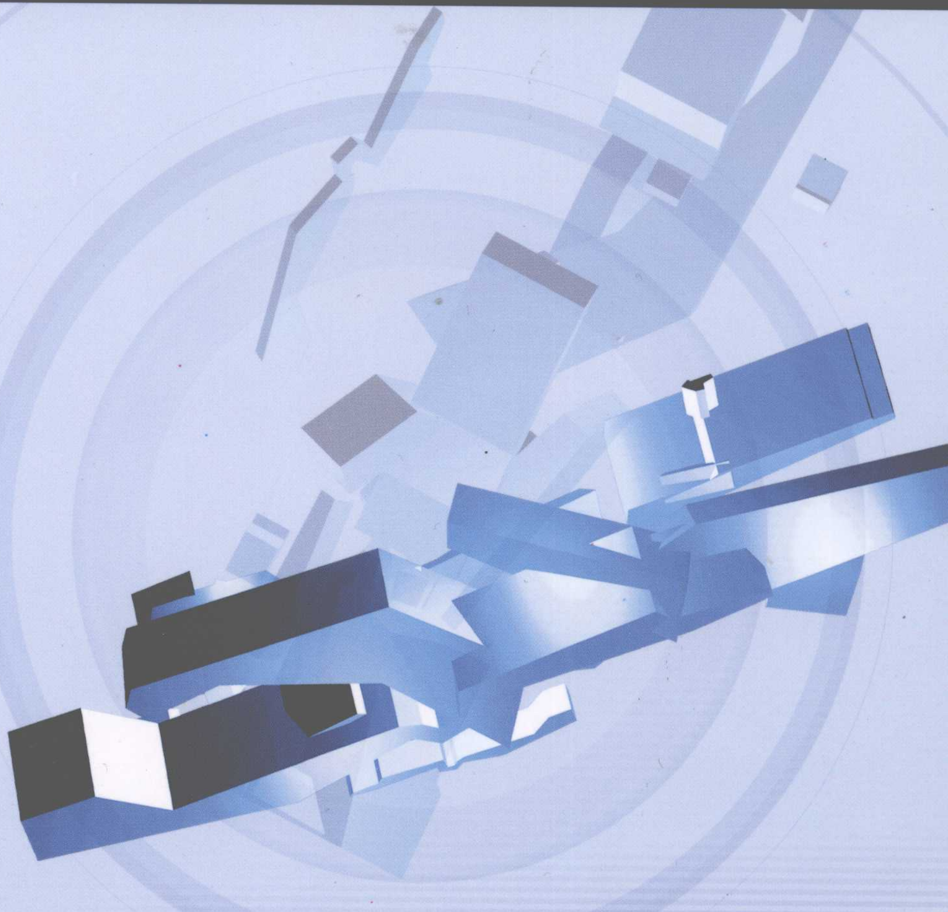
理论力学

LILUNLIXUE

哈尔滨工程大学理论力学教研室 / 编　商大中 / 主编



哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

理论力学

哈尔滨工程大学理论力学教研室　编
商大中　主编

哈尔滨工程大学出版社

内容简介

本书共计18章，前12章为理论力学基本内容，其中包括动静法，后6章为专题部分，涉及碰撞、振动、定点运动、分析力学基础等内容。

本书可作为高等院校工科理论力学教材，也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/商大中主编.—哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2007.4

ISBN 978-7-81073-737-1

Ⅰ.理… Ⅱ.商… Ⅲ.理论力学-高等学校-教材
Ⅳ.O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第051709号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区东大直街124号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传　　真 0451-82519699
经　　销 新华书店
印　　刷 肇东粮食印刷厂
开　　本 787mm×1 092mm 1/16
印　　张 28
字　　数 685千字
版　　次 2007年8月第1版
印　　次 2007年8月第1次印刷
定　　价 39.00元
http://press.hrbeu.edu.cn
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前　言

本书根据教育部工科理论力学课程教学指导小组规定的教学大纲要求和目前理论力学课程教学时数的实际情况编写。根据当前学生的入学水平及多年来我们对学生学习效果的分析研究，本书着重于理论力学的基本概念和基本理论的阐述，强调了物体的受力分析和运动分析的基本方法，突出了矢量系简化，主矢、主矩及矢量分析的概念和基本理论。全书共18章，前11章运用矢量分析方法研究了静力学、运动学和动力学；第12章用能量法分析了动力学问题，第13章至18章介绍了若干专题。其中第1章至第4章为静力学，为了强化物体的受力分析，将约束和约束反力单列为第2章。对于力系简化和平衡方程的阐述，本书改变了通常由特殊(平面力系，汇交力系等)到一般(空间任意力系)的讲述方法，而采用由一般到特殊的论述方法，强化了矢量系的简化、主矢和主矩理论。为了保证静力学理论的逻辑性和严密性，本书保留了一般教材中大多删去的“两个平行力的合成”理论，将其放在第1章静力学基本概念中。第5章至第8章为运动学，以点和刚体为模型分析了运动规律，但将刚体绕固定点运动和刚体的一般运动放在专题部分的第15章介绍。第9章至第12章为动力学，第9章、第10章分别以质点和质点系为力学模型研究了动力学基本理论，特别以质点系动量系为数学模型，应用矢量系简化理论引出了质点系动量系的主矢 - 质点系动量，主矩 - 质点系动量矩的概念。第11章介绍了达朗贝尔原理，强化了惯性力系的简化理论，强调了用静力学方法处理动力学问题的优点。这样，前11章强化了矢量力学的本质。第12章突出了用能量法处理动力学的优越性。前12章构成了理论力学的基本内容，为后面的专题奠定了基础。第13章介绍了碰撞问题，第14章研究了机械振动的一些基础知识，第15章、第16章涉及刚体绕定点运动和一般运动的运动学和动力学问题，第17章、第18章引进了分析力学的基础知识。

本书适合于土木、机械、结构、机电等各大类专业各种学时的理论力学课程教学。一般64学时教程可完成1～12章全部内容。对于48学时教程可在前12章中，根据专业的不同选择其中的内容。至于80学时教程，可根据专业不同，再从第13章至第18章中选择合适的章节以充实教学内容。例如，机械设计制造及其自动化专业可选择第13章至第16章，也可选择第13章至第14章、第17章、第18章。飞行器设计专业可选择第15章至第18章。至于某些对后续课程有特殊需要而学时又少的专业，可在全书有针对性地选择适当章节完成教学，部分内容带有 * 可不作要求。

本书由哈尔滨工程大学理论力学教研室集体编写，商大中教授主编。第1章、第2章、第3章、第9章、第10章由商大中编写，第4章、第16章由李宏亮编写，第5章、第6章、第7章由李鸿编写，第8章、第11章、第12章由周跃发编写，第13章、第15章由曹承佳编写，第14章由郑全逸编写，第17章、第18章由韩广才编写。全部书稿由商大中教授进了修改整理，增删了部分内容最后定稿。本书是哈尔滨工程大学理论力学教研室多年教学经验的总结，但由于编者水平有限，很可能有许多不尽人意的地方，甚至谬误，希望有关专家和广大读者批评指正。

编　者

2007年7月

目　　录

绪　论

理论力学是研究物体机械运动一般规律的学科。所谓机械运动就是物体在空间的位置随时间的变化。一切机械运动都是在空间和时间中进行的,理论力学采用的是与物质运动无关的“绝对”空间、时间和质量概念,它只适用于其速度远远小于光速的宏观物体的运动,因而属于古典力学范畴。工程中各种物体的速度是远远小于光速的,因此用理论力学来研究工程问题是完全能满足工程实际要求的。

理论力学包括三部分内容:静力学,运动学和动力学。

静力学——主要研究受力物体平衡时作用力所应满足的条件,同时也研究物体受力的分析方法以及力系简化的方法。

运动学——只从几何角度来研究物体的运动(如轨迹、速度、加速度),而不考虑作用于物体的力。

动力学——研究受力物体的运动与作用力之间的关系。

理论力学是现代工程技术的重要理论基础之一,它与其他相关专业知识结合在一起,可以帮助我们解决实际的工程技术问题。比如在船舶与海洋工程中,船体结构的静力分析,动力分析,操纵性、适航性、振动特性的分析;有关动力源,比如柴油机的动力分析,平衡和振动分析;动力装置轴系的振动和惯性导航仪的设计等问题;土木工程中的构筑物的抗震设计;飞行器工程的静力分析和动力分析,轨道运动以及姿态控制问题都需要用理论力学结合专业实际来解决。所以学习理论力学可以为解决工程实际问题打下一定的理论基础。

理论力学研究力学中最简单最普遍的规律,很多工程专业的课程,例如材料力学、机械原理和设计、结构力学、流体力学、弹塑性力学、飞行力学和机械振动等课程都需要理论力学的知识,理论力学是学习一系列后续课程的重要基础。

第1章　静力学基本概念

静力学研究作用于物体上的力系的平衡问题。所谓平衡是指物体相对周围物体处于静止状态。显然平衡只有取周围物体作参考物才有意义，因此平衡是相对的。在大多数情况下，如果没有特别指出以什么物体为参考物，一般是指以地球为参考物。从广义上说，凡是物体相对惯性坐标系处于静止或匀速直线运动状态都称为平衡。

静力学研究三个问题。

1.物体的受力分析

分析物体共受到几个力的作用，每个力的作用位置、大小和方向。

2.力系的等效替换(或简化)

将作用在物体上的一个力系用另一个作用效果相同的力系来代替，这两个力系互为等效力系。如果用一个简单力系等效地替换一个复杂的力系，则称之为力系的简化。

3.建立各种力系的平衡条件

如果物体在力系的作用下处于平衡状态，则这个力系称为平衡力系。力系平衡所满足的条件称为平衡条件。

1.1　力的概念及力的性质

1.1.1　力的概念

力是物体间相互的机械作用，它可以使物体的运动状态发生变化或使物体产生变形。例如，人推车可以使车由静止而运动，挂在弹簧上的重物使弹簧伸长。人与车之间的相互作用就是力，它使车的运动状态发生变化，重物与弹簧间的相互作用就是力，它使弹簧产生了变形。

力对物体的作用效果取决于三个要素：力的大小，力的方向，力的作用点。力是矢量。

图1-1表示作用于物体上 A 点的力矢量 $\boldsymbol{F}$，其大小为 F，单位矢量为 $\boldsymbol{F}_0$，则有

$$\boldsymbol{F} = F\boldsymbol{F}_0$$

力的单位为牛顿(N)和千牛顿(kN)。

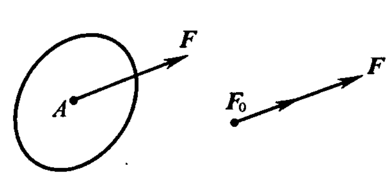


图1-1

1.1.2　刚体

受力不变形的物体称为刚体。刚体也就是在力的作用下，其内部任意两点间距离保持不变的物体。事实上任何物体在力的作用下都会发生不同程度的变形，但在工程中构件的变形通常很微小，它对研究平衡问题的影响很小，可以忽略不计，因此刚体是一个理想化的抽象模型。

理论力学是研究刚体的力学。

1.1.3 力的性质

性质 1　力的平行四边形规则

作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点，合力的大小和方向由以这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定，或者说合力矢等于这两个力矢的几何和，如图 1-2 所示。

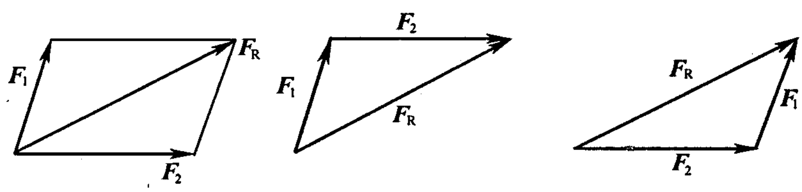


图 1-2

$$F_R = F_1 + F_2$$

我们将两共点力首尾相接作一力三角形，则由第一个力的起点指向第二个力的终点的第三边即为合力矢。

性质 2　二力平衡条件

作用于刚体上的两个力，使刚体保持平衡的必要与充分条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且在同一条直线上，如图 1-3所示。

$$F_1 = -F_2$$

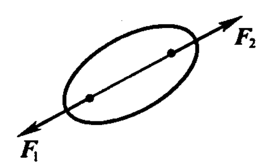


图 1-3

性质 3　加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。

性质 4　力的可传性

作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用。

证明　如图 1-4 所示，设力 F 作用于刚体上 A 点，根据加减平衡力系原理，可在力作用线上的任意一点 B 处加上两个相互平衡的力 F_1 和 F_2，且使 $F = F_2 = -F_1$。由于 F 和

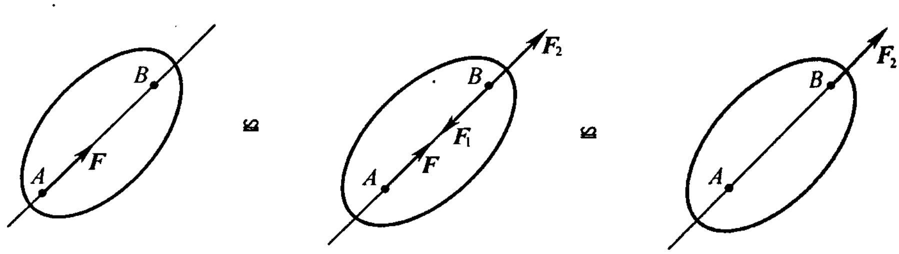


图 1-4

F_1 也是一个平衡力系，故可以减去，这样只剩一个力 F_2，它与力系(F，F_1，F_2)以及力 F 等效，即原来的力 F 沿其作用线移到点 B。

$$\{F\}\cong\{F,(F_1,F_2)\}\cong\{(F,F_1),F_2\}\cong\{F_2\}$$

由此可见，对于刚体来说，力的作用点已不是决定力的作用效果的要素，它已为作用线所代替。因此作用于刚体上的力的三要素是力的大小、方向、作用线。力称为滑移矢量。

性质 5　三力平衡汇交定理

作用于刚体上的三个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此三个力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

证明　如图 1-5 所示，在刚体上的 A，B，C 三点分别作用三个相互平衡的力 F_1，F_2，F_3，其中 F_1 和 F_2 作用线汇交于 O 点。根据力的可传性，将力 F_1 和 F_2 沿其作用线移到汇交点 O，然后根据力的平行四边形法则，得合力 F_{12}，则力 F_3 应与 F_{12} 平衡。由于两个力平衡必须共线，因此力 F_3 必定与力 F_1 和 F_2 共面，且通过力 F_1 和 F_2 的交点 O。定理得证。

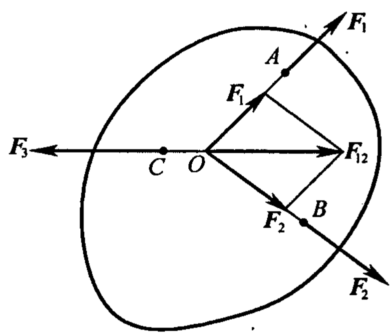


图 1-5

性质 6　作用和反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在，两个力的大小相等，方向相反，沿着同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上，如图 1-6 所示。

性质 7　刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡状态，如将此变形体刚化为刚体，则其平衡状态保持不变，如图 1-7 所示。

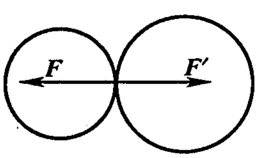


图 1-6

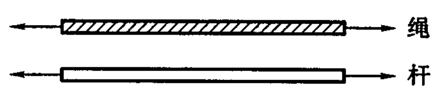


图 1-7

1.2　力在直角坐标轴上的投影

1.2.1　力在轴上的投影

过力 F 的起点 A 和终点 B 作轴 Ox 的垂面Ⅰ，Ⅱ，垂面与 Ox 轴的交点分别为 a，b，则线段 $\overline{ab}$ 称为力 F 在 Ox 轴上的投影，如图 1-8 所示。力在轴上的投影为代数量，当由 a 到 b 的方向与 Ox 轴正向一致时为正，反之为负。过 A 作轴 Ox 的平行轴 Ax'，F 与 Ax' 轴正向的

夹角为α，也就是 F 与 Ox 轴正向的夹角为α。Ax'轴与垂面Ⅱ的交点为 b'，则$\overline{ab}=\overline{Ab'}=\overline{AB}\cos\alpha$。用 F_x 表示力F 在 Ox 轴上的投影，则由图 1－9 可知 $F_x=F\cos\alpha$，当 α 为锐角时投影为正；当 α 为钝角时投影为负；当 $\alpha=90°$时投影为零。

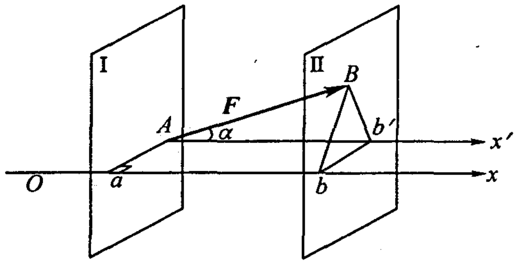


图 1－8

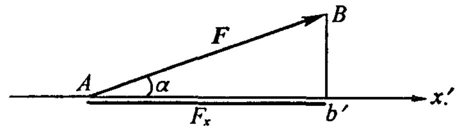


图 1－9

1.2.2 力在直角坐标轴上的投影

从力 F 的起点A 作三个与 Ox，Oy，Oz 平行的轴Ax'，Ay'，Az'，过力 F 的终点B 作三个轴的垂面，如图 1－10 所示。这三个平面在三个轴上截出的线段即为力在坐标轴上的投影 F_x，F_y，F_z。如果用α，β，γ 表示力F 与x，y，z 轴正向间的夹角，则

$$F_x=F\cos\alpha$$
$$F_y=F\cos\beta$$
$$F_z=F\cos\gamma$$

如果力在直角坐标轴上的投影已知，则力的大小为

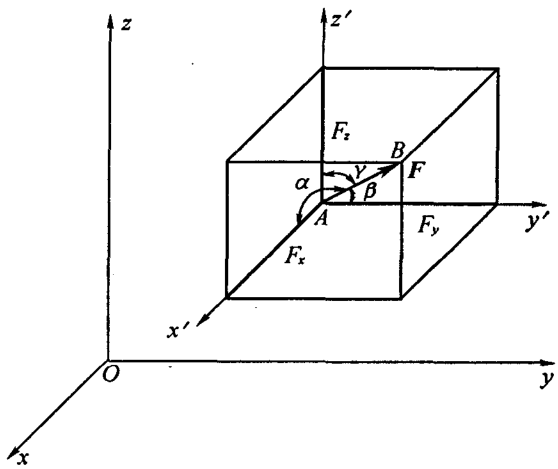


图 1－10

$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}$$

其方向余弦为

$$\cos\alpha=\frac{F_x}{F}=\frac{F_x}{\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}}$$

$$\cos\beta=\frac{F_y}{F}=\frac{F_y}{\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}}$$

$$\cos\gamma=\frac{F_z}{F}=\frac{F_z}{\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}}$$

引进矢量的标量积的定义可知

$$F_x=\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{F}=F\cos\alpha$$
$$F_y=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{F}=F\cos\beta$$
$$F_z=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{F}=F\cos\gamma$$

式中，$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 为x，y，z 轴的单位矢量。

1.2.3 二次投影法

如果力 F 与 x，y 轴的夹角不易确定，可将力 F 先投影到 xy 平面得到分力 F_{xy}，然后再把这个力投影到 x，y 轴上，如图 1－11 所示。如果已知角 γ 和 φ，则 F 在三个坐标轴上的投影分别为

$$F_x = F\sin\gamma\cos\varphi$$
$$F_y = F\sin\gamma\sin\varphi$$
$$F_z = F\cos\gamma$$

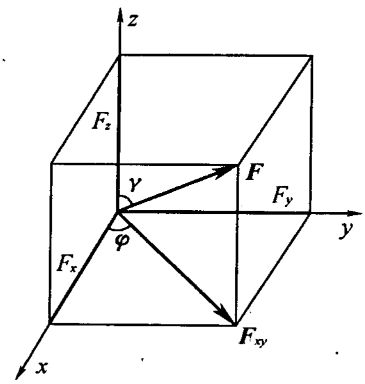


图 1－11

1.3 力的分解及力的解析表达式

根据力的平行四边形法则，我们也可以将力 F 沿 AC 和 AD 方向分解，如图 1－12 所示。过 B 分别作 AC 和 AD 的平行线，交 AC 和 AD 于 B_1，B_2 点，则 $\vec{AB_1}$ 即为 F 沿 AC 方向的分力 F_1，$\vec{AB_2}$ 即 F 为沿 AD 方向的分力 F_2。

$$F = F_1 + F_2$$

依此类推，如图 1－13 所示，我们可以将力 F 沿 AC，AD，AE 三个方向进行分解，以 AB 为空间对角线，以三个方向为棱边，作平行六面体，则 $\vec{AC}$，$\vec{AD}$，$\vec{AE}$ 为力 F 沿三个方向的分力 F_1，F_2，F_3。

$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

同样，可以将力 F 沿直角坐标轴分解，如图 1－14 所示，有

$$F = F_x + F_y + F_z$$

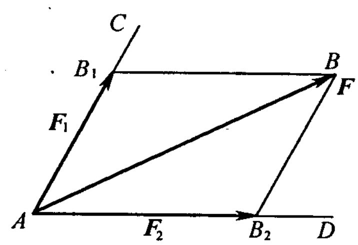


图 1－12

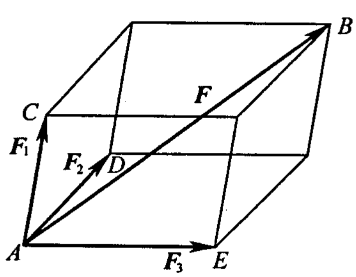


图 1－13

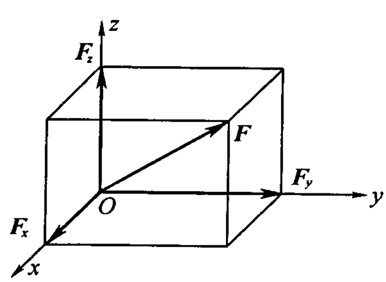


图 1－14

由力在坐标轴上的投影的定义可知，力沿某轴的分力的大小等于力在该轴投影的绝对

值。值得注意的是:一般情况下,力沿某轴的分力大小与力在该轴投影使用同一符号,但在前一种情况下是算术值;后一种情况下,是代数值。如果 x,y,z 轴的单位矢量为 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$,则各分力矢量为

$$\boldsymbol{F}_x = F_x\boldsymbol{i}$$
$$\boldsymbol{F}_y = F_y\boldsymbol{j}$$
$$\boldsymbol{F}_z = F_z\boldsymbol{k}$$

那么

$$\boldsymbol{F} = F_x\boldsymbol{i} + F_y\boldsymbol{j} + F_z\boldsymbol{k}$$

上式称为力的解析表达式。

例 1-1 正方体上作用有力 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2,\boldsymbol{F}_3,\boldsymbol{F}_4$ 和 $\boldsymbol{F}_5$,如图 1-15 所示。试计算各力在三个轴上的投影,并写出各力的解析表达式。已知 $F_1=\sqrt{2}$ kN, $F_2=3\sqrt{2}$ kN, $F_3=3\sqrt{3}$ kN, $F_4=2$ kN, $F_5=2\sqrt{2}$ kN。

解 $F_{1x} = F_1\cos45° = \sqrt{2}\times\sqrt{2}/2 = 1\ (\text{kN})$

$$F_{1y} = F_1\cos135° = -\sqrt{2}\times\sqrt{2}/2 = -1\ (\text{kN})$$
$$F_{1z} = F_1\cos90° = 0$$
$$F_{2x} = F_2\cos135° = -3\sqrt{2}\times\sqrt{2}/2 = -3\ (\text{kN})$$
$$F_{2y} = F_2\cos90° = 0$$
$$F_{2z} = F_2\cos45° = 3\sqrt{2}\times\sqrt{2}/2 = 3\ (\text{kN})$$
$$F_{3x} = -F_3\cos\alpha\cos45° = -3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = -3\ (\text{kN})$$
$$F_{3y} = -F_3\cos\alpha\cos45° = -3\ (\text{kN})$$

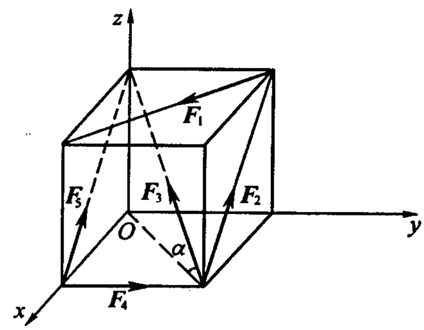


图 1-15

$$F_{3z} = F_3\sin\alpha = 3\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}} = 3\ (\text{kN})$$
$$F_{4x} = 0$$
$$F_{4y} = F_4 = 2\ (\text{kN})$$
$$F_{4z} = 0$$
$$F_{5x} = -F_5\cos45° = -2\sqrt{2}\times\sqrt{2}/2 = -2\ (\text{kN})$$
$$F_{5y} = 0$$
$$F_{5z} = F_5\cos45° = 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}/2 = 2\ (\text{kN})$$

各力的解析表达式为

$$\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{i} - \boldsymbol{j}\quad (\text{kN})$$
$$\boldsymbol{F}_2 = -3\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{k}\quad (\text{kN})$$
$$\boldsymbol{F}_3 = -3\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j} + 3\boldsymbol{k}\quad (\text{kN})$$
$$\boldsymbol{F}_4 = 2\boldsymbol{j}\quad (\text{kN})$$
$$\boldsymbol{F}_5 = -2\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{k}\quad (\text{kN})$$

例 1-2 如图 1-16 所示,已知力在直角坐标系的解析式为

$$\boldsymbol{F} = 3\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j} - 5\boldsymbol{k}\ (\text{kN})$$

试求这个力的大小和方向,并作图表示。

解　　$F_x = 3,\ F_y = 4,\ F_z = -5$

力的大小为

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

其方向余弦为

$$\cos\alpha = \cos(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{i}) = \frac{F_x}{F} = \frac{3}{5\sqrt{2}} = 0.424\ 3$$

$$\cos\beta = \cos(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{j}) = \frac{F_y}{F} = \frac{4}{5\sqrt{2}} = 0.565\ 7$$

$$\cos\gamma = \cos(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{k}) = \frac{F_z}{F} = \frac{-5}{5\sqrt{2}} = -0.707$$

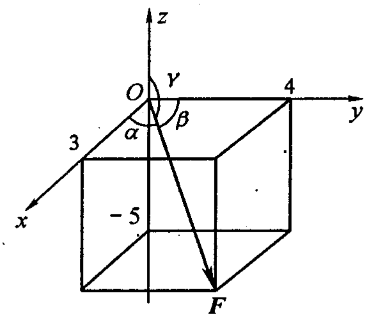


图 1-16

$\boldsymbol{F}$ 与 x,y,z 轴正向的夹角为

$$\alpha = 64.9°,\quad \beta = 55.55°,\quad \gamma = 135°$$

1.4　力对点之矩

力对物体的作用可以产生移动和转动两种效应。力的移动效应取决于力的大小和方向，力的转动效应用力矩来度量。

1.4.1　力对点之矩

我们考察用扳手拧螺栓的情况（图 1-17），实践经验告诉我们作用于扳手上的力 $\boldsymbol{F}$ 使扳手绕支点 O 的转动效应不仅与力的大小 F 成正比，而且与支点 O 到力作用线的垂直距离 h 成正比，当力 $\boldsymbol{F}$ 的方向相反时，转动的方向也相反。由此我们引出了力对点之矩的定义。

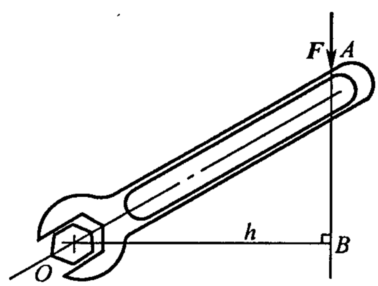


图 1-17

力 $\boldsymbol{F}$ 对点 O 的矩是一个代数量，其绝对值等于力的大小 F 与点 O 到力作用线的垂直距离 h 的乘积，当力 $\boldsymbol{F}$ 使物体绕点 O 逆时针方向转动时为正，反之为负。

点 O 称为矩心，h 称为力臂，力 $\boldsymbol{F}$ 对矩心 O 的力矩用 $M_O(\boldsymbol{F})$ 表示，则

$$M_O(\boldsymbol{F}) = \pm Fh$$

若以 O 为顶点，$\boldsymbol{F}$ 为底边构造△OAB，则显然 $M_O(\boldsymbol{F})$ 的绝对值为△OAB 的面积的二倍（图 1-18），即

$$M_O(\boldsymbol{F}) = \pm 2S_{\triangle OAB}$$

当力 $\boldsymbol{F}$ 沿其作用线移动时，由于力臂 h 为定值，故力对矩心的力矩不变，也就是说力可沿其作用线移动而不改变其对刚体的转动效果，这进一步说明力是滑移矢量。

力矩的单位为牛顿米（N·m）或千牛顿米（kN·m）。

1.4.2　力对点之矩的矢量表示

力 $\boldsymbol{F}$ 对矩心 O 的力矩 $M_O(\boldsymbol{F})$ 使物体在 O 与 $\boldsymbol{F}$ 所确定的平面内绕 O 点转动，也就是绕

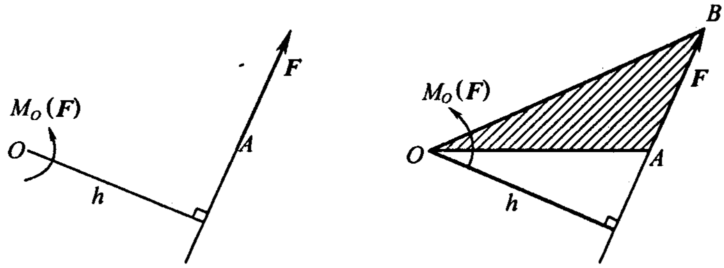


图 1－18

通过 O 点垂直于平面 OAB 的轴 Oz 转动，如图 1－19 所示。

当有多个力作用于物体时，各力作用在不同的平面内，因此必须把力对点之矩用矢量表示才能准确地表示各力对物体的转动效应。

力矩矢量 $M_O(F)$ 作用于矩心 O，垂直于点 O 与力 F 构成的平面，其大小等于△OAB 面积的二倍，其指向按右手螺旋法则确定，即四指表示转动方向，拇指表示力矩矢量的指向，或从力矩矢量正端观察转向为逆时针方向。

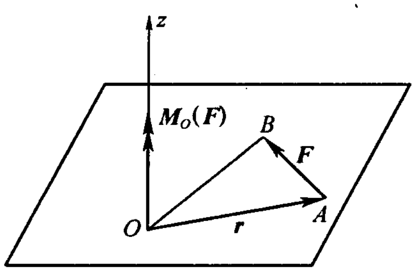


图 1－19

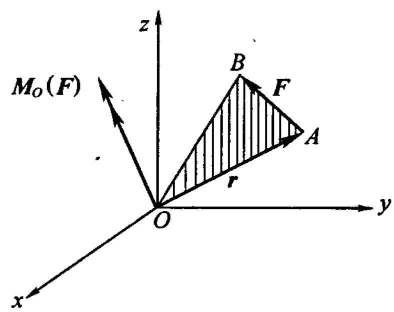


图 1－20

若称矩心 O 到力 $\boldsymbol{F}$ 的作用点 A 的矢量为 A 点的矢径 $\boldsymbol{r}$，如图 1－20 所示，则根据矢量的矢量积定义，有

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

在直角坐标系中力 $\boldsymbol{F}$ 的作用点 A 的坐标为 (x, y, z)，则有

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

力 $\boldsymbol{F}$ 在坐标轴上的投影为 F_x, F_y, F_z，则

$$\boldsymbol{F} = F_x\boldsymbol{i} + F_y\boldsymbol{j} + F_z\boldsymbol{k}$$

那么

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

例 1－3 试计算图 1－21 中各力对点 O 的力矩，已知 $F_1 = 10$ N，$F_2 = 20\sqrt{2}$ N，$F_3 =$