



高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

理论力学 一题多解范例

江晓仑 主编

Jiang Xiaolun

杨苏勤 李定海 王桥川 副主编

Yang Suqin Li Dinghai Wang Qiaochuan

清华大学出版社

内 容 简 介

本书为理论力学“一题多解”方法的专集,内容包含静力学、运动学、动力学三大类题型,其中每一大类又分为:(1)解题方法评述;(2)一题多解范例;(3)一题多解练习题。最后附有一题多解练习题答案。本书列举了理论力学一题多解范例 68 例,一题多解练习题 38 题,其中绝大部分都是作者独立创作的新题。

本书可作为大学生学习理论力学课程时的辅助教材;可作为全国周培源大学生力学竞赛的培训教材;也可作为研究生入学考试的备考资料以及理论力学任课教师的参考资料。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

理论力学一题多解范例/江晓仑主编. —北京:清华大学出版社,2007.9

(高等院校力学学习辅导丛书)

ISBN 978-7-302-15028-2

I. 理… II. 江… III. 理论力学—高等学校—解题 IV. O31-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 051267 号

责任编辑:杨 倩 赵从棉

责任校对:刘玉霞

责任印制:何 芊

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社 总 机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印 刷 者:北京市昌平环球印刷厂

装 订 者:三河市金元印装有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:175×245 印 张:33 字 数:664 千字

版 次:2007 年 9 月第 1 版 印 次:2007 年 9 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:49.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:023184-01

前 言

我们之所以能把“理论力学一题多解”方法用于课堂教学,要追溯到 1981 年西南交通大学理论力学教研室 5 名教授招收硕士生时,当时虽然只招收 5 名,但报考的考生却多达 130 余人。本人在评阅理论力学试卷时发现,同一个试题,不同的考生用不同的定理、原理和方法求解,都能解得很好。这件事启发了我,我当时想,如果把多人各自用不同的定理、原理和方法求解同一个题,变为由一个人用不同的定理、原理和方法求解同一个题,并将其用于课堂教学之中,定会把理论知识学得更扎实,学得更活,用得更活,能更深入地理解各定理、原理的内涵以及它们之间的区别与联系。为此,我便把本届硕士研究生理论力学试题中的一个题作了用多种方法求解的归纳与总结,共归纳总结出 10 种解法。此后,我就尝试着、摸索着逐步在课堂教学中应用“一题多解”方法。经过几十年的教学工作实践,证实了“一题多解”方法确实能提高教学质量,尤其有助于优秀生、拔尖生的涌现,更有助于他们的成长。更为重要的是,用不同的定理、定律、原理、方法求解同一个题,这本身就具有一定的创新意义。多年来,由于教材编写时为了便于教和学,总是把习题分配到有关各章,长此以往,很自然地就形成了一种错觉,即某些习题是属于某章的,自然就该用本章的理论求解。久而久之,人们也就不再深入思考另一种解法乃至多种解法。这在客观上就助长了大学生较多存在的单向思维、固化思维的弊端。单向思维、固化思维实质上就是线状思维、僵化思维,它是创新思维的大敌。将“一题多解”方法用于教学,可以引导、启发、培养大学生用多角度、多方向、多层面去思考分析问题,锻炼大学生思维的自主性、求异性、跨越性、辩证综合性的思维能力,克服单向思维、固化思维、僵化思维方式的弊端,从而启发、引导、培养大学生的创新意识、创新热情和创新能力。

当今世界竞争激烈,在全世界范围内技术、经济、综合国力的竞争,实质上是人才

的竞争,是创新能力的竞争。创新是人类生存之源,没有创新就没有人类社会,更没有人类社会的进步与发展。我国已把建设成为创新型国家作为基本国策,这就要求高等学校培养具有创新意识、创新热情、创新能力的创新型人才,而“一题多解”方法用于教学,至少可以作为培养大学生创新能力的途径之一。为此,我们在总结几十年教学经验的基础上,编写了《理论力学一题多解范例》一书。

本书的内容按静力学、运动学、动力学分为三部分,每部分又分为解题方法评述、一题多解范例、一题多解练习题三部分。最后备有一题多解练习题答案。书中共列举了一题多解范例 68 例,一题多解练习题 38 题,其中绝大部分都是我们独立创作的新题。

本书由江晓仑任主编,杨苏勤、李定海、王桥川任副主编。作者的分工为:江晓仑编写了例 1-1~例 1-2,例 2-1~例 2-6,例 3-31~例 3-60,题 1-1~题 1-2,题 2-1~题 2-4,题 3-30~题 3-32,以及静力学、运动学、动力学解题方法评述;杨苏勤编写了例 3-1~例 3-10,题 3-1~题 3-10,题 3-21~题 3-25;李定海编写了例 3-11~例 3-25,题 3-11~题 3-20;王桥川编写了例 3-26~例 3-30,题 3-26~题 3-29。

本书可作为大学生理论力学课程学习时的辅助教材;可作为全国周培源大学生力学竞赛赛前培训教材;可作为研究生入学考试理论力学课备考参考书;也可作为理论力学任课教师的参考资料。

限于我们的水平,错误和不适之处恳请广大读者批评指正。

江晓仑

2007 年 5 月

目 录

第 1 部分 静力学	1
1.1 静力学解题方法评述	1
1.2 静力学一题多解范例	2
例 1-1 (解法一~解法四)	2
例 1-2 (解法一~解法三)	6
1.3 静力学一题多解练习题	9
题 1-1	9
题 1-2	9
第 2 部分 运动学	10
2.1 运动学解题方法评述	10
2.2 运动学一题多解范例	12
例 2-1 (解法一、解法二)	12
例 2-2 (解法一、解法二)	13
例 2-3 (解法一、解法二)	15
例 2-4 (解法一、解法二)	18
例 2-5 (解法一、解法二)	22
例 2-6 (解法一、解法二)	24
2.3 运动学一题多解练习题	27
题 2-1	27
题 2-2	27
题 2-3	27

题 2-4	27
第 3 部分 动力学	28
3.1 动力学问题解题方法评述	28
3.2 动力学问题一题多解范例	30
例 3-1 (解法一~解法五)	30
例 3-2 (解法一~解法七)	36
例 3-3 (解法一~解法六)	44
例 3-4 (解法一~解法六)	49
例 3-5 (解法一~解法四)	54
例 3-6 (解法一~解法六)	58
例 3-7 (解法一~解法三)	67
例 3-8 (解法一~解法三)	80
例 3-9 (解法一~解法三)	93
例 3-10 (解法一~解法三)	100
例 3-11 (解法一~解法三)	114
例 3-12 (解法一~解法七)	121
例 3-13 (解法一~解法七)	136
例 3-14 (解法一~解法九)	145
例 3-15 (解法一~解法五)	154
例 3-16 (解法一~解法四)	162
例 3-17 (解法一~解法五)	167
例 3-18 (解法一~解法四)	180
例 3-19 (解法一~解法六)	190
例 3-20 (解法一~解法六)	198
例 3-21 (解法一~解法四)	205
例 3-22 (解法一~解法六)	209
例 3-23 (解法一~解法六)	213
例 3-24 (解法一~解法三)	220
例 3-25 (解法一~解法三)	224
例 3-26 (解法一~解法三)	227
例 3-27 (解法一~解法三)	234
例 3-28 (解法一~解法四)	238
例 3-29 (解法一~解法二)	248
例 3-30 (解法一~解法四)	252

例 3-31 (解法一~解法六)	258
例 3-32 (解法一~解法四)	271
例 3-33 (解法一~解法五)	280
例 3-34 (解法一~解法四)	290
例 3-35 (解法一~解法三)	299
例 3-36 (解法一~解法三)	306
例 3-37 (解法一~解法五)	313
例 3-38 (解法一~解法五)	325
例 3-39 (解法一~解法六)	329
例 3-40 (解法一~解法六)	335
例 3-41 (解法一~解法三)	340
例 3-42 (解法一~解法四)	353
例 3-43 (解法一~解法三)	360
例 3-44 (解法一~解法三)	368
例 3-45 (解法一~解法三)	376
例 3-46 (解法一~解法五)	385
例 3-47 (解法一~解法六)	400
例 3-48 (解法一~解法四)	409
例 3-49 (解法一~解法四)	417
例 3-50 (解法一~解法四)	425
例 3-51 (解法一~解法三)	433
例 3-52 (解法一~解法三)	441
例 3-53 (解法一~解法四)	445
例 3-54 (解法一~解法六)	453
例 3-55 (解法一~解法五)	470
例 3-56 (解法一~解法十)	483
例 3-57 (解法一~解法四)	493
例 3-58 (解法一~解法二)	498
例 3-59 (解法一~解法三)	499
例 3-60 (解法一~解法二)	502
3.3 动力学一题多解练习题	505
题 3-1	505
题 3-2	506
题 3-3	506
题 3-4	506

题 3-5	506
题 3-6	506
题 3-7	507
题 3-8	507
题 3-9	507
题 3-10	507
题 3-11	508
题 3-12	508
题 3-13	508
题 3-14	508
题 3-15	509
题 3-16	509
题 3-17	509
题 3-18	509
题 3-19	510
题 3-20	510
题 3-21	510
题 3-22	510
题 3-23	511
题 3-24	511
题 3-25	511
题 3-26	512
题 3-27	512
题 3-28	512
题 3-29	512
题 3-30	512
题 3-31	512
题 3-32	513
第 4 部分 一题多解练习题答案	514
静力学	514
运动学	514
动力学	515
参考文献	519

第1部分

静力学

1.1 静力学解题方法评述

与运动学、动力学问题相比,静力学问题相对简单。对于单个刚体的平衡问题,无论是平面问题还是空间问题,为了使计算简捷,通常只需考虑投影轴如何选取、矩心位置如何选取、应用平衡方程的基本形式还是多矩式、先应用哪个方程求解哪个未知量,等等。对于空间问题,为了使计算简捷,是应用六个平衡方程的基本形式,还是应用多矩式,当拟用多矩式的平衡方程时,更应思考是拟用四矩式还是五矩式、六矩式,其相应的力矩轴应如何选取,等等。

对于物体系的平衡问题,更多的、更重要的是如何恰当、合理地选取研究对象,如何合理地使用平衡方程,方能使计算更为简捷。研究对象常常有几种不同的选取方法,虽然每种研究对象不同的选取方法都能求得欲求的未知量,但常常会存在计算工作繁简程度的差别。尤其是当题目并不要求出全部未知量而只求一部分未知量时,研究对象的恰当、合理的选取就显得更为重要,因为恰当、合理的研究对象能够少求或者不求不必求解的未知量,使计算更为简捷。为此,本书只对平面任意力系中物体系的平衡问题列举了少量的一题多解范例,以及少量的一题多解练习题,以求拓宽学生的思路,培养学生的科学思维方法,启发学生的创新意识,训练学生分析问题、解决问题的能力。

1.2 静力学一题多解范例

例 1-1 在例 1-1(a)图所示结构中,已知: $q_0 = 2\text{kN/m}$, $l = 1.5\text{m}$, $F = 10\text{kN}$, $M = 9\text{kN} \cdot \text{m}$ 。试求 A、D 处的反力。

解法一

1. 以 BC 为研究对象,其受力图如例 1-1(b)(1)图所示。由平衡方程,有

$$\sum M_C(F) = 0, \quad F_{Bx} \times 2l + F \times l - M = 0 \quad (1)$$

得 $F_{Bx} = -2\text{kN}$ 。

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Cx} + F + F_{Bx} = 0 \quad (2)$$

$$F_{Cx} = -8\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{By} + F_{Cy} = 0 \quad (3)$$

2. 以 GB 为研究对象,其受力图如例 1-1(b)(2)图所示。由平衡方程,有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Gx} - F_{Bx} = 0$$

得 $F_{Gx} = F_{Bx} = -2\text{kN}$ 。

$$\sum M_G(F) = 0, \quad -F \times l - F_{By} \times 2l = 0 \quad (4)$$

$$F_{By} = -5\text{kN}$$

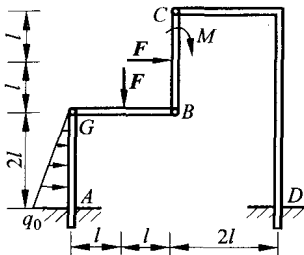
由(3)式,得 $F_{Cy} = -F_{By} = 5\text{kN}$ 。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Gy} - F - F_{By} = 0 \quad (5)$$

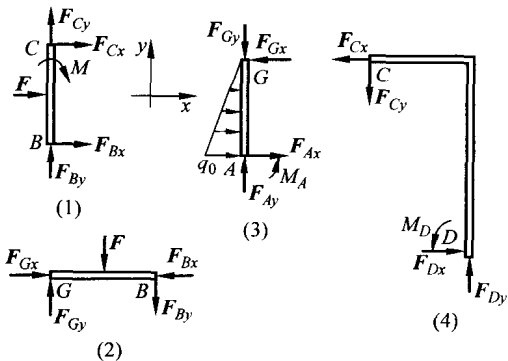
得 $F_{Gy} = 5\text{kN}$ 。

3. 以 AG 为研究对象,其受力图如例 1-1(b)(3)图所示。由平衡方程,有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F_{Gx} + \frac{1}{2}q_0 \times 2l = 0 \quad (6)$$



例 1-1(a)图



例 1-1(b)图

得 $F_{Ax} = -5\text{kN}$ 。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_{Gy} = 0 \quad (7)$$

得 $F_{Ay} = F_{Gy} = 5\text{kN}$ 。

$$\sum M_A(\mathbf{F}) = 0, \quad M_A + F_{Gx} \times 2l - \frac{1}{2}q_0 \times 2l \times \frac{2}{3}l = 0 \quad (8)$$

得 $M_A = 9\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

4. 以 CD 为研究对象, 其受力图如例 1-1(b)(4) 图所示。由平衡方程, 有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Dx} - F_{Cx} = 0 \quad (9)$$

得 $F_{Dx} = -8\text{kN}$ 。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Dy} - F_{Cy} = 0 \quad (10)$$

得 $F_{Dy} = F_{Cy} = 5\text{kN}$ 。

$$\sum M_D(\mathbf{F}) = 0, \quad M_D + F_{Cx} \times 4l + F_{Cy} \times 2l = 0 \quad (11)$$

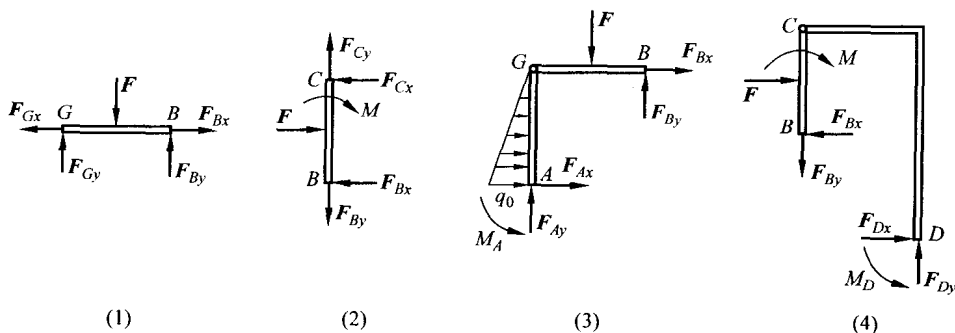
得 $M_D = 33\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

解法二

1. 以 GB 为研究对象, 其受力图如例 1-1(c)(1) 图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_G(\mathbf{F}) = 0, \quad F_{By} \times 2l - F \times l = 0 \quad (1)$$

得 $F_{By} = F/2 = 5\text{kN}$ 。



例 1-1(c) 图

2. 以 BC 为研究对象, 其受力图如例 1-1(c)(2) 图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_C(\mathbf{F}) = 0, \quad F \times l - M - F_{Bx} \times 2l = 0 \quad (2)$$

得 $F_{Bx} = \frac{F}{2} - \frac{M}{2l} = \frac{10}{2} - \frac{9}{3} = 2\text{kN}$ 。

3. 以 AGB 为研究对象, 其受力图如例 1-1(c)(3) 图所示。由平衡方程, 有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + \frac{1}{2}q_0 \times 2l + F_{Bx} = 0 \quad (3)$$

得 $F_{Ax} = -q_0 l - F_{Bx} = -2 \times 1.5 - 2 = -5 \text{ kN}$ 。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F + F_{By} = 0 \quad (4)$$

得 $F_{Ay} = F - F_{By} = 10 - 5 = 5 \text{ kN}$ 。

$$\sum M_A(\mathbf{F}) = 0, \quad M_A - \frac{1}{2}q_0 \times 2l \times \frac{2}{3}l - F \times l - F_{Bx} \times 2l + F_{By} \times 2l = 0 \quad (5)$$

得 $M_A = 9 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。

4. 以 BCD 为研究对象, 其受力图如例 1-1(c)(4) 图所示。由平衡方程, 有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Dx} - F_{Bx} + F = 0 \quad (6)$$

得 $F_{Dx} = F_{Bx} - F = 2 - 10 = -8 \text{ kN}$ 。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Dy} - F_{By} = 0 \quad (7)$$

得 $F_{Dy} = F_{By} = 5 \text{ kN}$ 。

$$\sum M_D(\mathbf{F}) = 0, \quad M_D - M - F \times 3l + F_{Bx} \times 2l + F_{By} \times 2l = 0 \quad (8)$$

得 $M_D = M + F \times 3l - F_{Bx} \times 2l - F_{By} \times 2l = 33 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。

解法三

1. 以 GB 为研究对象, 其受力图如例 1-1(c)(1) 图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_B(\mathbf{F}) = 0, \quad F \times l - F_{Gy} \times 2l = 0 \quad (1)$$

得 $F_{Gy} = \frac{F}{2} = 5 \text{ kN}$ 。

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Bx} - F_{Gx} = 0 \quad (2)$$

2. 以 BC 为研究对象, 其受力图如例 1-1(c)(2) 图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_C(\mathbf{F}) = 0, \quad F \times l - M - F_{Bx} \times 2l = 0 \quad (3)$$

得 $F_{Bx} = \frac{F}{2} - \frac{M}{2l} = 5 - \frac{9}{2 \times 1.5} = 2 \text{ kN}$ 。

由(2)式, 得 $F_{Gx} = F_{Bx} = 2 \text{ kN}$ 。

3. 以 AG 为研究对象, 其受力图如例 1-1(d)(1) 图所示。由平衡方程, 有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + F_{Gx} + \frac{1}{2}q_0 \times 2l = 0 \quad (4)$$

得 $F_{Ax} = -F_{Gx} - q_0 l = -5 \text{ kN}$ 。

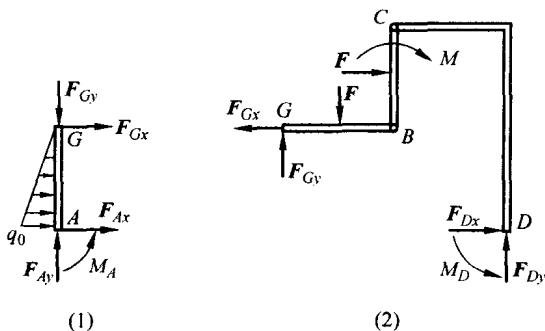
$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_{Gy} = 0 \quad (5)$$

得 $F_{Ay} = F_{Gy} = 5 \text{ kN}$ 。

$$\sum M_A(\mathbf{F}) = 0, \quad M_A - \frac{1}{2}q_0 \times 2l \times \frac{2}{3}l - F_{Gx} \times 2l = 0 \quad (6)$$

得 $M_A = \frac{2}{3}q_0 l^2 + F_{Gx} \times 2l = 9 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。

4. 以 GBCD 为研究对象, 其受力图如例 1-1(d)(2) 图所示。由平衡方程, 有



例 1-1(d)图

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Dx} - F_{Gx} + F = 0 \quad (7)$$

得 $F_{Dx} = F_{Gx} - F = -8\text{kN}$ 。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Dy} + F_{Gy} - F = 0 \quad (8)$$

得 $F_{Dy} = F - F_{Gy} = 5\text{kN}$ 。

$$\sum M_D(\mathbf{F}) = 0, \quad M_D - M - F \times 3l + F \times 3l + F_{Gx} \times 2l - F_{Gy} \times 4l = 0 \quad (9)$$

得 $M_D = M + F_{Gy} \times 4l - F_{Gx} \times 2l = 9 + 30 - 6 = 33\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

解法四

1. 以 BC 为研究对象, 其受力图如例 1-1(c)(2)图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_B(\mathbf{F}) = 0, \quad F_{Cx} \times 2l - M - F \times l = 0 \quad (1)$$

得 $F_{Cx} = \frac{M}{2l} + \frac{F}{2} = \frac{9}{2 \times 1.5} + \frac{10}{2} = 8\text{kN}$ 。

$$\sum F_x = 0, \quad F - F_{Bx} - F_{Cx} = 0 \quad (2)$$

得 $F_{Bx} = F - F_{Cx} = 2\text{kN}$ 。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Cy} - F_{By} = 0 \quad (3)$$

2. 以 GB 为研究对象, 其受力图如例 1-1(c)(1)图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_G(\mathbf{F}) = 0, \quad F_{By} \times 2l - F \times l = 0 \quad (4)$$

得 $F_{By} = \frac{F}{2} = 5\text{kN}$ 。

由(3)式, 得 $F_{Cy} = F_{By} = 5\text{kN}$ 。

3. 以 AG 为研究对象, 其受力图如例 1-1(d)(1)图所示。同解法二之 3。

4. 以 CD 为研究对象, 其受力图如例 1-1(b)(4)图所示。由平衡方程, 有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Dx} - F_{Cx} = 0 \quad (5)$$

得 $F_{Dx} = F_{Cx} = -8\text{kN}$ 。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Dy} - F_{Cy} = 0 \quad (6)$$

得 $F_{Dy} = F_{Cy} = 5\text{kN}$ 。

$$\sum M_D(\mathbf{F}) = 0, \quad M_D + F_{Cy} \times 2l + F_{Cx} \times 4l = 0 \quad (7)$$

得 $M_D = -F_{Cy} \times 2l - F_{Cx} \times 4l = -15 - 4(-8) \times 1.5 = 33\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

例 1-2 在例 1-2(a)图所示结构中, 杆重不计, 尺寸如图。若已知 $q_0 = 4\text{kN/m}$, $F = 10\text{kN}$, 求支座 A、B、D 处的约束反力。

解法一

1. 以 CEG 为研究对象, 其受力图如例 1-2(b)(1)图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_C(\mathbf{F}) = 0, \quad F_E \times 3\cos 60^\circ - F \times 4.5 = 0 \quad (1)$$

得 $F_E = 3F = 30\text{kN}$ 。

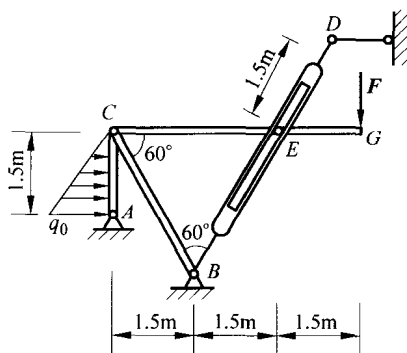
2. 以 BD 为研究对象, 其受力图如例 1-2(b)(2)图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_B(\mathbf{F}) = 0, \quad F_D \times 4.5\sin 60^\circ - F_E \times 3 = 0 \quad (2)$$

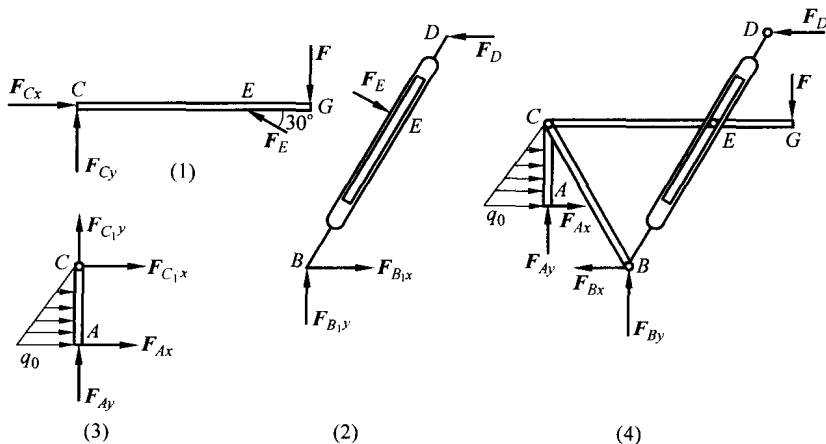
得 $F_D = \frac{40}{\sqrt{3}} = 23.09\text{kN}$ 。

3. 以 AC 为研究对象, 其受力图如例 1-2(b)(3)图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_C(\mathbf{F}) = 0, \quad F_{Ax} \times 1.5 + \frac{1}{2}q_0 \times 1.5 \times 1 = 0 \quad (3)$$



例 1-2(a)图



例 1-2(b)图

得 $F_{Ax} = -2\text{kN}$ 。

4. 以整体为研究对象,其受力图如例 1-2(b)(4)图所示。由平衡方程,有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F_{Bx} - F_D + \frac{1}{2}q_0 \times 1.5 = 0 \quad (4)$$

得 $F_{Bx} = -22.09\text{kN}$ 。

$$\sum M_B(F) = 0,$$

$$F_D \times 4.5 \sin 60^\circ - F \times 3 - \frac{1}{2}q_0 \times 1.5 \times (3 \sin 60^\circ - 1) - F_{Ax}(3 \sin 60^\circ - 1.5) - F_{Ay} \times 1.5 = 0 \quad (5)$$

得 $F_{Ay} = 40 - \sqrt{3} = 38.27\text{kN}$ 。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} + F_{By} - F = 0 \quad (6)$$

得 $F_{By} = -28.27\text{kN}$ 。

解法二

1. 以 CEG 为研究对象,其受力图如例 1-2(b)(1)图所示。其计算与结果同解法一中之 1,有

$$F_E = 30\text{kN}$$

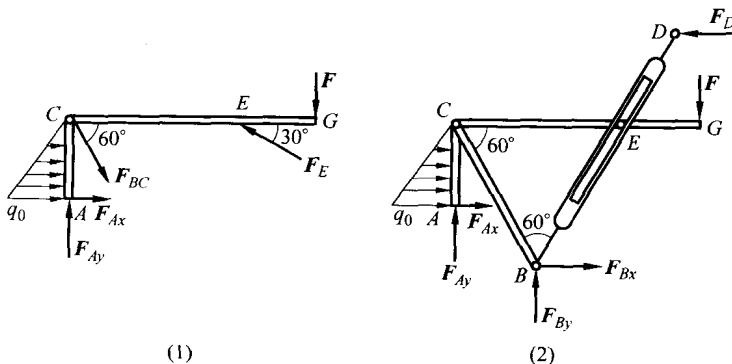
2. 以 ACG 为研究对象,其受力图如例 1-2(c)(1)图所示。由平衡方程,有

$$\sum M_A(F) = 0,$$

$$F_E \sin 30^\circ \times 3 + F_E \cos 30^\circ \times 1.5 - F \times 4.5 - \frac{1}{2}q_0 \times 1.5 \times 0.5 - F_{BC} \cos 60^\circ \times 1.5 = 0 \quad (1)$$

得 $F_{BC} = \frac{2}{1.5} \times (45 - 45 + 22.5\sqrt{3} - 1.5) = 2 \times (15\sqrt{3} - 1) = 49.96\text{kN}$ 。

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + \frac{1}{2}q_0 \times 1.5 + F_{Bx} \cos 60^\circ - F_E \cos 30^\circ = 0 \quad (2)$$



例 1-2(c)图

$$\text{得 } F_{Ax} = -\frac{1.5}{2}q_0 - \frac{1}{2}F_{BC} + 15\sqrt{3} = -2\text{kN}。$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_{BC}\sin 60^\circ + F_E\sin 30^\circ - F = 0 \quad (3)$$

$$\text{得 } F_{Ay} = \frac{\sqrt{3}}{2}F_{BC} - \frac{1}{2}F_E + F = 38.27\text{kN}。$$

3. 以整体为研究对象,其受力图如例 1-2(c)(2)图所示。其计算结果同解法一中之 4。

解法三

1. 以 CEG(不含销子 C)为研究对象,其受力图如例 1-2(b)(1)图所示。计算及结果同解法一中之 1,得 $F_E = 30\text{kN}$ 。

2. 以 AC 为研究对象,其受力图如例 1-2(d)(1)图所示。由平衡方程,有

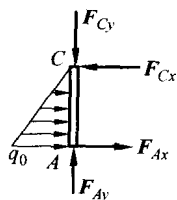
$$\sum M_C(F) = 0, \quad -F_{Ax} \times 1.5 - \frac{1}{2}q_0 \times 1.5 \times 1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{得 } F_{Ax} = -2\text{kN}。$$

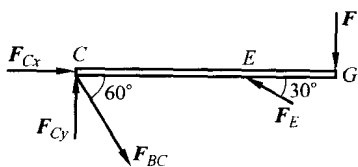
$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + \frac{1}{2}q_0 \times 1.5 - F_{Cx} = 0 \quad (2)$$

$$\text{得 } F_{Cx} = 1\text{kN}。$$

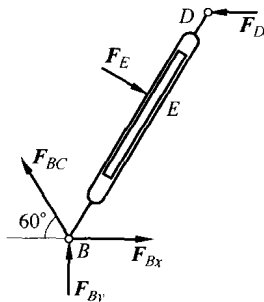
$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_{Cy} = 0 \quad (3)$$



(1)



(2)



(3)

例 1-2(d)图

3. 以 CEG(含销子 C)为研究对象,其受力图如例 1-2(d)(2)图所示。由平衡方程,有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Cx} + F_{BC}\cos 60^\circ - F_E\cos 30^\circ = 0 \quad (4)$$

$$\text{得 } F_{BC} = 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}F_E - F_{Cx} \right) = 2 \times (15\sqrt{3} - 1) = 49.96\text{kN}。$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Cy} - F_{BC}\sin 60^\circ + F_E\sin 30^\circ - F = 0 \quad (5)$$

$$\text{得 } F_{Cy} = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{BC} - \frac{1}{2} F_E + F = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 49.96 - 15 + 10 = 38.27 \text{ kN}.$$

4. 以杆 BD 为研究对象 (B 处含销子 B), 其受力图如例 1-2(d)(3) 图所示。由平衡方程, 有

$$\sum M_B(F) = 0, \quad F_D \times 4.5 \sin 60^\circ - F_E \times 3 = 0 \quad (6)$$

$$\text{得 } F_D = \frac{2}{1.5\sqrt{3}} F_E = 23.09 \text{ kN}.$$

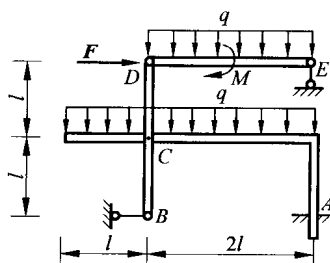
$$\sum F_x = 0, \quad F_{Bx} - F_{BC} \cos 60^\circ + F_E \cos 30^\circ - F_D = 0 \quad (7)$$

$$\text{得 } F_{Bx} = \frac{1}{2} F_{BC} - \frac{\sqrt{3}}{2} F_E + F_D = \frac{1}{2} \times 49.96 - 15\sqrt{3} + 23.09 = 22.09 \text{ kN}.$$

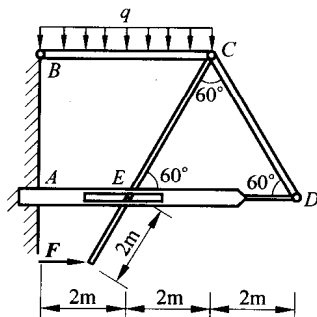
1.3 静力学一题多解练习题

题 1-1 图示结构中(题 1-1 图), 已知 $l=2\text{m}$, $q=2\text{kN/m}$, $F=10\text{kN}$, $M=8\text{kN} \cdot \text{m}$, 求 A 处反力。

题 1-2 图示结构中(题 1-2 图), 杆重不计, 尺寸如图。若已知 $q=4\text{kN/m}$, $F=10\text{kN}$, 求支座 A 、 B 的约束反力。



题 1-1 图



题 1-2 图