

立体设计

高中新课标一

人教A版必修一



数学

丛书主编 崔树敬

立体设计

高中新课标

数学

丛书主编 崔树敬

本册主编 陈轶才

副主编 薛荣珍 杨银平 何志奇 唐国林 裴秀坤 巩震

济南出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中新课标立体设计(一). 数学/崔树敬主编. —济南:
济南出版社, 2007. 6

ISBN 978-7-80710-497-1

I. 高… II. 崔… III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 089193 号

济南出版社出版发行

(济南市经七路 251 号 邮编:250001)

山东滨州汇泉印务有限公司 印刷

2007 年 6 月第 1 版 2007 年 6 月第 1 次印刷

开本:880×1230 毫米 1/16 印张:85

字数:2000 千字

全套(9 册)定价 133.20 元

(如有倒页、缺页、白页,请直接与印刷厂调换)

设计思想

博观约取 荟萃精华 精雕细琢 启迪智慧

完美的课堂模式	-----	探究析练	-----	探究四溢激情
高效的学习方法	-----	全程跟进	-----	方法决定成败
全面的训练手段	-----	立体设计	-----	创新永无止境
详尽的习题解答	-----	点津指迷	-----	好风助踏青云

博观约取、精雕细琢——这一完美的设计理念在编写上体现为科学实用的体例设置和高品位的编写质量，它使该套丛书真正成为突破性的同步优化学练方案。

★注重基础 着眼学生提高能力

丛书与课堂同步，紧扣教材，以夯实基础；研练结合，强化过程，以激活思维；适度迁移，科学延展，引导学生在探究中解决实际问题，以培养创新能力。

★立体设计 互动探究学练一体

预习扫描——发现问题，赢得主动
知识探究——情境设疑、提示解读，突出重点，探究疑惑
案例，以例印证，加深理解；变式，导引求索，举一反三
课堂15分——学以致用，查缺补漏
基础过关——再现基础，全面巩固
每周一练——温故知新，优化训练
单元达标——突出重点，适度延展
模块检测——综合演练，能力提升

★模式结构 科学实用体现人性

主体母本：互动探究，体现课标理念；答案全解：全解全析，为自测或集体考评提供方便；配套试卷：按层级将各种题型优化归类，分层构建，从基础知识到综合能力，由浅入深、由易到难，梯度递进，螺旋式上升，实现立体突破。结构上三者既各自独立成册，又互为整体——科学、方便、实用，尽显编写设计的人性化。

我们期待，我们的读者翻开此书能如同打开智慧的大门，从中汲取无尽的知识宝藏；我们希望，我们的智慧能与您的智慧不断碰撞，产生炫目的火花。

注：配套试题中★基础题 ★★提升题 ★★★能力题

CONTENTS 目 录

第一章 集合与函数概念	(1)
1.1 集合	(1)
1.1.1 集合的含义与表示	(1)
1.1.2 集合间的基本关系	(4)
1.1.3 集合的基本运算	(8)
1.2 函数及其表示	(11)
1.2.1 函数的概念	(11)
1.2.2 函数的表示法	(15)
1.3 函数的基本性质	(19)
1.3.1 单调性与最大(小)值	(19)
1.3.2 奇偶性	(23)
章末总结	(27)
第二章 基本初等函数(I)	(29)
2.1 指数函数	(29)
2.1.1 指数与指数幂的运算	(29)
2.1.2 指数函数及其性质	(32)
2.1.2.1 指数函数及其性质(一)	(32)
2.1.2.2 指数函数及其性质(二)	(35)
2.2 对数函数	(38)
2.2.1 对数与对数运算	(38)
2.2.1.1 对 数	(38)
2.2.1.2 对数运算	(41)
2.2.2 对数函数及其性质	(44)
2.3 幂函数	(48)
章末总结	(51)



目 录 CONTENTS

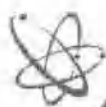
第三章 函数的应用	(53)
3.1 函数与方程	(53)
3.1.1 方程的根与函数的零点	(53)
3.1.2 用二分法求方程的近似解	(56)
3.2 函数模型及其应用	(59)
3.2.1 几类不同增长的函数模型	(59)
3.2.2 函数模型的应用实例	(63)
章末总结	(67)
答案全解	(69)

第一章 集合与函数概念

1.1

集合

1.1.1 集合的含义与表示



课 前 导 读

KE QIAN DAO DU

会当凌绝顶，一览众山小

学习目标

课标解读

1. 通过实例，了解集合的含义，体会元素与集合的“属于”关系。
2. 能选择自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题，感受集合语言的意义和作用。

重难点解读

重点：(1)元素与集合的关系. 要明确一个集合的元素是什么，这是解决问题的关键. 元素与集合的关系是今后学习其他知识的基础.

(2)集合的表示法. 集合的表示法是表示一个集合的重要方面，在明确一个集合时，首先应明确其表示法.

难点：集合特性的具体应用，将集合的特性用在解题中. 同时集合的表示法也是难点之一.

预习扫描

1. 集合是数学中不加定义的基本概念，_____ 统称为元素，_____ 叫做集合。
2. 常见数集的表示符号：自然数集_____，正整数集_____，整数集_____，有理数集_____，实数集_____。
3. 集合中的元素的特性是_____、_____、_____。
4. 集合的表示方法可分为_____、_____、_____。

5. 元素与集合间的关系是_____或_____的关系，用符号_____或_____来表示。

问题探究

问题 1

一位渔民非常喜欢数学，但他怎么也想不明白集合的意义。于是，他请教数学家：“尊敬的先生，请你告诉我，集合是什么？”集合是不加定义的概念，数学家很难回答那位渔民。

有一天，他来到渔民的船上，看到渔民撒下鱼网，轻轻一拉，许多鱼虾在网中跳动。

数学家非常激动，高兴地告诉渔民：“这就是集合！”你能理解数学家的话吗？

问题 2

2004 年，为了解决朝鲜核问题，我国提出并组织了“六方会谈”会议。参加“六方会谈”的国家构成一个集合；北京 2008 年奥运会解说员应试者构成一个集合；大于 1 的实数的全体构成一个集合。这些集合怎样表示才更简洁呢？

四度空间

之学习方略

数学学习四字歌——集合

高中代数，重要四部，数式方程，集合函数。
集合思想，渗透奠基，元素性质，确定互异。
子交并补，空集全集，包含相等，各种算律。



知识探究

探究1 集合的概念

【案例1】 下列各组对象：①接近于0的数的全体；②比较小的正整数的全体；③平面上到点O的距离等于1的点的全体；④正三角形的全体；⑤ $\sqrt{2}$ 的近似值的全体。其中能构成集合的组数是 ()

- A. 2组 B. 3组 C. 4组 D. 5组

提示：可判断研究的对象是否具有确定性。

【变式1】 下列各组对象能否构成一个集合？

- (1) 比较大的数；
- (2) 大于8的非偶数；
- (3) 直角坐标平面内第一象限点；
- (4) 漂亮的演员。

探究2 元素与集合关系的判断

【案例2】 已知 $x^2 \in \{1, 0, x\}$ ，求实数 x 的值。

提示：由 $x^2 \in \{1, 0, x\}$ 求点 x 后必须验证集合中元素的互异性。

【变式2】 求数集 $\{1, x, x^2 - x\}$ 中元素 x 应满足的条件。

探究3 运用集合的两种表示方法正确地表示集合

【案例3】 用列举法表示下列集合：

- (1) $A = \{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$;
- (2) $M = \{(x, y) \mid x + y = 4, x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*\}$ 。

提示：在允许范围内找到符合条件的元素，再一一列举。

【变式3】 用另一种方法表示下列集合：

- (1) {绝对值不大于2的整数}；
- (2) {能被3整除且小于10的正数}；
- (3) $\{x \mid x = |x|, x \in \mathbb{Z}, \text{且 } x < 5\}$ ；
- (4) $\{(x, y) \mid x + y = 6, x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*\}$ ；
- (5) $\{-3, -1, 1, 3, 5\}$ ；

【案例4】 用描述法表示下列集合。

- (1) 偶数集；
- (2) $\{2, 4, 6, 8\}$ ；
- (3) 坐标平面内在第一象限的点组成的集合。

提示：用描述法表示集合时，要弄清楚元素的特征，使符合性质的元素都属于集合，不符合性质的元素不属于集合。

【变式4】 用描述法表示下列集合。

- (1) 所有正奇数组成的集合；
- (2) 坐标平面内 x 轴上的点组成的集合。

学好数学的十种方法

1. 课前预习，寻找疑难。
2. 勤思多问，掌握规律。
3. 动脑动手，手脑并用。
4. 消化巩固，温故知新。
5. 仔细读题，认真演算。
6. 注重理解，默诵记忆。
7. 开动脑筋，一题多解。
8. 多读多看，开阔视野。
9. 分析失分，总结经验。
10. 劳逸结合，合理安排。

课堂15分

- 下列各选项中的对象可构成一个集合的是 ()
 A. 与1非常接近的实数 B. 我校的女生
 C. 中国漂亮的工艺品 D. 本班视力较差的学生
- 下列集合表示法正确的是 ()
 A. $\{1, 2, 3, 4\}$
 B. $\{全体实数\}$ 表示实数集
 C. $\{有理数\}$
 D. 不等式 $x^2 - 5 > 0$ 的解集为 $\{x^2 - 5 > 0\}$
- 若 $A = \{(0, 1), (2, 3)\}$, 则集合中元素的个数为 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 若 $A = \{x | x^2 - (2a-1)x + a^2 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 且 $A = \emptyset$, 求 a 的取值范围.

- 一个班有30个同学, 其中会唱歌的有9人, 会跳舞的有12人, 那么该班既不会唱歌又不会跳舞的是否一定有9人呢? 说明你的理由.

6. 用另一种方法表示下列集合:

- $A = \{(x, y) | x + y = 4, x, y \in \mathbb{N}\}$;
- $\{(直角坐标系第三象限内的点)\}$;
- $\{x | (x-1)^2(x+2) = 0\}$;
- $\{x^2 - 3 \text{ 的一次因式}\}$.

课后小结

集合中元素的特性:(1)确定性, 设 A 是一个给定的集合, x 是某一具体对象, 则 x 或者是 A 的元素, 或者不是 A 的元素, 两种情况必有一种且只有一种成立.(2)互异性, 对于一个给定的集合, 它的任何两个元素都是不同的.(3)无序性, 集合与其元素的排列次序无关, 准确掌握集合的表示方法: 列举法、描述法、图示法.

基础过关

欲穷千里目, 更上一层楼

一、选择题

- (★) 下面给出的对象不能构成集合的是 ()
 A. 直角坐标系中横纵坐标互为相反数的点
 B. 平方后不等于9的实数
 C. 无限靠近2的实数 x
 D. 方程 $x + y = 3$ 的解
- (★) 将 $\{x \in \mathbb{N} | -3 \leq x \leq 3\}$ 用列举法表示, 正确的是 ()
 A. $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 B. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 C. $\{0, 1, 2, 3\}$
 D. $\{1, 2, 3\}$
- (★) 设集合 $A = \{x | 2x + 1 > 0, \text{且 } x \in \mathbb{N}\}$, 则下列结

论: ① $\sqrt{2} \in A$; ② $\pi \in A$; ③ $-1 \notin A$; ④ $0 \in A$ 中, 正确的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

- (★) 设 a, b, c 为非零实数, 则 $x = \frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{c}{|c|} + \frac{|abc|}{abc}$ 的所有值组成的集合为 ()

- A. $\{4, -4\}$ B. $\{0\}$
 C. $\{-4\}$ D. $\{0, -4, 4\}$

- (★) 已知集合 $M = \left\{a \left| a \in \mathbb{Z}, \text{且 } \frac{6}{5-a} \in \mathbb{N}^* \right.\right\}$, 则 M 是 ()
 A. $\{-1, 2, 3, 4\}$ B. $\{2, 3, 7, 8\}$

四度空间 之学习方略

尖子生的十大秘诀(一)

- 以学习为先 在他们心目中, 学习是正事, 正事理应先于娱乐.
- 随处学习 每天挤跑途中记忆词语, 在盥洗池旁贴一张词汇表, 每天刷牙时熟记一个生词; 无论怎样各具特色, 有一点他们是一致的: 保证学习时间, 坚持不懈.
- 讲究条理 把常用的与学习有关的東西都放在伸手可及的位置, 将重要的学习用品和资料用一个纸箱或抽屉装好, 避免用时东翻西找.

C. $\{2, 3\}$ D. $\{-1, 2, 3, 6, 7, 8\}$

6. (★) 已知集合 $S = \{a, b, c\}$ 中的三个元素可构成 $\triangle ABC$ 的三条边长, 那么 $\triangle ABC$ 一定不是 ()

A. 锐角三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 等腰三角形

二、非选择题

7. (★) 使 $\frac{1}{x^2-5x+6}$ 有意义的实数 x 的集合为 _____.

8. (★★) 下面三个集合: ① $\{x | y = x^2 - 2\}$; ② $\{y | y = x^2 - 2\}$; ③ $\{(x, y) | y = x^2 - 2\}$.

(1) 它们是不是相同的集合?

(2) 试用文字语言叙述它们.

9. (★★) 用适当方法表示下列集合:

(1) 方程组 $\begin{cases} x+y=2, \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ 的解集;

(2) 100 以内被 3 除余 1 的正整数;

(3) 到两坐标轴距离相等的点的集合;

(4) 所有的正方形.

10. (★★) 已知 $1 \in \{x | x^2 - 2x + a = 0\}$, 求集合 $A = \{x | x^2 - ax - 2 = 0\}$ 中所有元素之和.

11. (★★★) 已知集合 $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$, 若 $1 \in A$, 求实数 a 的值.

12. (★★★) 含有三个实数的集合可表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 也可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 求 $a^{2005} + b^{2006}$.

1.1.2 集合间的基本关系



课前提读

KE QIAN DAO DU

会当凌绝顶, 一览众山小

●● 学习目标 ●●

课标解读

1. 理解集合之间包含与相等的含义, 能识别给定集合的子集.

2. 在具体情境中, 了解空集的含义.

重难点解读

重点: 理解子集、真子集、两集合相等及空集的概念, 要注意 $A \subseteq B$ 与 $A \subset B$ 的区别.

难点: 对子集、真子集概念的理解及应用, 以及对空集的理解.

●● 预习扫描 ●●

1. “ A 是 B 的子集”的含义是 _____.

2. A 是 B 的真子集是指 _____, 记作 _____.

3. “集合 $A=B$ ”的含义是 _____.

4. “空集”是 _____ 集合, 记为 _____, 并规定 _____ 是任何非空集合的 _____.

四度空间

之学习方略

尖子生的十大秘诀(二)

4. 学会阅读 学会快速阅读, 提高单位阅读量, 学会读一本书的目录、图解和插图, 为提前了解本书内容, 获取更有效的信息; 当积极的读者, 不断的提问, 直到弄懂字里行间的全部信息为止.

5. 合理安排 再晚也勉励自己当天完成作业.

6. 善做笔记 强调记笔记的功夫, 尖子生往往一边听课一边记重点, 有的在笔记本中间划一道线, 半边摘录课文概要, 另半边记下老师补充的东西.

5. 符号“ $\in$ ”是表示_____之间的关系,符号“ $\subseteq$ ”是表示_____之间的关系.

问题探究

问题 1 “截止到 2005 年 1 月,在 2004 年 12 月发生的印度洋海啸中遇难人数达到了数十万人,其中印尼超过了 8 万人”.在这一事件中,遇难者构成了一个集合,其中印尼的遇难者也构成一个集合,那么这两个集合之间有什么关系呢?如何表示呢?

问题 2 联合国安全理事会(简称安理会)是联合国的六大主要机构之一.根据联合国宪章的宗旨及原则,安理会负有维持国际和平与安全责任,是唯一有权采取行动的联合国机构.安理会由 5 个常任理事国和 10 个非常任理事国组成.非常任理事国任期 2 年,经选举每年更换 5 个,不能连选连任.

问:若安理会常任理事国组成的集合记作 A ,而 2006 年度的安理会理事国组成的集合记作 B ,则集合 A 与 B 之间有怎样的关系?

课堂设计 KE TANG SHE JI

相马须相骨,探水须探源

知识探究

探究 1 判断集合间的关系

【案例 1】 判断下列各式是否正确.

- (1) $\sqrt{2} \subseteq \{x | x \leq 2\}$;
- (2) $\sqrt{2} \in \{x | x \leq 2\}$;
- (3) $\{\sqrt{2}\} \subseteq \{x | x \leq 2\}$;
- (4) $\emptyset \in \{x | x \leq 2\}$;
- (5) $\emptyset \subseteq \{x | x \leq 2\}$;
- (6) $\{a, b, c, d\} \subseteq \{e, f, b, d, g\}$.

提示:要注意元素与集合之间、集合与集合之间关系符号的不同,绝对不能混淆.

【变式 1】 以下各组中两个对象是什么关系,用适当的符号表示出来.

- (1) 0 与 $\{0\}$;
- (2) 0 与 $\emptyset$;
- (3) $\emptyset$ 与 $\{0\}$;
- (4) $\{0, 1\}$ 与 $\{1, 0\}$;
- (5) $\{(b, a)\}$ 与 $\{(a, b)\}$.

探究 2 子集关系的应用

【案例 2】 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$,若 $B \subseteq A$,求实数 a 所构成的集合 M ,并写出 M 的所有子集.

提示:先把集合 A 进一步明确化,再据 $B \subseteq A$,求 a ,注意 $B = \emptyset$ 这种情况,防止疏漏.

尖子生的十大秘诀(三)

7. 书写整洁.
8. 及时提问.
9. 学习互助 学生经常一起讨论家庭作业中的难题,使用不同的解题方法并相互交流心得.
10. 自我调查 记笔记时,对自认为可能会考的知识点格外注意,课下根据这些知识点自编模拟題,并在考试前夕做出书面答案,如果哪里答的不圆满,就回过头来再复习.



【变式2】 若 $\{x|2x-a=0\} \subseteq \{x|-1 < x < 3\}$, 求 a 的取值范围.

探究3 集合相等关系的应用

【案例3】 已知三元素集合 $A = \{x, xy, x-y\}$, $B = \{0, |x|, y\}$, 且 $A=B$, 求 x 与 y 的值.

提示: 依据“相等”的定义和集合中元素的互异性, 构造 x, y 的方程.

【变式3】 设 $A = \{x, x^2, xy\}$, $B = \{1, x, y\}$, 且 $A=B$, 求实数 x, y 的值.

探究4 元素与集合之间、集合与集合之间的关系再讨论

【案例4】 已知集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{x|x \in A\}$, $C = \{x|x \subseteq A\}$, 试判断 A, B, C 之间的关系.

提示: 从对元素与集合、集合与集合之间的 $\in, \subseteq$ 关系的理解着手.

【变式4】 已知 $a, x \in \mathbb{R}$, $A = \{2, 4, x^2 - 5x + 9\}$, $B = \{3, x^2 + ax + a\}$, 求使 $2 \in B, B \subseteq A$ 的 a 与 x 的值.

●● 课堂15分 ●●

- 集合 $\{a, b, c\}$ 的子集共有 ()
A. 7个 B. 8个 C. 6个 D. 5个
- 下列四个命题: ①空集没有子集; ②空集是任意一个集合的真子集; ③空集中的元素个数为零; ④任意一个集合必有两个或两个以上的子集, 其中正确的有 ()
A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个
- 下列六个关系式: ① $\{a, b\} = \{b, a\}$; ② $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$; ③ $\emptyset = \{\emptyset\}$; ④ $\{0\} = \emptyset$; ⑤ $\emptyset \subseteq \{0\}$; ⑥ $0 \in \{0\}$, 其中正确的个数是 ()
A. 6个 B. 5个
C. 4个 D. 3个及3个以下
- 已知集合 $A = \{x|x \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x|x \geq a\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 _____.
- 已知集合 A 满足 $\{a, b\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c, d\}$, 求所有满足条件的集合 A .

- 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 3x + 4 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | (x+1)(x^2 + 3x - 4) = 0\}$, $A \subseteq P \subseteq B$, 求满足条件的集合 P .

●● 课后小结 ●●

- 判断集合之间的关系, 关键是弄清集合由哪些元素组成.
- 在具体问题中特别是含有字母的问题中要注意 $\emptyset$ 的存在与否及元素互异性的讨论.

尖子生的十大秘诀(四)

除此以外, 绝大多数尖子生还有一条无密可言的“秘诀”, 那就是: 家长的影响. 他们的父母引导孩子从小热爱读书, 并提出合理标准和严格的要求, 千方百计激励孩子刻苦学习. 其教子之方用一句话概括是: 向孩子灌输责任感, 让孩子自己化责任感为行动.



一、选择题

- (★) 设 $A = \{\text{正方形}\}$, $B = \{\text{矩形}\}$, $C = \{\text{平行四边形}\}$, $D = \{\text{梯形}\}$, 则下列包含关系中不正确的是 ()
A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq C$ C. $C \subseteq D$ D. $A \subseteq C$
- (★) 下列四个集合中, 是空集的是 ()
A. $\{x | x^2 = 0\}$
B. $\{x | x - 1 < 0\}$
C. $\{(x, y) | y^2 = -x^2, x, y \in \mathbb{R}\}$
D. $\{x | x^2 - x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$
- (★) 已知 $M = \{y | y = x^2 - 2x - 1, x \in \mathbb{R}\}$, $P = \{x | -2 \leq x \leq 4\}$, 则集合 M 与 P 的关系是 ()
A. $M = P$ B. $P \subseteq M$
C. $M \subseteq P$ D. $M \supseteq P$
- (★) 设 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $a \geq 2$ B. $a \leq 1$ C. $a \geq 1$ D. $a \leq 2$
- (★) 已知 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, 则 A 与 B 的关系正确的是 ()
A. $A \subseteq B$ B. $A \supseteq B$ C. $B \subseteq A$ D. $A \in B$
- (★) 下列各集合中, 只有一个子集的集合为 ()
A. $\{x | x^2 \leq 0\}$ B. $\{x | x^2 \leq 0\}$
C. $\{x | x^2 < 0\}$ D. $\{x | x^2 < 0\}$

二、非选择题

- (★) 已知集合 $A \subseteq \{2, 3, 7\}$, 且 A 中至多有 1 个奇数, 则这样的集合共有 _____ 个.
- (★★) 集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

- (★★) 已知集合 $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, 又知非空集合 C 是这样一个集合, 其各元素都加 2 后, 就变为 A 的子集, 各元素都减 2 后, 则变为 B 的一个子集, 求集合 C .

- (★★) 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbb{R}\}$, 若 A 中元素至多有一个, 求 a 的取值范围.

- (★★★) 已知集合 $A = \{1, 3, -x\}$, $B = \{1, x + 2\}$, 是否存在实数 x , 使得集合 B 是 A 的子集? 若存在, 求出集合 A, B ; 若不存在, 请说明理由.

- (★★★) 若不等式 $|x| < 1$ 成立, 不等式 $[x - (a + 1)] \cdot [x - (a + 4)] < 0$ 也成立, 求 a 的取值范围.

学习函数应该注意什么? (一)

形如 $f(x)$ 的这样的题目, 要把握几点: 一是语言要规范, 函数本身就是个很严谨的定义, 比如定义域、值域、表示方法、最大最小值等等, 都不是任意假定的, 所以, 要注意规范. 二是要学会找函数之间的关系, 一般的题目不是简单的一个函数表达, 它是需要你从函数的描述, 有时甚至是几个函数的描述里找关系, 比如两函数 $f(x), g(x)$, 以及它们的反函数.

1.1.3 集合的基本运算



课

前

导

KE QIAN DAO DU

会当凌绝顶，一览众山小

●● 学习目标 ●●

课标解读

1. 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集。
2. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集。
3. 能用 Venn 图表示集合的关系及运算，体会图示对理解抽象概念的作用。

重难点解读

重点：交集、并集及补集概念的理解及应用，因为这些知识和方法不仅对后面的学习有直接影响，也是对前面所学知识的巩固，并且在历届高考中都会涉及到本节内容，要从定义出发，可从语言叙述、式子表达及 Venn 图去理解。

难点：交集与并集的应用及对补集的理解和应用。要从 $x \in A \cap B$ ，则 $x \in A$ ，且 $x \in B$ ； $x \in A \cup B$ ，则 $x \in A$ ，或 $x \in B$ 去理解，要理解这里的“且”、“或”两个联结词，这里的“或”是指 $x \in A$ 但 $x \notin B$ ， $x \in B$ 但 $x \notin A$ ， x 同时属于 A 和 B 这三种情况。

●● 预习扫描 ●●

1. $A \cup B =$ _____, $A \cap B =$ _____.
2. 设 U 为全集，集合 A 为 U 的子集，则 $A \cap A =$ _____, $A \cup A =$ _____, $A \cap \emptyset =$ _____, $A \cup \emptyset =$ _____, $A \cap \complement_U A =$ _____, $A \cup \complement_U A =$ _____.
3. 若 A, B 不是空集，用适当符号 ($\subseteq, \supseteq$) 填空：
 $A \cap B$ _____ A , $A \cap B$ _____ B , $A \cup B$ _____ A ,
 $A \cup B$ _____ B , $A \cap B$ _____ $A \cup B$.

4. 如图 1-1-1 所示，试用集合 A, B 表示图中 I、II、III 和 IV 四个部分所表示的集合：_____，_____，_____和_____.

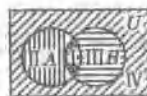


图 1-1-1

●● 问题探究 ●●

问题 1 已知一个班有 30 人，其中 5 人有兄弟，5 人有姐妹，你能判断这个班有多少人是独生子女吗？如果不能判断，你能说出还需哪些条件才能对这一问题做出判断吗？

问题 2 某校对 68 名学生去游览 A, B, C 三个公园的情况进行调查，统计结果如下：

- (1) 每个人至少去过 A, B, C 三个公园中的一个公园；
- (2) 到过 A 和 B, B 和 C, C 和 A 两个公园的人数分别为 25 人, 21 人, 19 人；
- (3) 到过 A 或 B, B 或 C, C 或 A 公园的人数分别为 60 人, 59 人, 56 人。

试问，这些学生到过 A, B, C 公园的人数各为多少人？三个公园都去过的学生有多少人？

学习函数应该注意什么？(二)

这些函数平移反转，它们之间的关系，甚至有周期函数、单调函数这些东西，你要保持清醒的头脑，不同的描述用不同的解决办法，比如周期函数，就要用周期的概念，不能用单调的概念。三是要联系图形，就是函数和图形绝对不分家。有时候，直接计算解决不了的，图形完全可以解决。比如求函数的最大值最小值，就完全可以用图形解决。这是一种技巧。

课 堂 设 计 KE TANG SHE JI

相马须相骨, 探水须探源

知识探究

探究1 交集、并集、补集的基本运算

【案例1】(1)已知 $A = \{x | x \text{ 是等腰三角形}\}$, $B = \{x | x \text{ 是直角三角形}\}$, 求 $A \cap B$;

(2)设 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | 1 < x < 3\}$, 求 $A \cup B$;

(3)已知 $U = \{\text{三角形}\}$, $A = \{\text{锐角三角形}\}$, $B = \{\text{等腰直角三角形}\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$.

提示: 搞清三角形的分类标准, 由分类标准结合补集的概念求解.

【变式1】设 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | x^2 - 4x - 5 \geq 0\}$, $B = \{x | x^2 \geq 1\}$, 求 $A \cap B$, $\complement_U (A \cup B)$.

探究2 交集、并集、补集的灵活运用

【案例2】集合 $A = \{1, 3, -x^2\}$, $B = \{1, x+2\}$, 是否存在实数 x , 使得 $B \cup (\complement_U A) = A$? 若存在, 求出集合 A 和 B ; 若不存在, 说明理由.

提示: 先找 B 与 A 的关系, 再分类讨论.

【变式2】已知集合 $A = \{x | x^2 + ax + 12b = 0\}$ 和 $B = \{x | x^2 - ax + b = 0\}$, 满足 $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$, $A \cap (\complement_U B) = \{4\}$, $U = \mathbb{R}$, 求实数 a, b 的值.

探究3 集合运算性质在实际生活中的应用

【案例3】有 54 名学生, 其中会打篮球的有 36 人, 其余的不会; 会打排球的人数比会打篮球的人数多 4 人, 其余的不会; 另外, 这两种球都不会打的人数是都会打的人数的 $\frac{1}{4}$ 还少 1. 问既会打篮球又会打排球的有多少人?

提示: 将计算既会打篮球又会打排球的实际问题转化为求交集中元素个数的问题, 借助韦恩图可很快得到解决.

【变式3】向 50 名学生调查对 A, B 两事件的态度, 有如下结果: 赞成 A 的人数是全体人数的 $\frac{3}{5}$, 其余的不赞成; 赞成 B 的人数比赞成 A 的多 3 人, 其余的不赞成; 另外, 对 A, B 都不赞成的人数比对 A, B 都赞成的人数的 $\frac{1}{3}$ 多 1 人.

问: 对 A, B 都赞成的学生和 对 A, B 都不赞成的学生各有多少人?

课堂 15 分

1. 设全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{c, d, e\}$, $N = \{a, b, e\}$, 那么集合 $\{a, b\}$ 可以表示为 ()
 A. $M \cap N$ B. $\complement_U M \cap N$
 C. $M \cap \complement_U M$ D. $\complement_U M \cap \complement_U N$
2. 设集合 $A = \{1, 5\}$, 则满足 $A \cup B = \{1, 5\}$ 的集合 B 的个数是 ()
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
3. 已知集合 $A = \{3, a\}$, $B = \{x | x^2 - 3x < 0, x \in \mathbb{Z}\}$, $A \cap B = \{1\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ()
 A. $\{1, 3, a\}$ B. $\{1, 2, 3, a\}$
 C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{1, 3\}$
4. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 为 ()
 A. $x = 3, y = -1$ B. $(3, -1)$
 C. $\{3, -1\}$ D. $\{(3, -1)\}$

四度空间

之生活数学

夜空为什么是暗的?

这是有名的奥伯斯悖论: 如果空间无限延伸, 而且形体均匀分布, 我们的任何视线都应该碰到起码一颗星球. 那么, 天空不是应该一直都是明亮的吗? 这个结论显然与事实不符.

早在 1510 年开普勒就注意到了, 直到 1823 年德国天文学家奥伯斯重提出以后才广泛引起关注. “大爆炸”理论出现以后, 宇宙的年轮不是无限的, 被认为是一个重要的原因. 从“大爆炸”开始算起, 宇宙距今有一百到两百亿年的历史, 年轻的宇宙还没有时间将光充满夜空.

5. 若 $\{3, 4, m^2 - 3m - 1\} \cap \{2m, -3\} = \{-3\}$, 则 m = _____.
6. 已知 $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 2x + p = 0\}$, 且 $A \cap \{x \in \mathbb{R} | x > 0\} = \emptyset$, 求实数 p 的取值范围.

●● 课后小结 ●●

判断集合间的关系以及求补集运算的关键是弄清集合由哪些元素所组成, 即把较为抽象的集合具体化(如用列举法表示集合)、形象化(用图示法——Venn图、数轴、图象、图形来表示). 借助图形可使问题直观准确地得到解决.



基础过关

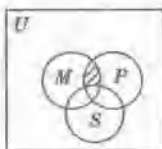


天 JI CHU GUO GUAN

欲穷千里目, 更上一层楼

一、选择题

1. (★) 满足条件 $\{0, 1\} \cup A = \{0, 1, 2\}$ 的所有集合 A 的个数为 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
2. (★) 设全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 那么 $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$ 是 ()
A. $\emptyset$ B. $\{d\}$ C. $\{a, c\}$ D. $\{b, e\}$
3. (★) 若 $A = \{y | y = x, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y | y = x^2, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
A. $\{x | x \in \mathbb{R}\}$ B. $\{y | y \geq 0\}$
C. $\{(0, 0), (1, 1)\}$ D. $\{\emptyset\}$
4. (★) 如图 1-1-2 所示, U 是全集, M, P, S 是 U 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()
A. $M \cap P \cap S$
B. $(M \cap P) \cup S$
C. $(M \cap P) \cap (\complement_U S)$
D. $(M \cap P) \cup (\complement_U S)$



5. (★) 若已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x | x = 2a, a \in A\}$, 则集合 $A \cup B =$ ()
A. $\{0, 2, 4\}$ B. $\{0, 1, 2, 4\}$
C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{0, 2\}$
6. (★) 已知集合 $P = \{0, b\}$, $Q = \{x | x^2 - 3x < 0, x \in \mathbb{Z}\}$, 若 $P \cap Q \neq \emptyset$, 则 ()
A. $b = 1$ B. $b = 2$
C. $b = 1$ 或 2 D. $b = 8$

二、非选择题

7. (★) 全集 $U = \mathbb{R}$, $f(x), g(x)$ 均为二次函数, $P = \{x | f(x) < 0\}$, $Q = \{x | g(x) \geq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 的解集可用 P, Q 表示为 _____.

8. (★★) 某中学高中一年级学生参加数学小组的有 45 人, 参加物理小组的有 37 人, 其中同时参加数学小组和物理小组的有 15 人, 数学小组和物理小组都没有参加的有 127 人, 问该校高中一年级共有多少学生?

9. (★★) 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a+3\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$.
(1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围;
(2) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

10. (★★) 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax - 2 = 0\}$, 且 $A \cup B = A$, 求实数 a 组成的集合 C .

家里来了多少客人

一妇女在河边洗碗, 共洗了 65 个碗, 有人问妇人家中来了多少客人? 妇人道: “客人们两个人用一个饭碗, 三个人同喝一碗汤, 四个人同吃一碗菜。”问: 客几人?

答案: 60 人; 由题意知一个人用 $1/2$ 饭碗, $1/3$ 汤碗, $1/4$ 菜碗, 计 $1/2 + 1/3 + 1/4 = 13/12$ (个碗), 而 $65 / (13/12) = 60$, 即有客 60 人.

11. (★★★) 已知集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 设全集为 U , 若 $B \cup \complement_U B = A$, 求 $\complement_U B$.

12. (★★★) 已知集合 $A = \{x | x^2 + px + q = 0\}$, $B = \{x | qx^2 + px + 1 = 0\}$ 同时满足条件 ① $A \cap B \neq \emptyset$; ② $A \cap (\complement_U B) = \{-2\}$ ($p, q \neq 0$), 求 p, q 的值.

1.2

函数及其表示

1.2.1 函数的概念



课 前 导 读 KE QIAN DAO DU

会当凌绝顶，一览众山小

学习目标

课标解读

通过丰富实例，体会函数是描述变量间的依赖关系的重要数学模型，在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用；了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域.

重难点解读

重点：函数概念的理解.

难点：符号 $y = f(x)$ 的理解及函数概念的应用.

预习扫描

1. 构成函数的三要素是_____.
2. 数集 $\{x | 0 < x \leq 2\}$ 用区间表示为_____, 数集 $\{x | x \leq -1\}$ 用区间表示为_____.
3. 当对应法则与定义域确定后，_____自然也确定下来.
4. 两个函数的定义域、值域、对应法则三要素中有_____个要素不相同，这两个函数就不相同.
5. $y = f(x)$ 表示 y 是 x 的函数，其中 x 是_____, f 是_____.

问题探究

问题 1 “神舟六号”载人航天飞船离地面的距离随时间的变化而变化，上网费用随着上网时间的变化而变化，近几十年来，大气层中臭氧迅速减少，出国旅游人数的日益增多，考古学家推算古生物生活的年代……这些问题的变量关系如何定量的描述和研究呢？

问题 2 在研究学生好奇心指标随年龄增长的变化规律时，通过某次实验得到的数据如图 1-2-1 所示，在这个图象中，给定 10~15 岁的每一个年龄（以岁为单位），就对应一个好奇心指标.

你能从这个图象中了解到哪些信息？

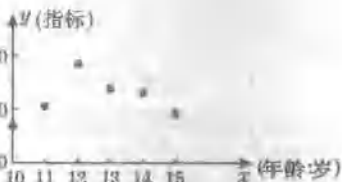


图 1-2-1

四度空间

之生活数学

生死人数

英国诗人捷尼逊写过一首诗，其中几行是这样写的：“每分钟都有一个人死亡，每分钟都有一个人诞生……”

有个数学家读后去信质疑，信上说：“尊敬的阁下，读罢大作，令人一快，但有几行不合逻辑，实难苟同。根据您的算法，每分钟生死人数相抵，地球上的人数是永恒不变的，但您也知道，事实上地球上的人口是不断地在增长。确切地说，每分钟相对地有 1.674 9 人在诞生，这与您在诗中提供的数字出入甚多。为了符合实际，如果您不反对，我建议应使用 $7/6$ 这个分数，即将诗句改为“每分钟都有一个人死亡，每分钟都有一又六分之一人在诞生……”