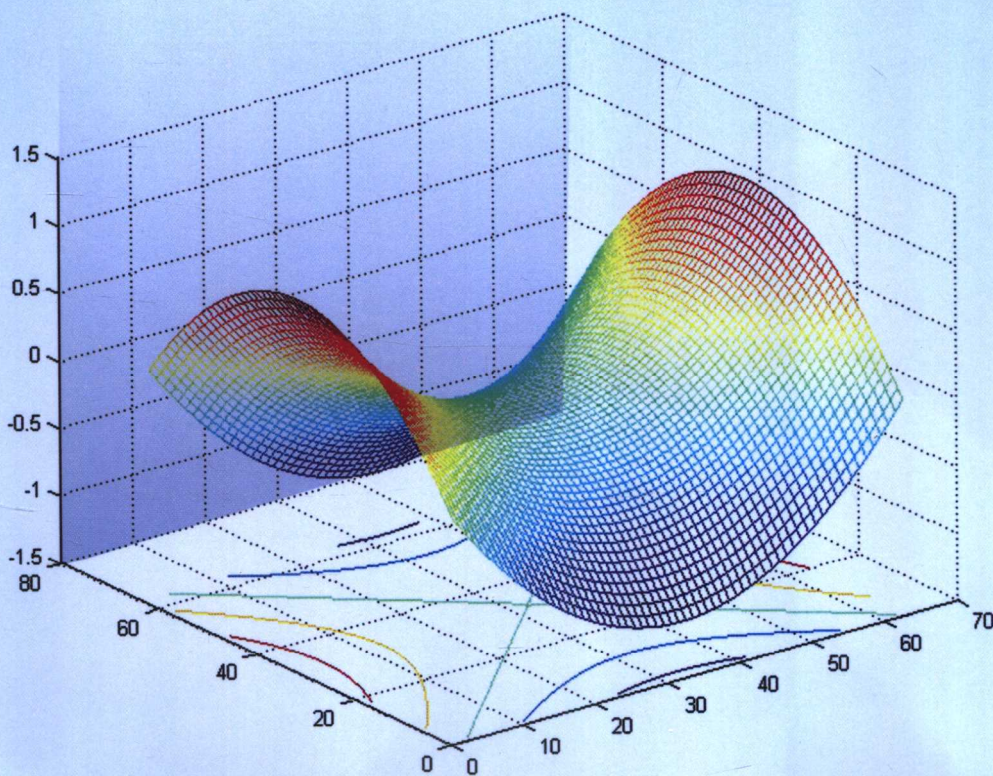


高等数学

商务经济类

■ 主编 庄兴无



 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

商务经济类

高等数学

主 编 庄兴无

副主编 廖樵影 廖榕芳

 **北京理工大学出版社**

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书内容包括微积分、线性代数、概率与数理统计,理论以必需、够用为原则,侧重于商务经济类的应用,并加强计算机软件应用方面的学习。

本书可作为高职高专院校商务类、经济管理类及信息类专业教学用书,也可供科技人员参考。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 商务经济类 / 庄兴无主编. —北京: 北京理工大学出版社, 2007. 4

ISBN 978 - 7 - 5640 - 1045 - 4

I. 高… II. 庄… III. 高等数学 - 高等学校 - 教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 049486 号

出版发行/ 北京理工大学出版社

社 址/ 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编/ 100081

电 话/ (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址/ [http:// www. bitpress. com. cn](http://www.bitpress.com.cn)

经 销/ 全国各地新华书店

印 刷/ 北京国马印刷厂

开 本/ 787 毫米×960 毫米 1/16

印 张/ 18.5

字 数/ 328 千字

版 次/ 2007 年 4 月第 1 版 2007 年 4 月第 1 次印刷

印 数/ 1~5000 册

定 价/ 32.00 元

责任校对/ 张 宏

责任印制/ 周瑞红

图书出现印装质量问题, 本社负责调换

前 言

数学与人类文明同样古老。有文明就必须有数学，数学与文明同生并存以至千古。近现代世界史证实：“国家的繁荣昌盛，关键在于高新科技的发达和经济管理的高效率”，“高新科技的基础是应用科学，而应用科学的基础是数学。”特别是在当今信息技术时代，数学的基础性与应用性更加突出。科学家评价指出：新世纪社会科学与自然科学将进一步结合并定量化，数学科学由于计算机的应用将更加广泛和深入地向各领域渗透，成为整个科学和技术发展水平的带动因素。数学的贡献在于对整个科学技术（尤其是高新科技）水平的推进与提高，对科技人才的培养和滋润，对经济繁荣的建设，对全体人民的科学思维与文化素养的哺育。因此数学在我国科技发展和提高民族科学文化素养中处于特别重要的地位。

高等数学课程是近代数学中的重要内容，也是高等职业教育各专业的重要基础课和工具课。高等数学基本内容早就在物理、化学、生物等学科和工程技术部门广泛应用，而在商务与经济部门的应用还是在近十几年。信息技术的发展使高等数学的应用充满活力。以前，中学数学作为商业的语言还算够用，而高等数学则被看成是科学的语言。然而，现今的国际商业靠的是商务的计算机模型，它需要许多精细的高等数学工具来处理和分析大量繁杂而且瞬息多变的商业信息数据。这说明世界进入信息技术时代确实发生了许多重大的根本性变化。

本教材在编写过程中旨在突出高等数学在商务与经济部门的应用，但高等数学的基本概念及其性质仍作为基础内容加以较详细的阐述。依据教育部制定的“高职高专教育高等数学课程教学基本要求”，本着“理论知识以必需、够用为度”的原则，对传统教材作了适当的精简。特别注意淡化严格的数学论证，强化概念的几何直观和客观背景的描述。对不具代表性和一般性的数学推导和技巧不作要求。本书结合内容还引入了数学软件包 Matlab 和应用软件 Excel。前者是功能强大的求解各类数学问题的软件包；后者作为 Office 套件通常在计算机中都已安装，具有强大的电子表格功能和处理统计数据的能力，在商务与经济分析中甚为有用。

本书参考学时为 116 学时，其中微积分部分 56 学时，线性代数部分 24 学时，概率与数理统计部分 36 学时。教师可根据教学实际对一些内容进行调整

与删减。本书适合高职高专院校两年或三年制商务类、经济管理类以及信息类专业的学生使用。

本书共 13 章, 分别由庄兴无(第 1, 2 章)、蔡素丽(第 3, 4 章)、廖樵影(第 5, 6, 7, 8 章)、廖榕芳(第 9, 10, 11, 12, 13 章)编写。全书由庄兴无担任主编, 廖樵影、廖榕芳担任副主编, 裘晓岚、蔡素丽参与编写过程的讨论和修改。

本书的编写和出版得到了福州外语外贸职业技术学院的大力支持和帮助, 在此特致以诚挚的谢意。

由于编者水平有限, 书中多有不足之处, 衷心希望得到专家、同行和读者的批评指教。

编 者

目 录

第一篇 微 积 分

第 1 章 函数、极限与连续	1
1.1 函数	1
1.1.1 函数的概念及其表示法	1
1.1.2 经济与商务中的几个常用函数	2
1.1.3 复合函数、初等函数与分段函数	5
1.1.4 建立函数关系式	7
1.1.5 回归函数引言	8
习题 1.1	9
1.2 函数的极限	10
1.2.1 函数极限的直观描述	10
1.2.2 极限性质和运算法则	13
1.2.3 两个重要极限	16
1.2.4 无穷小的比较	17
习题 1.2	18
1.3 函数的连续性	19
习题 1.3	21
1.4 利息函数	21
习题 1.4	23
本章小结	24
第 1 章复习题	25
第 2 章 导数与微分	27
2.1 导数的概念	27
2.1.1 两个例子	27
2.1.2 导数的定义	28
习题 2.1	32
2.2 求导法则	32

2.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则	33
2.2.2 复合函数求导法则	34
2.2.3 隐函数求导	35
2.2.4 求偏导数	36
2.2.5 一阶导数基本公式, 高阶导数	36
习题 2.2	37
2.3 经济与商务中常见的导函数	38
习题 2.3	40
2.4 微分	41
2.4.1 微分的概念	41
2.4.2 微分基本公式及其运算法则	43
2.4.3 微分在商务计算中的应用	44
习题 2.4	45
本章小结	46
第 2 章复习题	46
第 3 章 导数的应用	48
3.1 函数的单调性与极值	48
3.1.1 函数单调性及判别法	48
3.1.2 函数的极值及判别法	50
3.1.3 函数的最大值与最小值	53
3.1.4 经济与商务中的应用	54
习题 3.1	56
3.2 函数图形的描绘	57
3.2.1 曲线的凹凸性与拐点	57
3.2.2 曲线的渐近线	59
3.2.3 函数图形的描绘	60
3.2.4 经济与商务中应用例子	62
习题 3.2	63
3.3 衡量相对变化率——弹性函数	64
3.3.1 弹性概念	64
3.3.2 需求弹性与供给弹性	66
3.3.3 边际收益与需求弹性关系	67
习题 3.3	68

3.4 偏导数的应用.....	68
3.4.1 高阶偏导数.....	68
3.4.2 二元函数极值问题.....	69
3.4.3 条件极值与拉格朗日乘数法.....	71
3.4.4 偏边际与偏弹性.....	72
习题 3.4	74
本章小结	74
第 3 章复习题.....	75
 第 4 章 不定积分与定积分.....	76
4.1 不定积分.....	76
4.1.1 不定积分的概念与性质.....	76
4.1.2 基本不定积分公式.....	78
4.1.3 不定积分的几何意义.....	79
4.1.4 不定积分换元法和分部积分法.....	80
习题 4.1	82
4.2 定积分的概念与性质.....	84
4.2.1 定积分概念实例之一: 面积问题.....	84
4.2.2 定积分概念实例之二: 成本问题.....	87
4.2.3 定积分的概念.....	88
4.2.4 定积分的基本性质.....	89
4.3 微积分基本定理.....	90
4.3.1 基本思路.....	90
4.3.2 微积分学基本定理.....	92
习题 4.3	94
4.4 数值积分.....	96
4.4.1 矩形法.....	96
4.4.2 梯形法.....	96
4.4.3 抛物线法(辛卜生法)	97
习题 4.4	98
4.5 广义积分.....	99
习题 4.5	100
4.6 定积分在经济问题中的应用.....	100
习题 4.6	103

本章小结	104
第4章复习题	105

第二篇 线性代数

第5章 矩阵	107
5.1 矩阵的概念	107
5.2 常用的特殊矩阵	109
5.3 矩阵的运算	112
5.3.1 矩阵相等	112
5.3.2 矩阵的加法	112
5.3.3 数乘矩阵	113
5.3.4 矩阵的乘法	114
5.3.5 矩阵的转置	117
习题 5.3	118
5.4 矩阵的初等行变换与矩阵的秩	119
5.4.1 矩阵的初等行变换	119
5.4.2 矩阵的秩	121
5.5 逆矩阵	122
5.5.1 逆矩阵的概念	122
5.5.2 用初等行变换求逆矩阵	124
习题 5.5	127
本章小结	128
第6章 线性方程组	130
6.1 n 元线性方程组	130
6.2 线性方程组的一般解法——消元法	132
6.2.1 同解线性方程组	132
6.2.2 非齐次线性方程组的解法	133
6.2.3 齐次线性方程组的解法	138
6.2.4 矩阵方程的解法	140
习题 6.2	142
本章小结	143
第5章和第6章复习题	143

第 7 章 线性规划导引	147
7.1 线性规划问题的数学模型	147
习题 7.1	152
7.2 线性规划问题的图解法	152
习题 7.2	154
本章小结	155
第 7 章复习题	155
第 8 章 Matlab 软件简介及其在商务高等数学中的应用	158
8.1 Matlab 概述	158
8.2 Matlab 在微积分中的应用	160
习题 8.2	165
8.3 Matlab 在线性代数中的应用	165
习题 8.3	175

第三篇 概率与数理统计

第 9 章 随机事件与概率	176
9.1 随机事件及其运算	176
9.1.1 随机事件的概念	176
9.1.2 随机事件的关系与运算	177
习题 9.1	179
9.2 随机事件的概率及运算	180
9.2.1 随机事件的概率	180
9.2.2 概率加法法则	181
9.2.3 条件概率与乘法法则	182
习题 9.2	186
本章小结	187
第 9 章复习题	188
第 10 章 随机变量分布及数字特征	191
10.1 随机变量	191
习题 10.1	192
10.2 离散型随机变量分布	192
10.2.1 离散型随机变量的概率分布	192

10.2.2 常见的几种离散型的概率分布	195
习题 10.2	196
10.3 连续型随机变量的分布	198
10.3.1 连续型随机变量的概率密度函数与分布函数	198
10.3.2 几种常见连续型随机变量的概率密度函数	199
习题 10.3	203
10.4 数学期望	204
10.4.1 离散型随机变量数学期望	204
10.4.2 连续型随机变量数学期望	206
10.4.3 数学期望的性质	206
10.4.4 随机变量函数的数学期望	207
习题 10.4	208
10.5 方差	209
10.5.1 方差的定义	209
10.5.2 方差性质	212
习题 10.5	213
本章小结	214
第 10 章复习题	215
第 11 章 数据处理	218
11.1 总体、样本、统计量	218
习题 11.1	219
11.2 数据处理——样本特征数	219
11.2.1 样本均值	219
11.2.2 样本方差	223
习题 11.2	225
11.3 样本分布	225
习题 11.3	230
本章小结	231
第 11 章复习题	231
第 12 章 一元回归分析	233
12.1 一元线性回归方程的建立	233
12.1.1 一元线性回归方程的建立	234

12.1.2 线性相关关系的显著性检验.....	237
习题 12.1	239
12.2 线性回归分析的应用——预测与控制.....	240
12.2.1 回归预测.....	240
12.2.2 回归控制.....	241
习题 12.2	243
12.3 可线性化的一元非线性回归.....	244
习题 12.3	247
本章小结	248
第 12 章复习题.....	249
 第 13 章 计算机在概率数理统计中应用.....	251
13.1 Excel 的主要统计功能与数据引用.....	251
13.1.1 Excel 的主要统计功能.....	251
13.1.2 数据的引用.....	252
13.2 常用的统计函数.....	253
习题 13.2	260
13.3 数据分析.....	261
13.3.1 Excel 数据分析——描述统计.....	263
13.3.2 数据分析——直方图.....	266
13.3.3 数据分析——回归.....	269
习题 13.3	272
本章小结	273
 附录 常用概率统计数值表.....	275
表 1 泊松 (Poisson) 分布.....	275
表 2 正态分布.....	279
表 3 相关系数检验表.....	281
 参考文献	283

第一篇 微 积 分

第 1 章 函数、极限与连续

自 15 世纪末开始, 欧洲资本主义工商业逐渐兴起, 随之有哥伦布发现美洲大陆, 还有伟大艺术家与人文主义者达·芬奇、米开朗琪罗等的革新艺术创作. 特别是使人们观念完全改变了的哥白尼日心说、开普勒行星运动三大定律, 以及伽利略望远镜对浩瀚无际星空的观察. 众多的事实完全粉碎了人们原来认为的世界是静止不动, 天体是神造因而是完美无缺的教条, 人们逐渐认识到自然界中, 从最小质点到最大物体, 以及人类社会各项活动都是处在永恒的产生和消灭过程中, 处在永恒的运动和变化中.

如何从数量角度描述变化和运动中的世界, 成为人们普遍关心和必须解决的重大问题. 人们自然先从最简单的变化过程入手, 探讨一个量与另一个量相倚而变的情形, 这样就使“函数”概念成为研究对象. 由于函数主要是对不均匀变化过程的描述, 因此, 对变化过程的局部研究成为人们关注的重点. 为此, 引进了极限概念, 着重研究变化过程的局部变化趋势, 极限方法的引入为解决许多实际问题提供了崭新的思路.

函数连续性则是物体运动连续性的自然描述, 是自然界和人类社会所发生的变化过程中既常见又易于研究的现象, 连续函数的概念是借助极限方法来刻画的, 微积分学中许多基本概念(如导数、微分、积分等)正是建立在极限与连续的基础上的.

1.1 函 数

1.1.1 函数的概念及其表示法

在某个变化过程中, 往往出现许多相互依赖的变量. 为了研究方便, 先从两

个变量开始研究. 这里两个变量中一个变量依赖于另一个变量的变化, 并且是依照某一规则的, 则称这两个变量间存在着函数关系. 为确切起见, 给出如下函数定义.

定义 1 设 x 和 y 是两个变量, D 是给定的数集, 如果对于每个 $x \in D$, 变量 y 按照某个对应法则总有一个唯一确定的数值和它对应, 则称 y 是 x 的函数, 记作 $y = f(x)$.

这里 x 称为自变量, y 称为因变量或 x 的函数, 数集 D 称为函数的定义域. 当 x 取值 x_0 时, 与 x_0 对应的 y 的数值称为函数在点 x_0 处的函数值, 记作 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$. 当 x 取遍 D 的各个数值时, 对应的函数值全体组成数集:

$$Z = \{y | y = f(x), x \in D\}$$

称为函数的值域.

应当注意到, 对不同的函数 f , 有不同的 D 和 Z , 为了避免混淆, 将其记为 D_f, Z_f . 函数 $y = f(x)$ 中对应法则的记号 f 也可用其他字母, 如 g, h, S, D 等, 表示变量的字母可以用 p, t, Q 等, 而表示因变量的字母也可以用 Q, C, R 等.

以上对一个自变量的情形给出的函数定义称为一元函数. 同样可给出多元函数的概念, 下面以二元函数为例.

定义 2 设 x, y, z 是三个变量, 当 x, y 在一定范围内任意取定一对值时, 按照某一对应法则, z 有唯一确定的值与之对应, 则称 z 是 x, y 的二元函数, 记作 $z = f(x, y)$.

这里 x, y 称为自变量, z 称为因变量或 x, y 的函数. x, y 允许取值范围 D 称为函数定义域, 相对应的数值组成的集合称为函数的值域.

例 1 设长方形的长为 x , 宽为 y , 那么它的面积 z 为

$$z = xy$$

是二元函数, 其定义域为 $\{(x, y) | x > 0, y > 0\}$.

例 2 二元函数 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 的定义域为 $1 - x^2 - y^2 \geq 0$, 即 $x^2 + y^2 \leq 1$.

在以后的叙述中, 侧重于研究一元函数. 若不特别指出, 均指一元函数.

在中学课本里已经学过的函数通常有三种表示法, 分别是解析法、列表法、图像法. 在实际应用时, 这三种表示法可以结合起来使用.

1.1.2 经济与商务中的几个常用函数

1. 需求函数

需求是指消费者在一定的价格水平上对某种商品有支付能力的需要. 因此, 需求是以消费者货币购买力为前提的, 它是对应商品的某一价格水平而言的. 人

们对某一商品的需求受许多因素的影响,如价格、收入、替代品、偏好等.一般研究中,需求主要是价格的函数,记为 $Q=D(P)$,其中 P 表示价格, Q 表示需求量, D 表示某个函数对应法则.依实际意义,需求函数 $Q=D(P)$ 总是单调下降的,一般存在反函数,其反函数 $P=D^{-1}(Q)$ 也称为需求函数.

例 3 已知某地区每月对某型号电视机的需求量 Q (架)与价格 P (千元)的函数关系为

$$Q = 65 + \frac{125}{(P-0.3)^2} \quad (1 \leq P \leq 2)$$

例 4 市场上小麦的需求量(每月)如表 1.1 所示.

表 1.1

价格 P / (元/kg)	1	2	3	4	5	6	7	8
需求量 Q / Mkg	30	25	20	15	12	10	9	8

画出需求函数的曲线,如图 1.1 所示.

这条曲线说明,小麦的需求量是价格的减函数,即当 P 增加时, Q 下降.这一性质在经济学上称为需求下倾斜规律,这一规律适合许多商品.

2. 供给函数

供给函数是生产者或销售者在一定价格水平上提供给市场的商品量.

供给量受诸多因素的影响.一般而言,它主要是价格的函数,记为 $Q=S(P)$.依实际意义,供给函数 $Q=S(P)$ 总是单调上升的,一般存在反函数,其反函数 $P=S^{-1}(Q)$ 也称为供给函数.

例 5 生产者愿意提供的小麦数量(每月)如表 1.2 所示.画出图,如图 1.2 所示.

表 1.2

价格 P / (元/kg)	1	2	3	4	5	6	7	8
供给量 Q / Mkg	0	2	4	5	7	10	16	25

这条供给曲线向上倾斜,说明当小麦的价格较高时,农民愿意并有能力增加小麦的产量.这一性质在经济学上称为供给向上倾斜规律.

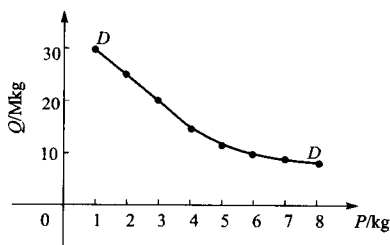


图 1.1

现在把例 4 与例 5 所给需求曲线与供给曲线结合起来分析, 如图 1.3 所示.

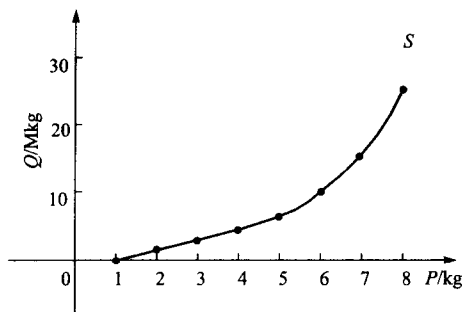


图 1.2

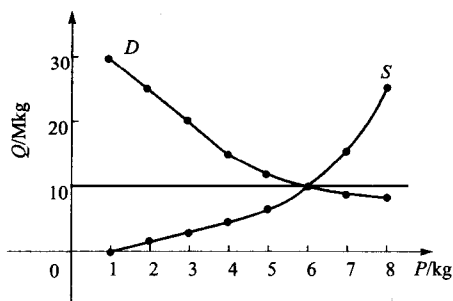


图 1.3

需求曲线 $Q = D(P)$ 与供给曲线 $Q = S(P)$ 相交处的价格 $P = 6$ (元). 在这个价格上, 消费者愿意购买的小麦量为 10 (Mkg), 生产者愿意提供小麦的数量为 10 (Mkg), 两者处于平衡状态. 这时 $P = 6$ (元) 称为它们的均衡价格.

一般地, 需求曲线 $Q = D(P)$ 与供给曲线 $Q = S(P)$ 相交处的价格 P_0 称为均衡价格 (如图 1.4 所示).

在 P_1 处, 商品供不应求, 商品的价格将提高. 在 P_2 处, 供过于求, 商品价格有下降的趋势. 在 P_0 处, 供给量等于需求量, 价格平衡.

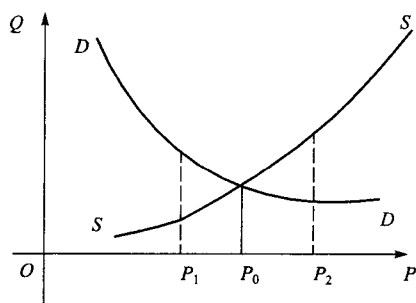


图 1.4

这里需要说明的是, 在需求函数和供给函数中, 作为自变量的价格 P 并不一定是按实数值连续变化的. 如例 4 和例 5 中 P 限制在某个范围且仅取正整数值. 在研究时为方便, 将其连续化, 并给出相应的近似拟合的解析表达式, 由此所得的结果是实际情形的近似. 在经济与商务分析中所应用大部分函数都有类似情况.

3. 成本函数

成本是指生产制造产品所投入的原材料、人的劳动力与技术等生产资料的货币表现. 它是产量的函数, 记为 $C(x)$, 其中 x 为产量.

在经济和商务分析中, 把一定时期内的成本划分为固定成本和变动成本. 固定成本是指在一定时期和一定业务量范围内, 不受产量增减变动影响的成本, 如厂房、机器、管理等费用, 记为 F . 变动成本是指在一定范围内随产量变化而变化的成本, 如原材料、燃料等费用, 记为 $V(x)$, 其中 x 为产量.

一定时期的总成本函数为

$$C(x) = F + V(x)$$

单位成本函数（也称为平均成本函数）为

$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{F}{x} + \frac{V(x)}{x}$$

4. 收益函数与利润函数

销售收益是生产者出售一定量的产品所得到的全部收入，记为 R 。假设在销售过程中价格不动，则销售收益等于产品单价 P 与销售量 Q 的乘积，即

$$R = PQ$$

当把销售量看成是价格的函数时，即 $Q = D(P)$ （需求函数），则有

$$R = PQ(P)$$

即收益函数是价格的函数。

当把价格看成是销售量的函数时，设销售量为 x ，单价为 $P(x)$ ，则销售收益为

$$R = P(x)x$$

即销售收益是销售量的函数， $R(x)$ 也称为收益函数。

单位收益函数为

$$\bar{R}(x) = \frac{R(x)}{x} = \frac{xP(x)}{x} = P(x)$$

显然，在成本函数中，当产量 x 等于销售量时，总利润函数为

$$L(x) = R(x) - C(x)$$

1.1.3 复合函数、初等函数与分段函数

1. 基本初等函数

在中学里已学过下列函数

- (1) 常数函数 $y = C$ ($x \in \mathbf{R}$).
- (2) 幂函数 $y = x^\alpha$ (α 为任意实数).
- (3) 指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).
- (4) 对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).
- (5) 三角函数

$$y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad y = \tan x,$$

$$y = \cot x, \quad y = \sec x, \quad y = \csc x.$$

- (6) 反三角函数