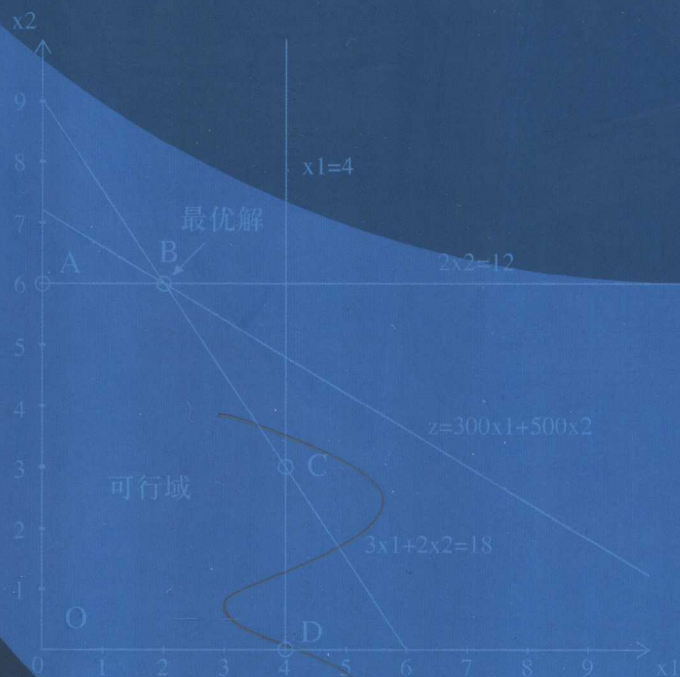


• 经济数学基础 •

实用运筹学

——上机实验指导及习题解答

叶 向 编著



022/108C

2007

• 经济数学基础 •

实用运筹学

——上机实验指导及习题解答

叶 向 编著

图书在版编目 (CIP) 数据

实用运筹学——上机实验指导及习题解答/叶向编著.

北京: 中国人民大学出版社, 2007

(经济数学基础)

ISBN 978-7-300-08642-2

I. 实…

II. 叶…

III. 运筹学-高等学校-教学参考资料

IV. O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 159861 号

经济数学基础

实用运筹学——上机实验指导及习题解答

叶向 编著

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511398 (质管部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com>(人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 北京七色印务有限公司

规 格 170 mm×228 mm 16 开本

版 次 2007 年 12 月第 1 版

印 张 21.5 插页 1

印 次 2007 年 12 月第 1 次印刷

字 数 394 000

定 价 29.00 元

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

内容简介

本书是和《实用运筹学——运用 Excel 建模和求解》(中国人民大学出版社)配合使用的参考书。本书包括两大部分的内容:上机实验指导及习题解答。上机实验指导每章包括实验目的、内容和要求等,并附有案例供上机使用。习题解答部分每章包括:(1)本章学习要求,给出了本章应该掌握的基本知识点;(2)主要内容,先以图的形式列出了本章主要内容框架,然后简要列出了本章基本概念和主要内容,突出了必须掌握或考试频率高的核心知识;(3)课后习题全解,对课后习题全部给出了详细的解答。

本书内容丰富、概念清晰、实用性强,是学习运筹学的一本好参考书。它不但可作为本科教学参考书,也可作为报考研究生以及在读研究生课程学习中的辅导教材。

前 言

运筹学是高等院校经济管理类专业和理工科部分专业的专业基础课，也是这些专业硕士研究生入学考试的一门考试科目。为了帮助广大读者更好地掌握运筹学的精髓和解题技巧，加深理解并增强处理问题的能力，我们根据中国人民大学出版社最新出版的《实用运筹学——运用 Excel 建模和求解》编写了这本配套的辅导书。

全书包括两部分的内容：上机实验指导及习题解答。

上机实验指导每章包括实验目的、内容和要求等，并附有 10 个案例供上机使用。

习题解答部分的各章按照以下方式编排。

1. 本章学习要求：给出了本章应该掌握的基本知识点。
2. 主要内容：先以图的形式列出了本章主要内容框架，然后简要列出了本章基本概念和主要内容，突出了必须掌握或考试频率高的核心知识。
3. 课后习题全解：教材中课后习题层次多，内容丰富，从各个角度体现了基本概念和主要内容的应用，因此，我们对课后习题全部给出了详细的解答。

本书沿用原教材的写法，对于习题和案例，除了建立数学模型外，还给出了电子表格的建模和求解结果。本书的编写，参照了国内外有关教材及参考文献，在此特向原著者致谢。

本书主要由叶向编写，研究生王舒、朱琳参与了两章习题解答的编写。信息学院数学系的魏二玲老师认真审阅了书稿并提出了宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。在本书的策划、编写、审稿等方面，中国人民大学出版社的编辑潘旭燕老师给予了大力支持和热情帮助，在此深表感谢。

由于编者水平有限，书中疏漏和不妥之处在所难免，敬请广大读者给予指正。

编 者

2007 年 9 月

目 录

上机实验指导	1
实验一 线性规划	1
实验二 线性规划灵敏度分析	5
实验三 线性规划的建模与应用	9
实验四 运输问题和指派问题	13
实验五 网络最优化问题	19
实验六 整数规划	23
实验七 非线性规划	26
实验八 目标规划	26
实验九 动态规划	26
第 1 章 线性规划	36
1.1 本章学习要求	36
1.2 主要内容	36
1.3 课后习题全解	38
第 2 章 线性规划灵敏度分析	52
2.1 本章学习要求	52
2.2 主要内容	52
2.3 课后习题全解	53
第 3 章 线性规划的建模与应用	69
3.1 本章学习要求	69
3.2 主要内容	69
3.3 课后习题全解	70
第 4 章 运输问题和指派问题	105
4.1 本章学习要求	105
4.2 主要内容	105
4.3 课后习题全解	108

第 5 章 网络最优化问题	138
5.1 本章学习要求	138
5.2 主要内容	138
5.3 课后习题全解	139
第 6 章 整数规划	185
6.1 本章学习要求	185
6.2 主要内容	185
6.3 课后习题全解	186
第 7 章 非线性规划	225
7.1 本章学习要求	225
7.2 主要内容	225
7.3 课后习题全解	226
第 8 章 目标规划	250
8.1 本章学习要求	250
8.2 主要内容	250
8.3 课后习题全解	252
第 9 章 动态规划	270
9.1 本章学习要求	270
9.2 主要内容	270
9.3 课后习题全解	271

上机实验指导

课程名称：运筹学/Operations Research

实验总学时数：60 学时

一、实验教学目的和要求

本实验与运筹学理论教学同步进行。

目的：充分发挥 Excel 软件这一先进的计算机工具的强大功能，改变传统的教学手段和教学方法，将软件的应用引入到课堂教学中，理论与应用相结合。丰富教学内容，提高学习兴趣。

要求：能用 Excel 软件中的规划求解功能求解运筹学中常见的数学模型。

二、实验项目名称和学时分配

实验项目	实验名称	学时分配	周次
一	线性规划	4	1 周
二	线性规划灵敏度分析	4	1 周
三	线性规划的建模与应用	8	2 周
四	运输问题和指派问题	10	2.5 周
五	网络最优化问题	10	2.5 周
六	整数规划	8	2 周
七	非线性规划	4	1 周
八	目标规划	4	1 周
九	动态规划	8	2 周
合计		60	15 周

三、单项实验的内容和要求

实验一 线性规划

(一) 实验目的：安装 Excel 软件“规划求解”加载宏，用 Excel 软件求解线性规划问题。

(二) 内容和要求：安装并启动软件，建立新问题，输入模型，求解模型，

对结果进行简单分析。

(三) 实例操作：求解教材第 1 章习题中的第 1 题（或其他例题、习题、案例等）。

(1) 建立电子表格模型：输入数据、给单元格命名、输入公式等；

(2) 使用 Excel 软件中的规划求解功能求解模型；

(3) 结果分析：如五种家具各生产多少？总利润是多少？哪些工序的时间有剩余，并对结果提出你的看法；

(4) 在 Excel 或 Word 文档中书写实验报告，包括线性规划模型、电子表格模型和结果分析等。

案例 1 生产计划优化研究

某柴油机厂年度产品生产计划的优化研究。某柴油机厂是我国生产中小功率柴油机的重点骨干企业之一。主要产品有 2105 柴油机、x2105 柴油机、x4105 柴油机、x4110 柴油机、x6105 柴油机、x6110 柴油机，产品市场占有率大，覆盖面广。柴油机生产过程主要分成三大类：热处理、机加工、总装。与产品生产有关的主要因素有单位产品的产值、生产能力、原材料供应量及生产需求情况等。

每种产品的单位产值如表 C—1 所示。

表 C—1 各种产品的单位产值

序号	产品型号及名称	单位产值 (元)
1	2105 柴油机	5 400
2	x2105 柴油机	6 500
3	x4105 柴油机	12 000
4	x4110 柴油机	14 000
5	x6105 柴油机	18 500
6	x6110 柴油机	20 000

为简化问题，根据一定时期的产量与所需工时，测算了每件产品所需的热处理、机加工、总装工时，如表 C—2 所示。

表 C—2 单位产品所需工时

序号	产品型号及名称	热处理 (工时)	机加工 (工时)	总装 (工时)
1	2105 柴油机	10.58	14.58	17.08
2	x2105 柴油机	11.03	7.05	150
3	x4105 柴油机	29.11	23.96	29.37
4	x4110 柴油机	32.26	27.7	33.38
5	x6105 柴油机	37.63	29.36	55.1
6	x6110 柴油机	40.84	40.43	53.5

同时，全厂所能提供的总工时如表 C-3 所示。

表 C-3 各工序所能提供的总工时

工序名称	热处理 (工时)	机加工 (工时)	总装 (工时)
全年提供总工时	120 000	95 000	180 000

产品原材料主要是生铁、焦炭、废钢、钢材四大类资源。原材料供应最大的可能值如表 C-4 所示。

表 C-4 原材料最大供应量

原材料名称	生铁 (吨)	焦炭 (吨)	废钢 (吨)	钢材 (吨)
最大供应量	1 562	951	530	350

单位产品原材料消耗情况如表 C-5 所示。

表 C-5 单位产品原材料消耗情况

序号	产品型号及名称	生铁 (吨)	焦炭 (吨)	废钢 (吨)	钢材 (吨)
1	2105 柴油机	0.18	0.11	0.06	0.04
2	x2105 柴油机	0.19	0.12	0.06	0.04
3	x4105 柴油机	0.35	0.22	0.12	0.08
4	x4110 柴油机	0.36	0.23	0.13	0.09
5	x6105 柴油机	0.54	0.33	0.18	0.12
6	x6110 柴油机	0.55	0.34	0.19	0.13

依照历年销售情况、权威部门的市场预测及企业近期进行的生产调查结果，可以分别预测出各种型号柴油机今年的市场需求量，如表 C-6 所示。

表 C-6 各种型号柴油机今年的市场需求量

序号	产品型号及名称	生产能力 (台)	市场需求量 (台)
1	2105 柴油机	8 000	8 000
2	x2105 柴油机	2 000	1 500
3	x4105 柴油机	4 000	4 000
4	x4110 柴油机	2 000	1 000
5	x6105 柴油机	3 000	3 000
6	x6110 柴油机	3 000	2 000

根据以上资料，请制定较为科学的产品生产计划。

(1) 使总产值最大的产品生产计划是什么？共生产几种柴油机？哪些工序的工时有节余，节余多少？哪些资源有节余，节余多少？如果想提高产品产量，应该提高哪些工序的生产能力，增加哪些原材料的采购量？

(2) 假如总装的生产能力从原有的 180 000 工时提高到 320 000 工时, 其他条件不变, 此时, 总产值提高了多少? 产品生产计划是什么?

(3) 如果钢材的最大供应量从原有的 350 吨提高到 400 吨, 其他条件不变, 此时, 总产值提高了多少? 产品生产计划是什么?

(4) 为了适应市场要求, 同时不浪费设备, 如果要求每年 6 种产品都必须生产, 则通过生产调查后确定产品 2105 柴油机、x4105 柴油机和 x6110 柴油机的产量下限分别为 600 台、500 台和 200 台, 其他条件不变, 此时, 总产值是多少? 产品生产计划是什么?

解

这是一个生产计划问题。假设 6 种产品产量分别为 $x_i (i=1, 2, \dots, 6)$ (台), 则总产值最大的目标函数为:

$$\text{Max } z = 5\,400x_1 + 6\,500x_2 + 12\,000x_3 + 14\,000x_4 + 18\,500x_5 + 20\,000x_6。$$

约束条件有工时约束、原材料约束、市场需求量约束和非负约束等。

线性规划模型如下:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 5\,400x_1 + 6\,500x_2 + 12\,000x_3 + 14\,000x_4 + 18\,500x_5 + 20\,000x_6 \\ \text{s. t. } \begin{cases} 10.58x_1 + 11.03x_2 + 29.11x_3 + 32.26x_4 + 37.63x_5 + 40.84x_6 \leq 120\,000 \\ 14.58x_1 + 7.05x_2 + 23.96x_3 + 27.7x_4 + 29.36x_5 + 40.43x_6 \leq 95\,000 \\ 17.08x_1 + 150x_2 + 29.37x_3 + 33.38x_4 + 55.1x_5 + 53.5x_6 \leq 180\,000 \\ 0.18x_1 + 0.19x_2 + 0.35x_3 + 0.36x_4 + 0.54x_5 + 0.55x_6 \leq 1\,562 \\ 0.11x_1 + 0.12x_2 + 0.22x_3 + 0.23x_4 + 0.33x_5 + 0.34x_6 \leq 951 \\ 0.06x_1 + 0.06x_2 + 0.12x_3 + 0.13x_4 + 0.18x_5 + 0.19x_6 \leq 530 \\ 0.04x_1 + 0.04x_2 + 0.08x_3 + 0.09x_4 + 0.12x_5 + 0.13x_6 \leq 350 \\ x_1 \leq 8\,000, x_2 \leq 1\,500, x_3 \leq 4\,000 \\ x_4 \leq 1\,000, x_5 \leq 3\,000, x_6 \leq 2\,000 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

建立问题的电子表格模型并求解。结果为:

(1) 使总产值最大的产品生产计划是: 全年生产 x2105 柴油机 207 台、x4110 柴油机 1 000 台、x6105 柴油机 2 098 台, 其余 3 种产品不生产, 这样可使全年总产值达到 5 415.23 万元 (54 152 304 元)。

热处理工时节余 6 521 工时, 机加工节余 4 253 工时, 总装工时全部用完没有节余。从原材料消耗来看, 各种原材料使用较为均匀, 生铁节余 30 吨, 焦炭节余 4 吨, 废钢节余 10 吨, 钢材全部用完没有节余。

如果想提高产品产量，一方面可以提高总装工序的生产能力，另一方面也可适当增加钢材的采购，使原材料配置更趋于优化。

(2) 假如总装的生产能力从原有的 180 000 工时提高到 320 000 工时，其他条件不变，此时，总产值可从原有的 5 415.23 万元 (54 152 304 元) 提高到 5 449.66 万元 (54 496 593 元)，提高了 34.43 万元 (344 289 元)。从数据可知，尽管总装的生产能力有较大提高，但总产值提高不大，说明该种改进方法不合算。

产品生产计划为：全年生产 x2105 柴油机 1 289 台、x4110 柴油机 1 000 台、x6105 柴油机 1 310 台、x6110 柴油机 394 台，其余 2 种产品不生产。

(3) 如果钢材的最大供应量从原有的 350 吨提高到 400 吨，其他条件不变，此时，总产值可从原有的 5 415.23 万元 (54 152 304 元) 提高到 5 473.33 万元 (54 733 338 元)，提高了 58.1 万元 (581 034 元)。

产品生产计划为：全年生产 x2105 柴油机 212 台、x4110 柴油机 1 000 台、x6105 柴油机 1 711 台、x6110 柴油机 385 台，其余 2 种产品不生产。

(4) 为了适应市场要求，同时不浪费设备，如果要求每年 6 种产品都必须生产，则通过生产调查后确定产品 2105 柴油机、x4105 柴油机和 x6110 柴油机的产量下限分别为 600 台、500 台和 200 台，其他条件不变，此时，最大总产值为 5 345.02 万元 (53 450 193 元)。

产品生产计划为：全年生产 2105 柴油机 600 台、x2105 柴油机 224 台、x4105 柴油机 500 台、x4110 柴油机 566 台、x6105 柴油机 1 666 台、x6110 柴油机 200 台。

实验二 线性规划灵敏度分析

(一) 实验目的：掌握使用 Excel 软件进行灵敏度分析的操作方法。

(二) 内容和要求：用 Excel 软件完成教材第 2 章习题中的第 4 题 (或其他例题、习题、案例等)。

(三) 操作步骤：

(1) 建立电子表格模型；

(2) 使用 Excel 规划求解功能求解问题并生成“敏感性报告”；

(3) 结果分析：哪些问题可以直接利用“敏感性报告”中的信息求解，哪些问题需要重新规划求解，并对结果提出你的看法；

(4) 在 Excel 或 Word 文档中书写实验报告，包括线性规划模型、电子表格模型、敏感性报告内容和结果分析等。

案例 2 经理会议建议的分析

某公司生产三种产品 A1、A2、A3，它们在 B1、B2 两种设备上加工，并耗用 C1、C2 两种原材料，已知生产单位产品耗用的工时和原材料以及设备和原材料的每天最多可使用量如表 C-7 所示。

表 C-7 生产三种产品的有关数据

资源	产品 A1	产品 A2	产品 A3	每天最多可使用量
设备 B1 (min)	1	2	1	430
设备 B2 (min)	3	0	2	460
原料 C1 (kg)	1	4	0	420
原料 C2 (kg)	1	1	1	300
每件利润 (元)	30	20	50	

已知每天对产品 A2 的需求不低于 70 件，对 A3 不超过 240 件。经理会议讨论如何增加公司收入，提出了以下建议：

(a) 产品 A3 提价，使每件利润增至 60 元，但市场销量将下降为每天不超过 210 件；

(b) 原材料 C2 是限制产量增加的因素之一，如果通过别的供应商提供补充，每千克价格将比原供应商高 20 元；

(c) 设备 B1 和 B2 每天可各增加 40min 的使用时间，但需相应支付额外费用各 350 元；

(d) 产品 A2 的需求增加到每天 100 件；

(e) 产品 A1 在设备 B2 上的加工时间可缩短到每件 2min，但每天需额外支出 40 元。

分别讨论上述各条建议的可行性，哪些可直接利用“敏感性报告”中的信息，哪些需要重新规划求解？

解

假设三种产品 A1、A2、A3 每天产量为 x_1 ， x_2 ， x_3 件，则原问题的线性规划模型为：

$$\text{Max } z = 30x_1 + 20x_2 + 50x_3$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 430 \\ 3x_1 + 2x_3 \leq 460 \\ x_1 + 4x_2 \leq 420 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 300 \\ x_2 \geq 70, x_3 \leq 240 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

原问题的电子表格模型如图 C-1 所示。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	案例2							
2								
3			产品A1	产品A2	产品A3			
4		每件利润	30	20	50			
5								
6			单位产品耗用的工时和原材料			实际使用		可使用量
7		设备B1	1	2	1	370	<=	430
8		设备B2	3	0	2	460	<=	460
9		原料C1	1	4	0	280	<=	420
10		原料C2	1	1	1	300	<=	300
11								
12			产品A1	产品A2	产品A3			总利润
13		每天产量	0	70	230			12 900
14								
15		产品A2产量	70	>=	70			
16		产品A3产量	230	<=	240			

规划求解参数

设置目标单元格 (E):

等于: ☒ 最大值 (M) ☐ 最小值 (M)

可变单元格 (E):

约束 (U):

产品A2产量 >= 产品A2需求量
产品A3产量 <= 产品A3市场销量
实际使用 <= 可使用量

区域名称	单元格
产品A2产量	C15
产品A2需求量	E15
产品A3产量	C16
产品A3市场销量	E16
可使用量	H7:H10
每件利润	C4:E4
每天产量	C13:E13
实际使用	F7:F10
总利润	H13

规划求解选项

☒ 采用线性模型 (M)

☒ 假定非负 (G)

	B	C
15	产品A2产量	=D13
16	产品A3产量	=E13

	H
12	总利润
13	=SUMPRODUCT(每件利润, 每天产量)

	F
6	实际使用
7	=SUMPRODUCT(C7:E7, 每天产量)
8	=SUMPRODUCT(C8:E8, 每天产量)
9	=SUMPRODUCT(C9:E9, 每天产量)
10	=SUMPRODUCT(C10:E10, 每天产量)

图 C-1 案例 2 的电子表格模型

Excel 的求解结果为: 产品 A1 不生产、产品 A2 每天生产 70 件、产品 A3 每天生产 230 件, 此时每天总利润最大, 为 12 900 元。

生成的“敏感性报告”如表 C-8 所示。

需要注意的是: 决策变量的初值为空和有数据时, 生成的“敏感性报告”有所不同, 表 C-8 是决策变量的初值为空时生成的“敏感性报告”。

表 C—8

案例 2 的敏感性报告

可变单元格

单元格	名字	终值	递减成本	目标式系数	允许的增量	允许的减量
\$C\$13	每天产量 产品 A1	0	-20	30	20	1E+30
\$D\$13	每天产量 产品 A2	70	0	20	30	20
\$E\$13	每天产量 产品 A3	230	0	50	1E+30	20

约束

单元格	名字	终值	影子价格	约束限制值	允许的增量	允许的减量
\$F\$7	设备 B1 实际使用	370	0	430	1E+30	60
\$F\$8	设备 B2 实际使用	460	0	460	1E+30	0
\$F\$9	原料 C1 实际使用	280	0	420	1E+30	140
\$F\$10	原料 C2 实际使用	300	50	300	0	230
\$C\$15	产品 A2 产量	70	-30	70	35	0
\$C\$16	产品 A3 产量	230	0	240	1E+30	10

(a) 由于产品 A3 的产量为 230 件, 大于提价后的市场销量 210 件, 所以不可直接利用“敏感性报告”中的信息, 需要重新规划求解。重新求解结果: 产品 A1 每天生产 $13\frac{1}{3}$ 件、产品 A2 每天生产 $76\frac{2}{3}$ 件、产品 A3 每天生产 210 件, 此时每天总利润最大, 为 14 533 元, 因此可采用这条建议。

(b) 可直接利用“敏感性报告”中的信息, 原材料 C2 的影子价格为 50, 但其允许的增量为 0; 因此, 通过别的供应商提供补充原材料 C2 的可使用量, 不能增加公司收入, 因此不要采用这条建议。

(c) 可直接利用“敏感性报告”中的信息, 但设备 B1 和 B2 的影子价格都为 0, 所以每天增加 40min 的使用时间, 对利润没有贡献 (不能增加公司收入), 因此不要采用这条建议。

(d) 可直接利用“敏感性报告”中的信息, 但产品 A2 产量的影子价格为 -30, 允许的增量为 35, 所以总利润变化量为 $(100-70) * (-30) = -900$, 因此, 产品 A2 的需求增加到每天 100 件, 不能增加公司收入 (反而减少), 因此不要采用这条建议。

(e) 对于工艺系数的改变, “敏感性报告”中没有相关的信息, 所以不可直接利用“敏感性报告”中的信息, 需要重新规划求解。重新求解结果不变, 还是

产品 A1 不生产、产品 A2 每天生产 70 件、产品 A3 每天生产 230 件，每天总利润为 12 900 元，不能增加公司收入，因此不要采用这条建议。

因此，能采纳的建议只有 (a)。

实验三 线性规划的建模与应用

(一) 实验目的：使用 Excel 软件求解各种线性规划问题。

(二) 内容和要求：求解教材第 3 章习题中的第 4、11、13 题（或其他例题、习题、案例等）。

(三) 操作步骤：

(1) 建立电子表格模型；

(2) 使用 Excel 规划求解功能求解问题；

(3) 结果分析；

(4) 在 Excel 或 Word 文档中书写实验报告，包括线性规划模型、电子表格模型和结果分析等。

案例 3 配料问题

某饲料公司生产鸡混合饲料，每千克饲料所需营养质量要求如表 C-9 所示。

表 C-9 每千克饲料所需营养质量要求

营养成分	肉用种鸡国家标准	肉用种鸡公司标准	产蛋鸡标准
代谢能	2.7~2.8Mcal/kg	≥ 2.7 Mcal/kg	≥ 2.65 Mcal/kg
粗蛋白	135~145g/kg	135~145g/kg	≥ 151 g/kg
粗纤维	≤ 50 g/kg	≤ 45 g/kg	≤ 25 g/kg
赖氨酸	≥ 5.6 g/kg	≥ 5.6 g/kg	≥ 6.8 g/kg
蛋氨酸	≥ 2.5 g/kg	≥ 2.6 g/kg	≥ 6 g/kg
钙	23~40g/kg	≥ 30 g/kg	≥ 33 g/kg
有机磷	4.6~6.5g/kg	≥ 5 g/kg	≥ 3 g/kg
食盐	3.7g/kg	3.7g/kg	3g/kg

公司计划使用的原料有玉米、小麦、麦麸、米糠、豆饼、菜籽饼、鱼粉、槐叶粉、DL-蛋氨酸、骨粉、碳酸钙和食盐等 12 种。各原料的营养成分含量及价格见表 C-10。

表 C-10

原料的营养成分含量及价格

序号	原料	单价 元/kg	代谢能 Mcal/kg	粗蛋白 g/kg	粗纤维 g/kg	赖氨酸 g/kg	蛋氨酸 g/kg	钙 g/kg	有机磷 g/kg	食盐 g/kg
1	玉米	0.68	3.35	78	16	2.3	1.2	0.7	0.3	
2	小麦	0.72	3.08	114	22	3.4	1.7	0.6	0.34	
3	麦麸	0.23	1.78	142	95	6.0	2.3	0.3	10	
4	米糠	0.22	2.10	117	72	6.5	2.7	1.0	13	
5	豆饼	0.37	2.40	402	49	24.1	5.1	3.2	5	
6	菜籽饼	0.32	1.62	360	113	8.1	7.1	5.3	8.4	
7	鱼粉	1.54	2.80	450		29.1	11.8	63	27	
8	槐叶粉	0.38	1.61	170	108	10.6	2.2	4	4	
9	DL-蛋氨酸	23					980			
10	骨粉	0.56						300	140	
11	碳酸钙	1.12						400		
12	食盐	0.42								1 000

公司根据原料来源,还要求 1 吨混合饲料中原料含量为:玉米不低于 400kg、小麦不低于 100kg、麦麸不低于 100kg、米糠不超过 150kg、豆饼不超过 100kg、菜籽饼不低于 30kg、鱼粉不低于 50kg、槐叶粉不低于 30kg, DL-蛋氨酸、骨粉、碳酸钙适量。

(1) 按照肉用种鸡公司标准,求 1kg 混合饲料中每种原料各配多少,成本最低,建立数学模型并求解。

(2) 按照肉用种鸡国家标准,求 1kg 混合饲料中每种原料各配多少,成本最低。

(3) 公司采购了一批花生饼,单价是 0.6 元/kg,代谢能有有机磷的含量分别为 2.4, 38, 120, 0, 0.92, 0.15, 0.17, 求肉用种鸡成本最低的配料方案。

(4) 求产蛋鸡的最优饲料配方方案。

(5) 公司考虑到未来鱼粉、骨粉和碳酸钙将要涨价,米糠将要降价,价格变化率都是原价的 $r\%$, 试对两种产品配方方案进行灵敏度分析。

说明:以上 5 个问题独立求解和分析,如在问题(3)中只加花生饼,其他方案则不加花生饼。

解

(1) 假设 1kg 混合饲料中 12 种原料各配 x_i ($i=1, 2, \dots, 12$) kg, 则按照