

信号与系统分析

学习指导

赵录怀 高金峰 刘崇新



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

TN911.6

114C

2007

信号与系统分析

学习指导

赵录怀 高金峰 刘崇新



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

· 西 安 ·

内容简介

本书是作为与《信号与系统分析》(高等教育出版社,赵录怀等编)相配套的学习指导书,共7章:信号与系统的基本概念、线性时不变系统的时域分析、拉普拉斯变换、z变换、连续时间信号与系统的傅里叶分析、离散时间信号与系统的傅里叶分析、模拟与数字滤波器。每章对一些重要的公式、性质进行了小结,对一些重点和难点内容作了进一步解释,对原教材中的习题给出了求解的主要过程。

图书在版编目(CIP)数据

《信号与系统分析》学习指导/赵录怀,高金峰,刘崇新编著. —西安:西安交通大学出版社,2007.4
ISBN 978-7-5605-2336-1

I. 信… II. ①赵… ②高… ③刘… III. ①信号分析-高等学校-教学参考资料 ②信号系统-系统分析-高等学校-教学参考资料 IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第141401号

书 名:信号与系统分析学习指导
编 者:赵录怀 高金峰 刘崇新
出版发行:西安交通大学出版社
地 址:西安市兴庆南路10号(邮编:710049)
电 话:(029)82668357 82667874(发行部)
(029)82668315 82669096(总编办)
印 刷:陕西彩云印务有限公司
字 数:184千字
开 本:880mm×1230mm 1/32
印 张:5
版 次:2007年4月第1版 2007年4月第1次印刷
书 号:ISBN 978-7-5605-2336-1/TN·93
定 价:9.00元

版权所有 侵权必究

前 言

“信号与系统”是电类各专业本科生必修的一门重要专业基础课，其理论和方法在工程中有着广泛的应用，是从事现代电子技术应用和信号处理工作所必须具备的基础。该课程理论性较强，概念较为抽象，用到的数学知识、需要记忆的公式和性质较多。为帮助读者更好地掌握该课程的知识要点，更扎实地学好课程，编写了这本学习指导书。

本指导书是《信号与系统分析》(赵录怀等编，高等教育出版社)的配套教材。为了节省篇幅，避免与课本教材内容不必要的重复，对简单且便于掌握的内容没有进行介绍。对各章中的一些重点、难点内容，进行了必要的解释或总结。书中采用表格的形式列出了一些重要的公式和变换法的性质，以便读者学习时查阅。为了使读者能通过细做习题巩固所学知识，书中只给出了配套教材中习题的主要解题过程，而省去了一些文字解释和中间过程。

本书分章与《信号与系统分析》一致，赵录怀编写第一、二、七章，高峰编写第五、六章，刘崇新编写第三、四章。

限于作者水平，书中定有错误和不足之出，恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第1章 信号与系统的基本概念	(1)
1 信号的自变量变换	(1)
2 单位冲激函数	(1)
3 系统的性质	(3)
4 习题解答的主要过程	(4)
第2章 线性时不变系统的时域分析	(16)
1 单位冲激响应	(16)
2 卷积积分	(18)
3 差分方程的求解	(21)
4 序列的卷积	(23)
5 习题解答的主要过程	(24)
第3章 拉普拉斯变换	(39)
1 拉普拉斯变换	(39)
2 线性电路的复频域分析	(41)
3 系统函数	(44)
4 习题解答的主要过程	(46)
第4章 z变换	(67)
1 z 变换	(67)
2 离散时间系统的传递函数	(69)
3 习题解答的主要过程	(70)
第5章 连续时间信号与系统的傅里叶分析	(86)
1 正交信号	(86)

2	傅里叶级数	(87)
3	傅里叶变换	(88)
4	时域抽样定理	(94)
5	习题解答的主要过程	(94)
第6章 离散时间信号与系统的傅里叶分析		(121)
1	离散傅里叶级数	(121)
2	离散时间傅里叶变换	(122)
3	离散傅里叶变换	(124)
4	圆周卷积与线卷积计算	(126)
5	习题解答的主要过程	(126)
第7章 模拟与数字滤波器		(139)
1	模拟滤波器的频率变换	(139)
2	有源滤波器	(139)
3	数字滤波器	(140)
4	习题解答的主要过程	(141)
参考文献		(154)

第 1 章 信号与系统的基本概念

1 信号的自变量变换

若给定连续时间信号 $x(t)$, 可使用以下三种基本运算得到 $y(t) = x(-at + b)$ 的波形。

(1) 信号的移位: $y(t) = x(t - t_0)$, 当 $t_0 > 0$ 时, 把 $x(t)$ 波形向右平移 t_0 ; 当 $t_0 < 0$ 时, 把 $x(t)$ 向左平移。

(2) 信号的反转: $y(t) = x(-t)$, 将 $x(t)$ 波形以纵轴为轴线进行左右反转。

(3) 信号的尺度变换: $y(t) = x(at)$, 当 $a > 1$ 时, 以纵轴为轴线把 $x(t)$ 波形挤压 a 倍; 当 $0 < a < 1$ 时, 把 $x(t)$ 波形扩展 $1/a$ 倍。

使用以上三种基本运算可以绘制 $y(t) = x(-at + b)$ 的波形。例如, 对信号 $x(t)$ 依次进行“移位-尺度-反转”运算, 相应的信号为:

(1) 对 $x(t)$ 移位: $y_1(t) = x(t + b)$;

(2) 对 $y_1(t)$ 进行尺度运算: $y_2(t) = y_1(at) = x(at + b)$;

(3) 对 $y_2(t)$ 作反转运算: $y(t) = y_2(-t) = x(-at + b)$ 。

2 单位冲激函数

单位冲激函数用符号 $\delta(t)$ 表示, 它具有抽取普通连续函数 $x(t)$ 瞬间值的作用, 其定义式为

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t)dt = x(0)$$

$\delta(t)$ 函数具有如下特征:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1 \\ \delta(t) = 0, \quad t \neq 0 \\ \delta(t) = \infty, \quad t = 0 \end{cases}$$

若 $\int_{-\infty}^{\infty} g(t)dt = A$, $g_a(t) \equiv \frac{1}{a}g\left(\frac{t}{a}\right)$, $a > 0$, 可得

$$\lim_{a \rightarrow 0} g_a(t) = A\delta(t)$$

单位冲激函数具有如下重要性质：

$$(1) \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \epsilon(t), \quad \frac{d\epsilon(t)}{dt} = \delta(t);$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0);$$

$$(3) x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0);$$

$$(4) \delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t), \quad \delta(-t) = \delta(t), \text{ 其中 } a \text{ 为实数。}$$

例 1-1 $x(t)$ 为如图 1-1 所示的矩形脉冲，试绘制 $y_1(t) = x'(t)$ 和 $y_2(t) = y_1(2t)$ 的波形。

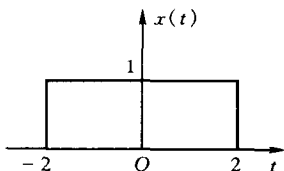


图 1-1 矩形脉冲

解：在 $-2 < t < 2$ 区间， $x(t)$ 为恒定值，则 $x'(t) = 0$ ；在 $t = -2$ 处， $x(t)$ 的跃变量为 1，则 $x'(t) = \delta(t)$ ；在 $t = 2$ 处， $x(t)$ 的跃变量为 -1，则 $x'(t) = -\delta(t)$ 。 $y_1(t)$ 的波形如图 1-2 所示。

利用 $\delta(t)$ 的尺度性质，还可得 $y_2(t)$ 的波形，如图 1-3 所示。

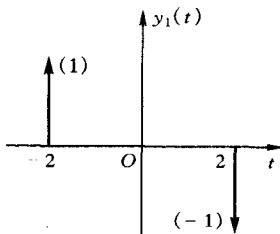


图 1-2 $y_1(t)$ 波形

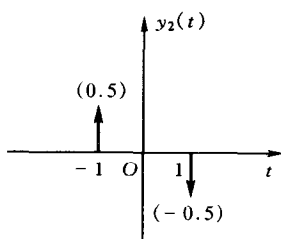


图 1-3 $y_2(t)$ 波形

如果将 $x(t)$ 表示为

$$x(t) = \epsilon(t+2) - \epsilon(t-2)$$

则

$$y_1(t) = x'(t) = \delta(t+2) - \delta(t-2)$$

$$\begin{aligned}
 y_2(t) &= y_1(2t) = \delta(2t+2) - \delta(2t-2) \\
 &= \frac{1}{2}\delta(t+1) - \frac{1}{2}\delta(t-1)
 \end{aligned}$$

例 1-2 已知 $a > 0$, 求极限 $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{\sin(t/a)}{t}$ 。

解:

$$\frac{\sin(t/a)}{t} = \frac{1}{a} \times \frac{\sin(t/a)}{t/a} = \frac{1}{a} g(t/a)$$

其中 $g(t) = \frac{\sin(t)}{t}$ 。由于

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt = \pi$$

则

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{\sin(t/a)}{t} = \pi \delta(t)$$

3 系统的性质

对连续时间系统, 输入为 $x(t)$ 时的输出 $y(t)$ 可表示为

$$y(t) = T[x(t)]$$

其中 $T[\cdot]$ 表示系统输入输出关系的运算符。由于线性系统满足叠加性, 即

$$T[a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)] = a_1 T[x_1(t)] + a_2 T[x_2(t)]$$

时不变系统满足

$$T[x(t-t_0)] = y(t-t_0)$$

因果系统在任一时刻的零状态响应只取决于该时刻及以前的激励, 而与未来的激励无关。

例 1-3 系统的输入输出方程为 $y(t) = x(-t+2)$, 判定系统的线性、时不变性和因果性。

解:

$$\begin{aligned}
 T[a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)] &= a_1 x_1(-t+2) + a_2 x_2(-t+2) \\
 &= a_1 T[x_1(t)] + a_2 T[x_2(t)]
 \end{aligned}$$

系统满足叠加关系, 故为线性系统。

$$T[x(t-t_0)] = x(-t+2-t_0)$$

由于

$$y(t-t_0) = x(-t+2+t_0)$$

则

$$T[x(t-t_0)] \neq y(t-t_0)$$

系统是时变的。

当 $t < -t+2$, 即 $t < 1$ 时, 系统的响应先于输入, 故系统具有非因果性。

4 习题解答的主要过程

1-1 求下列信号的能量或功率。

$$(1) x(t) = \begin{cases} e^{-2t}, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$(2) x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

$$(3) x(t) = \cos(2t)$$

$$(4) x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

解: (1) $W = \int_0^{\infty} (e^{-2t})^2 dt = -\frac{1}{4} e^{-4t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{4}$

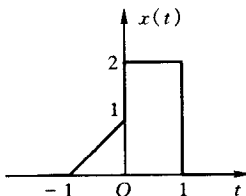
$$(2) W = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$(3) T = \pi, P = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(2t) dt = \frac{1}{2}$$

$$(4) N = 4, P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \cos^2\left(\frac{\pi}{2}n\right) = \frac{1}{2}$$

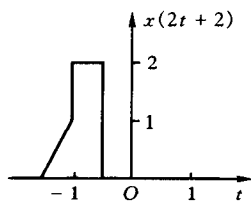
1-2 连续时间信号 $x(t)$ 如题 1-2 图所示, 试画出下列每一信号的波形。

$$(1) x(2t+2) \quad (2) x\left(-\frac{1}{2}t+1\right) \quad (3) x(-t)x\left(\frac{1}{2}t\right)$$

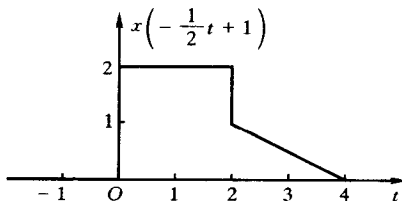


题 1-2 图

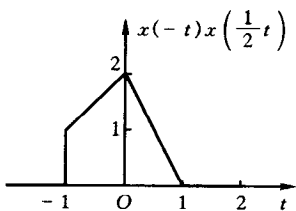
解:



题 1-2 图(1)



题 1-2 图(2)



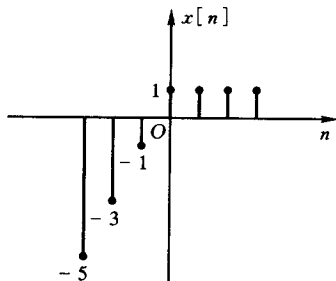
题 1-2 图(3)

1-3 给定序列

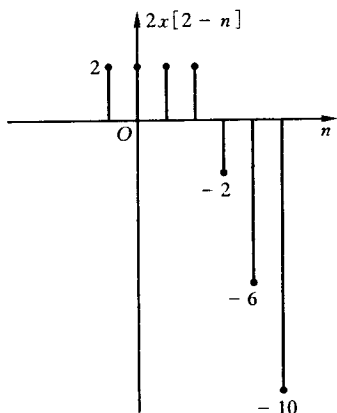
$$x[n] = \begin{cases} 2n+1, & -3 \leq n \leq -1 \\ 1, & 0 \leq n \leq 3 \\ 0, & \text{其它 } n \end{cases}$$

- (1) 画出 $x[n]$ 的波形;
- (2) 画出 $2x[2-n]$ 的波形;
- (3) 画出 $2x[2-n]x[n]$ 的波形。

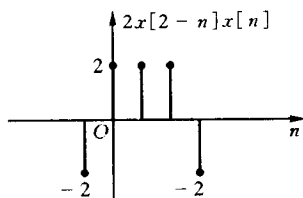
解:



题 1-3 图(1)

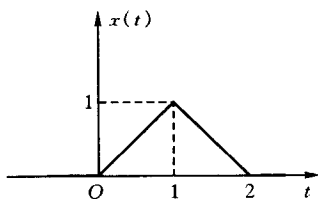


题 1-3 图(2)



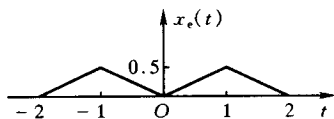
题 1-3 图(3)

1-4 确定并画出题 1-4 图所示信号的偶分量和奇分量。

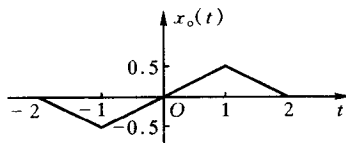


题 1-4 图

解:



题 1-4 图(1)



题 1-4 图(2)

1-5 化简以下各表达式。

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} e^t \delta(t-3) dt \quad (2) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2t}{t} \delta(t) dt$$

$$(3) \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(t+1) \delta(t-1) dt \quad (4) \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(2t) dt$$

$$(5) \frac{d}{dt}[\cos(2t)\epsilon(t)] \quad (6) \int_{-\infty}^t e^{j\tau}\epsilon(\tau) d\tau$$

解: (1) $\int_{-\infty}^{\infty} e^t \delta(t-3) dt = e^3$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2t}{t} \delta(t) dt = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{t} = 2$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(t+1)\delta(t-1) dt = \epsilon(1+1) = 1$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(2t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}x(t)\delta(t) dt = \frac{1}{2}x(0)$

(5) $\frac{d}{dt}[\cos(2t)\epsilon(t)] = -2\sin(2t)\epsilon(t) + \delta(t)$

(6) $\int_{-\infty}^t e^{j\tau}\epsilon(\tau) d\tau = \left(\int_0^t e^{j\tau} d\tau\right)\epsilon(t) = j(1-e^{jt})\epsilon(t)$

1-6 已知 $b > 0$, 求 $\lim_{b \rightarrow 0} \frac{1}{2b} e^{-\frac{|t|}{b}}$ 。

解: 令 $x(t) = \frac{1}{2} e^{-|t|}$, 则

$$\lim_{b \rightarrow 0} \frac{1}{2b} e^{-\frac{|t|}{b}} = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{1}{b} x\left(\frac{t}{b}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-|t|} dt = \int_0^{\infty} e^{-t} dt = 1$$

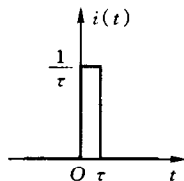
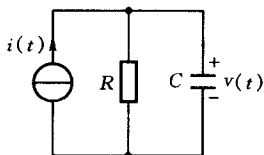
由以上结果得 $\lim_{b \rightarrow 0} \frac{1}{2b} e^{-\frac{|t|}{b}} = \delta(t)$ 。

1-7 RC 并联电路如题 1-7 图所示, 输入电流 $i(t)$ 为窄脉冲。

(1) 求 $v(t)$;

(2) 若令脉冲宽度 $\tau \rightarrow 0$, 输入变为冲激电流 $\delta(t)$, 再求响应 $v(t)$ 。

(3) 求(2)中的 $v(0_+)$, 并解释 $v(0_+) \neq v(0_-)$ 的原因。



题 1-7 图

$$\text{解: (1) } v(t) = \begin{cases} \frac{R}{\tau} (1 - e^{-\frac{t}{RC}}), & 0 \leq t \leq \tau \\ \frac{R}{\tau} (1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}) e^{-\frac{t-\tau}{RC}}, & t \geq \tau \end{cases}$$

$$(2) t \geq 0_+ \text{ 时, } v(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{R}{\tau} (1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}) e^{-\frac{t-\tau}{RC}} = \frac{1}{C} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$(3) v(0_+) = \frac{1}{C}$$

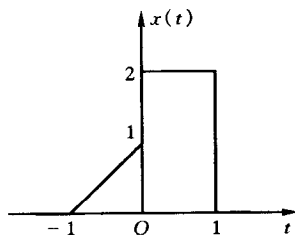
流经电容的电流含有冲激。

思考: 试求脉冲宽度 $\tau \rightarrow 0$ 时的电容电流。

1-8 信号 $x(t)$ 的波形如题 1-8 图所示。

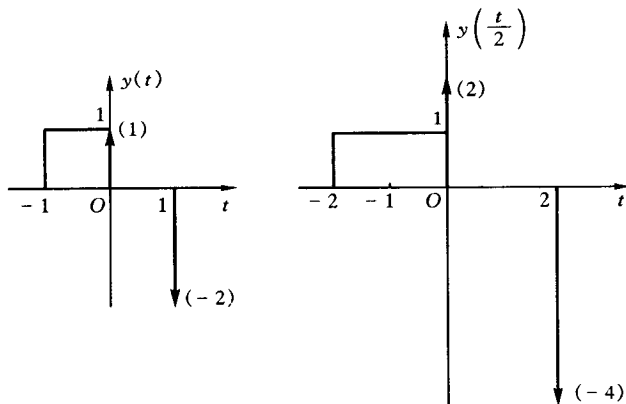
(1) 画出 $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ 的波形;

(2) 画出 $y(\frac{1}{2}t)$ 的波形。



题 1-8 图

解:



题 1-8 图(1)

题 1-8 图(2)

1-9 根据冲激函数的抽样性质证明,任一信号 $x(t)$ 可用冲激函数的加权积分表示。即

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \text{ 或 } x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)\delta(\tau)d\tau。$$

证明:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0)$$

将上式中的符号 t 换为 τ , 符号 t_0 换为 t , 有

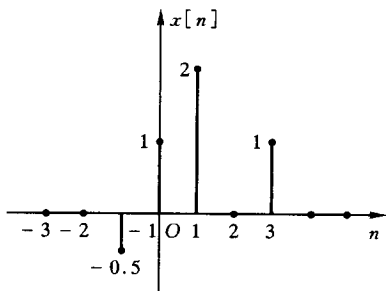
$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(\tau-t)d\tau = x(t)$$

由于 $\delta(\tau-t) = \delta(t-\tau)$, 则

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = x(t)$$

若令积分式中 $t-\tau$ 为一新的变量, 还可得 $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)\delta(\tau)d\tau。$

1-10 用单位样值序列 $\delta[n]$ 的加权和表示题 1-10 所示的序列。



题 1-10 图

解: $x[n] = -0.5\delta[n+1] + \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-3]$

1-11 判定下列信号的周期性,若是周期的,确定其周期。

(1) $x[n] = \sin(\frac{6\pi}{5}n+1)$ (2) $x[n] = e^{j\frac{1}{16}n}$

(3) $x[n] = \cos(\frac{\pi}{2}n)\cos(\frac{\pi}{4}n)$

解: (1) $\frac{6\pi/5}{2\pi} = \frac{3}{5}$, 周期 $N=5$ 。

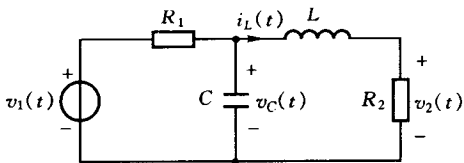
(2) $\frac{1/16}{2\pi} = \frac{1}{32\pi}$, $x[n]$ 是非周期的。

$$(3) x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right) \right]$$

$\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$ 的周期 $N_1=8$, $\cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right)$ 的周期 $N_2=8$, 故 $x[n]$ 的周期 $N=8$ 。

1-12 求题 1-12 图所示电路的 I/O 方程。设输入为 $v_1(t)$, 输出为 $v_2(t)$ 。



题 1-12 图

解：以电容电压和电感电流为变量的方程为

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{1}{R_1} [v_1(t) - v_C(t)] - i_L(t) \quad (1)$$

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = v_C(t) - R_2 i_L(t) \quad (2)$$

由式(2)得

$$v_C(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} + R_2 i_L(t) \quad (3)$$

把式(3)代入式(1)得

$$LC \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + R_2 C \frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_1(t)}{R_1} - \frac{L}{R_1} \frac{di_L(t)}{dt} - \frac{R_2}{R_1} i_L(t) - i_L(t)$$

$$LC \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \left(R_2 C + \frac{L}{R_1}\right) \frac{di_L(t)}{dt} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) i_L(t) = \frac{v_1(t)}{R_1}$$

由于 $i_L(t) = \frac{v_2(t)}{R_2}$, 则 I/O 方程为

$$LC \frac{d^2 v_2(t)}{dt^2} + \left(R_2 C + \frac{L}{R_1}\right) \frac{dv_2(t)}{dt} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_2(t) = \frac{R_2}{R_1} v_1(t)$$

或

$$\frac{d^2 v_2(t)}{dt^2} + \left(\frac{R_2}{L} + \frac{1}{R_1 C}\right) \frac{dv_2(t)}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 LC} v_2(t) = \frac{R_2}{R_1 LC} v_1(t)$$

1-13 已知系统的 I/O 方程为

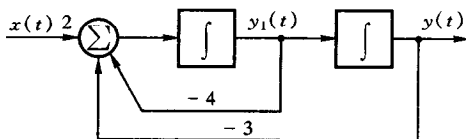
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = 2x(t)$$

若要求两个积分器的输出分别为 $y_1(t)$ 和 $\frac{dy(t)}{dt}$, 试给出系统的一种框图表示。

解: 令 $y_1(t) = \frac{dy(t)}{dt}$, 则

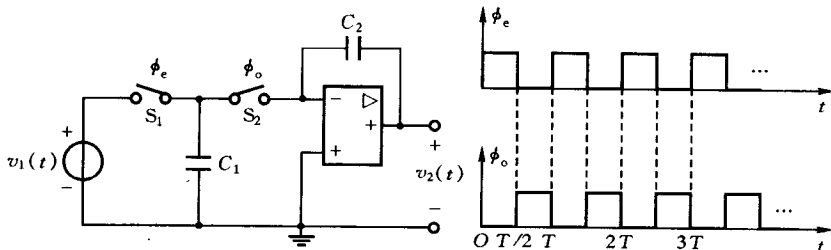
$$\frac{dy_1(t)}{dt} = -4y_1(t) - 3y(t) + 2x(t)$$

框图如题 1-13 图所示。



题 1-13 图

- 1-14 题 1-14 图为一开关电容电路, 开关用 MOS 晶体管实现, 通断状态受时钟脉冲控制, 时钟周期为 T , 当 ϕ_c 为高电平时, S_1 导通, S_2 断开, 设第 n 个时钟周期的电压用 $v^c[n]$ 表示; 当 ϕ_c 为低电平时, S_1 断开, S_2 导通, 设第 n 个时钟周期的电压用 $v^o[n]$ 表示。假定输入电压在整个时钟周期 T 中为恒定值。
- (1) 画出 S_1 导通 (S_2 断开) 及 S_1 断开 (S_2 导通) 时的两个电路;
 - (2) 运用电荷守恒定律对 (1) 中的两个电路列写方程;
 - (3) 求 $v_2[n]$ 与 $v_1[n]$ 间的 I/O 方程。



题 1-14 图

解: 在各时钟区间的电路如题 1-14 图 (1) 和 (2) 所示。