加一个约束后, 体系的自由度并不减少, 则说明该体系中增加了一个多余的约束。图 2-5 (a) 中, 点 A 相对基础有两个自由度。如用一根链杆约束点 A, 点 A 只能以 AB 为半径, 以 B 为圆心沿圆弧 I 运动, 体系还剩一个自由度。若用两根不在同一直线上的链杆①和②将点 A 与基础相联。如图 2-5 (b) 所示, 即在点 A 加上两个约束。设想两链杆在 A 点铰结, 由于链杆①只能绕点 B 转动, 其上的 A 端运动轨迹为圆弧 I; 链杆②只能绕点 C 转动, 其上 A 端运动轨迹为圆弧 II, 两条圆弧的交点就是结点 A 的实际位置。因此, 体系是几何不变的, 两根链杆总共减少了两个自由度, 可见它们都不是多余约束。若再加上第三根链杆来约束结点 A, 如图 2-5 (c) 所示, 体系当然仍为几何不变, 但三根链杆只减少两个自由度, 体系中一定有一根链杆是多余约束。没有多余约束的几何不变体系是静定结构, 几何不变但具有多余约束的体系则称为超静定结构。

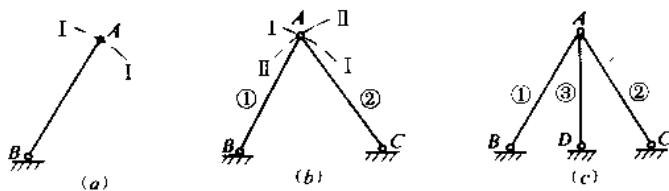


图 2-5

## 第三节 瞬变体系的概念

如前所述, 基础上两根不在同一直线上的链杆可以固定一个结点 A, 若联结 A 点的两