

GAODENG YUANXIAO JINGPIN
GUIHUA JIAOCAI

高等院校精品规划教材

大学物理实验

© 主编 陆佩 刘雅洁 孙红贵



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

04/335

2008

GAODENG YUANXIAO JING
GUIHUA JIAOCAI

高等院校精品规划教材

大学物理实验

图在在版图(CIP) 目索题全研图

章第 1 章 力学实验 2 章 热学实验 3 章 电磁学实验 4 章 光学实验 5 章 近代物理实验

2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷

科学出版社

◎ 主编 陆佩 刘雅洁 孙红贵

1. 大学物理实验 2. 力学实验 3. 热学实验 4. 电磁学实验 5. 光学实验 6. 近代物理实验

科学出版社

中国版本图书馆 CIP 数据核字 2007 年 10 月第 1 次印刷

科学出版社
大学物理实验

主编 陆佩 刘雅洁 孙红贵

科学出版社 北京 2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷

网址: www.sciencep.com.cn

E-mail: sales@sciencep.com.cn

各
章
行
出

第 1 章

第 2 章
第 3 章
第 4 章
第 5 章
第 6 章

科学出版社

内 容 提 要

本书是根据高等院校工科“大学物理实验课程教学基本要求”编写的。本书本着物理实验教学应该反映时代发展趋势的宗旨,结合高等院校大学物理实验室的实际情况,使实验教学体系更加切合实际,教材内容与现有设备配合更加密切,物理实验教学更富有成效。本书主要内容包括测量、误差及数据处理、仪器概述、基础实验、近代及综合实验、设计性实验,介绍了物理实验的基本方法、实验原理、数据处理的方法和实验结果正确表达的方法。

本教材可作为高等院校理工专业的基础物理教科书和参考书,也可作为相关技术人员的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/陆佩,刘雅洁,孙红贵主编. —北京:
中国水利水电出版社, 2008
高等院校精品规划教材
ISBN 978-7-5084-5201-2

I. 大… II. ①陆…②刘…③孙… III. 物理学—实验—
高等学校—教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 201585 号

书 名	高等院校精品规划教材 大学物理实验
作 者	主编 陆佩 刘雅洁 孙红贵
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)
经 售	北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京市兴怀印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本 9 印张 213 千字
版 次	2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷
印 数	0001—5000 册
定 价	18.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

物理学是研究自然界以及人类社会生产、生活中各种物理现象及其规律的一门科学，物理学建立和发展的历史充分说明了实验的重要性。物理学是一门实验科学。物理实验从原来的物理课程中分离出来，独立形成一门课程还是近10多年的事，它说明科学技术的发展使人们越来越认识到物理实验技术的重要性以及在高等院校理工专业教学中加强对学生进行物理实验训练的必要性。

本书结合物理实验课程建设的实践经验，特别是最近3年来的实践经验，是在2006年校内出版的《大学物理实验》一书的基础上修改编写而成的。

全书共分两篇。第一篇绪论阐述与本课程有关的误差估算与数据处理方法。本篇知识含量大，且学习难度高。为了便于初学者学习，在不影响科学性的前提下，对复杂的问题尽可能进行适当的简化；避免繁难的数学推导，而着重基本概念的阐述；教学上强调严密性与可行性相结合。总之，力求贯彻“少而精、学到手”的要求，使初学者能更好地入门。第二篇为物理实验部分，包括力学、电学、光学实验、近代物理实验和设计性实验。内容安排由浅入深，循序渐进。实验原理的阐述突出从提出问题到解决问题的思维过程。在初始阶段，为了便于学生学习与“模仿”，内容编写比较细致、具体，包括数据记录表格、数据处理要求、误差计算和结果表示等。在稍后的一些实验中，就逐步简化或取消上述实例，对于实验具体安排的一些细节问题，将留给学生去思考，以便发挥他们的主动性。每个实验之前都写有简短的前言，作为实验知识的扩充。每个实验之后列有思考题，供学生对实验内容进一步分析讨论和巩固提高，也可用做作业题。实验项目兼顾了高等院校各类专业的需要。

本书凝聚着嘉兴学院物理基础部和实验室全体老师长期辛勤劳动的成果。他们长期工作在实验教学第一线，积累了丰富的教学经验。参加本书编写的老师有刘文莉、戈迪、李亦宁、祁月盈、朱海滨、单永明、胡伟琴、陈碧芳、袁国祥、张建华（按实验排列先后顺序），在此表示深切的谢意。

限于编者水平，书中难免有缺点和错误，恳请读者批评指正。

编者

2007年12月

目 录

前言

第一篇 绪论

一、物理实验的意义、任务及要求	1
二、物理实验课的要求	2
三、测量	3
四、测量与误差	4
五、实验不确定度及测量结果的表示	9
六、有效数字及简算方法	14
七、数据处理方法	17
习题	23

第二篇 物理实验部分

实验一 拉伸法测弹性模量	25
实验二 扭摆法测物体的转动惯量	31
实验三 液体表面张力系数的测定	37
实验四 测定气体导热系数	41
实验五 电学元件伏安特性的测量	47
实验六 直流电桥测电阻	58
实验七 示波器的原理和使用	64
实验八 用电流场模拟静电场	75
实验九 电压补偿及电流补偿实验	80
实验十 分光计的调节和三棱镜顶角的测定	84
实验十一 光的等厚干涉——牛顿环	88
实验十二 迈克尔逊干涉仪的调整和使用	93
实验十三 光栅衍射	99
实验十四 声速测量	104
实验十五 音频信号光纤通信原理	108
实验十六 光电效应测定普朗克常数	114
实验十七 霍尔效应及其应用	121
实验十八 密立根油滴实验	128
实验十九 RC 串联电路暂态过程的研究	133
参考文献	136

第一篇 绪 论

一、物理实验的意义、任务及要求

物理学的形成与发展是以实验为基础的。物理学的研究方法通常是在观察和实验的基础上,对物理现象进行分析、抽象概括和总结,从而建立物理定律,形成物理理论,再在实验中经受检验。实验是物理学的基础,也是物理知识的源泉,加强物理实验是提高物理教学质量的先决条件。

在研究物理现象时,实验的任务不仅是观察物理现象,更重要的是找出各物理量之间的数量关系,找出它们变化的规律。任何一个物理定律的确定,都必须依据大量的实验材料。即使已经确定的物理定律,如果出现了新的实验事实和这个定律相违背,那么便需要修正原有的物理定律或物理理论,因此,物理实验是物理理论的基础,它是物理理论正确与否的试金石。

物理实验既为开拓新理论、新领域奠定基础,又是丰富和发展物理学应用的广阔天地。最近数十年来,物理学和其他学科一样发展很快,尤其是核物理、激光、电子技术和计算机等现代化科学技术的发展,更反映了物理实验技术发展的新水平。科学技术的发展越来越体现出物理实验技术的重要性,基于这方面的原因,人们逐渐感到理工科及师范院校加强对学生进行物理实验训练的重要性。理论课是进行物理实验必要的基础,在实验过程中,通过理论的运用与现象的观测分析,理论与实验相互补充,从而加深和扩大学生对物理知识的理解和掌握。

物理实验是一门独立的必修基础实验课程,是高校理工科进行科学实验训练的一门基础误差理论课程,是各专业后继实验课程的基础之一。也就是说,物理实验是大学生从事科学实验工作的入门。物理实验的主要任务如下:

(1) 学习物理实验的基础理论,包括一些典型的实验方法及其物理思想。例如,电磁学实验中的模拟法、伏安法、电桥法、补偿法以及冲击法等,有助于思维与创造能力的培养。

(2) 使学生获得必要的实验知识和操作技能,培养学生初步具有正确使用仪器进行测量、处理数据、分析结果以及编写报告等方面的能力。

(3) 培养学生严格、细致、实事求是、刻苦钻研、一丝不苟的科学态度以及爱护国家财产的良好品质;培养学生善于动脑、乐于动手、讲究科学方法、遵守操作规程、注意安全等良好习惯。

总之,实验教学是以培养学生科学实验能力与提高学生科学实验素养为重点,使学生在获取知识的自学能力、运用知识的综合分析能力、动手实践能力、设计创新能力以及严肃认真的作风、实事求是的科学态度等方面得到训练与提高。

二、物理实验课的要求

(一) 物理实验课的三个阶段

1. 实验的准备

实验前必须认真阅读教材,做好必要的预习,才能按质、按量、按时完成实验。同时,预习也是培养阅读能力的学习环节。阅读时应以实验目的为中心,了解并掌握实验原理(包括测量公式)、操作要点、数据处理及其分析方法等。做物理实验应始终在明确的理论指导下进行。预习时要尽量精心构思,写出简明的预习报告,内容包括目的、原理摘要、关键步骤、数据记录表格等。

未完成预习和预习报告者,教师有权停止其实验或成绩降档!

2. 实验的进行

实验内容包括仪器的安装与调整、观察实验现象与选择测试条件、读数与数据记录、计算与分析实验结果以及误差估算等。

进入实验室,要遵守实验室规则。实验过程中对观察到的现象和测得的数据要及时进行判断,判断其是否正常与合理。实验过程中可能会出现故障,在教师的指导下,分析故障原因,学会排除故障的本领。实验完毕,做好仪器设备的整理工作。

离开实验室前,要整理好所用的仪器,做好清洁工作,数据记录须经教师审阅签名。

3. 编写实验报告

编写实验报告是完成一个实验题目的最后程序,也是对实验进行全面总结和分析的一个过程,必须予以充分重视。通常,实验报告分为三个部分。

第一部分:实验目的和原理。

目的:说明本实验的目的。

原理:在理解的基础上,用简短的文字扼要地阐述实验原理,切忌整篇照抄,力求做到图文并茂,用图表示原理图、电路图或者光路图。写出实验所用的主要公式,说明式中各物理量的意义、单位以及公式适用条件(或实验必要条件)。

第二部分:实验记录。此部分在实验课上完成,应写内容如下:

仪器:记录实验所用主要仪器的编号和规格。记录仪器编号是一个很好的工作习惯,便于以后对实验进行复查。记录仪器规格可以使同学们逐步熟悉它,以培养选用仪器的能力。

过程:实验内容和观测现象记录。

数据:数据记录应做到整洁、清晰而有条理,便于计算与复核,达到省工省时的目的。在标题栏内要注明单位;数据不得任意涂改;确定测错而无用的数据,可在旁边注明“作废”字样,不要任意删去。

第三部分:数据处理与计算。此部分在实验后进行,包括如下内容:

计算结果与误差计算:计算时先将文字公式化简,再代入数值进行运算。误差计算要预先写出误差公式。

结果:按较准确形式写出实验结果,在必要时,注明结果的实验条件。

实验讨论及作业:对实验结果进行分析讨论(对实验中出现的说明和讨论),并写出实验心得或建议等,完成教师指定的作业题。

实验报告是实验工作的总结,是经过对实验操作和观察测量、数据分析以后的永久性的科学记录。编写实验报告有助于锻炼逻辑思维能力,把自己在实验中的思维活动变成有形的文字记录,发表自己对本次实验结果的评价和收获。实验报告可供他人借鉴,促进学术交流。因此,编写实验报告要求做到书写清晰、字迹端正、数据记录整洁、图表合适、文理通顺、内容简明扼要。

预习报告、数据记录和实验报告均用实验室编制的实验报告册!

(二) 实验室规则

为了保证实验正常进行,培养严肃认真的工作作风和良好的实验工作习惯,特制定下列规则,望同学们遵守执行:

(1) 学生应在课程表规定时间内进行实验,不得无故缺席或迟到。实验时间若要更动,须经实验室负责人同意。

(2) 学生在每次实验前对安排要做的实验应进行预习,并在预习的基础上,写出预习报告。

(3) 进入实验室后,应将预习报告放在桌上由教师检查,并回答教师的提问,经过教师检查认为合格后,才可以进行实验。

(4) 实验时应携带必要的物品,如文具、计算器和草稿纸等。对于需要作图的实验应事先准备毫米方格纸和铅笔。

(5) 进入实验室后,根据实验卡片框或仪器清单核对自己使用的仪器是否缺少或损坏。若发现问题,应向教师或实验室管理员提出。未列入清单的仪器,另向管理员借用,实验完毕后归还。

(6) 实验前应细心观察仪器构造,操作应谨慎细心,严格遵守各种仪器仪表的操作规则及注意事项。尤其是电学实验,线路接好后先经教师或实验室工作人员检查,经许可后方可接通电路,以免发生意外。

(7) 实验完毕前应将实验数据交给教师检查,实验合格者教师予以签字通过。余下时间在实验室内进行实验计算与做作业题,待下课后方可离开。实验不合格或请假缺课的学生,由指导教师登记,通知在规定时间内补做。

(8) 实验时应注意保持实验室整洁、安静。实验完毕应将仪器、桌椅恢复原状,放置整齐。

(9) 如有仪器损坏应及时报告教师或实验室工作人员,并填写损坏单,注明损坏原因。赔偿办法根据学校规定处理。

综上所述,通过实验课的教学,使学生的智能得到全面的训练和提高。各类实验的方法、技巧的训练应由易到难、循序渐进。在规范、严格要求的前提下,也要有意识地进行强化训练。随着实验课的深入进行,逐步培养学生自觉、独立地完成实验的能力,由封闭式“黑匣子”实验室,向开放型、研究型实验室过渡。

三、测量

测量是以测量出某一物理量值为目的的一系列有意识的科学实践活动。任何实验都离不开测量,在一定条件下,任何物理量都必然具有某一客观真实的数据。

在物理实验中，总要进行大量的测量工作。测量包含两个必要的过程：一是对许多物理量进行检测；二是对测量的数据进行处理。在实验前，必须对所观测的对象进行分析研究，以确定实验方法和选择具有适当精度的测量仪器。在实验后，对测得的数据加以整理、归纳，用一定的方式（列表或图解）表示出它们之间的相互关系，并对实验结果给予合理的解释，做出正确判断。

1. 测量和单位

所谓测量，就是把待测的物理量与一个被选作标准的同类物理量进行比较，确定它是标准量的多少倍。这个标准量称为该物理量的单位，这个倍数称为待测量的数值。可见，一个物理量必须由数值和单位组成，两者缺一不可。

选作比较用的标准量必须是国际公认的、唯一的和稳定不变的。各种测量仪器，如米尺、秒表、天平等，都有合乎一定标准的单位和与单位成倍数的标度。本教材采用通用的国际单位制（SI）。

按测量方法的不同，测量可分为直接测量和间接测量；按测量条件的不同，测量又分为等精度测量和不等精度测量。

2. 直接测量和间接测量

直接测量是把一个量与同类量直接进行比较以确定待测量的量值。一般基本量的测量都属于直接测量，如用米尺测量物体的长度，用天平称铜块的质量，用秒表测量单摆的周期等。仪表上所标明的刻度或从显示装置上直接读取的值，都是直接测量的量值。

在物理实验中，能够直接测量的量毕竟是少数，大多数是根据直接测量所得数据，根据一定的公式，通过运算，得出所需要的结果，这种测量称为间接测量。例如，直接测出单摆的长度 l 和单摆的周期 T ，应用公式 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ ，以求重力加速度 g 。

3. 等精度测量和不等精度测量

对某一量 N 进行多次测量，得 k 个数值： $N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$ ，如果每次测量都是在相同条件下进行的，则没有理由认为所得的 k 个值中，某一个值比另一个值要测得准确些。在这种情况下，所进行的一系列测量称为等精度测量。所谓相同条件的含义，是指同一个人，用同一台仪器，每次测量的周围条件都相同（如测量时环境、气温、照明情况等未变动），这种情况就可认为各测量值的精确程度是相同的。

对某一量 N ，进行了 k 次测量，得到 k 个值： $N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$ ，如果每次测量的条件不同，那么这些值的精确程度不能认为是相同的。在这种情况下，所进行的一系列测量称为不等精度测量。例如，同一实验者用精度不同的 3 种天平称量某一物体质量 m ，得到 3 个值 m_1, m_2, m_3 ，或者用 3 种不同的方法测量某一物质的密度 ρ ，得 3 个值 ρ_1, ρ_2, ρ_3 ，这都是不等精度测量。

四、测量与误差

用实验方法去研究事物的客观规律，总是在一定的环境（温度、湿度等）和仪器条件下进行的，由于测量条件（环境、温度、湿度等）的变化以及仪器精度的不同，因而在任何测量中，测量结果与待测量客观存在的真值之间总存在着一定的差异。为描述测量中这种客观存在的差异性，可以引进测量误差的概念。

误差就是测量值与客观真值之差。即

$$\text{误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

被测量量的真值是一个理想概念,一般来说真值是不知道的(否则就不必进行测量了)。为了对测量结果的误差进行估算,我们用约定真值来代替真值求误差。所谓约定真值就是被认为是非常接近真值的值,它们之间的差别可以忽略不计。一般情况下,常把多次测量结果的算术平均值、标称值、校准值、理论值、公认值、相对真值等作为约定真值来使用。

上面定义的误差是绝对误差。在没有特别指明时,误差就是用绝对误差来表示的。设测量值的真值为 X , 则测量值 x 的绝对误差为

$$\delta = x - X$$

仅仅根据绝对误差的大小还难以评价一个测量结果的可靠程度,还需要看测定值本身的大小,为此引入相对误差的概念。例如,用同一仪器测量 10m 长相差 1mm 与测量 100m 长相差 1mm,其绝对误差相同。显然,只有绝对误差还难以评价测量结果的可靠程度,因此引入相对误差的概念。相对误差是绝对误差与真值之比,真值不能确定则用约定真值。在近似情况下,相对误差也往往表示为绝对误差与测量值之比。相对误差常用百分数表示,即

$$E = \frac{|\delta|}{X} \times 100\% \approx \frac{|\delta|}{x} \times 100\%$$

如果待测量有理论值或公认值,也可用百分差来表示测量的好坏,即

$$\text{百分差 } E_0 = \frac{|\text{测量值 } x - \text{公认值 } x'|}{\text{公认值 } x'} \times 100\%$$

绝对误差、相对误差和百分差通常取 1~2 位有效数字来表示。

因此,在测量过程中,要建立起误差永远伴随测量过程始终的实验思想。不标明误差的测量结果,在科学上是没有价值的。

既然测量不能得到真值,那么怎样才能最大限度地减小测量误差,并估算出误差的范围呢?要回答这些问题,首先要了解误差产生的原因及其性质。误差主要来源于仪器误差、环境误差、人员误差、方法误差。为了便于分析,根据误差的性质把它们归纳为系统误差和随机误差两大类。

(一) 系统误差

系统误差的特征是:在同一条件下,多次测量同一量值时绝对值和符号保持不变;或在条件改变时,按一定规律变化的误差。系统误差在某些情况下对测量结果的影响还比较大,因此,研究系统误差产生的原因,发现、减小或消除系统误差,使测量结果更加趋于正确和可靠,是误差理论的重要课题之一,也是数据处理中的一个重要的内容。

1. 系统误差产生的原因

系统误差是由固定不变的或按确定规律变化的因素所造成的,这些误差一般是可以掌握的。

系统误差有多种来源,从基础物理实验教学角度出发,主要有以下几种:

(1) 仪器的示值误差。

- (2) 仪器的零值误差。
- (3) 仪器机构误差和测量附件误差等。
- (4) 理论和方法误差。
- (5) 按一定规律(指非统计规律)变化的误差。

角度的测量存在周期性的误差,此误差可通过对称设置双读数游标来解决(详见该实验)。

2. 系统误差服从的规律

根据系统误差产生的原因可以确信它不具有抵偿性,它是固定的或服从一定规律的。

3. 系统误差的发现

提高测量精度,首要问题是发现系统误差。然而在测量过程中形成系统误差的因素是复杂的,目前还没有能够适用于发现各种系统误差的普遍方法,只有根据具体测量过程和测量仪器进行全面的仔细分析,针对不同情况合理选择一种或几种方法加以校验,才能最终确定有无系统误差。可通过实验对比法、理论分析法、数据分析法等常用方法发现某些系统误差。

4. 系统误差的减小和消除

在实际测量中,如果判断出有系统误差存在,就必须进一步分析可能产生系统误差的因素,想方设法减小和消除系统误差。由于测量方法、测量对象、测量环境及测量人员不尽相同,因而没有一个普遍适用的方法来减小或消除系统误差。下面简单介绍几种减小和消除系统误差的方法和途径。

(1) 从产生系统误差的根源上消除。这是最根本的方法,通过对实验过程中的各个环节进行认真仔细分析,发现产生系统误差的各种因素。可以从下面几个方面采取措施,从根源上消除或减小误差:采用近似性较好又比较切合实际的理论公式,尽可能满足理论公式所要求的实验条件;选用能满足测量误差所要求的实验仪器装置,严格保证仪器设备所要求的测量条件;采用多人合作,重复实验的方法。

(2) 引入修正项消除系统误差。通过预先对仪器设备将要产生的系统误差进行分析计算,找出误差规律,从而找出修正公式或修正值,对测量结果进行修正。

(3) 采用能消除系统误差的方法进行测量。对于某种固定的或有规律变化的系统误差,可以采用交换法、抵消法、补偿法、对称测量法、半周期偶数次测量法等特殊方法进行消除。到底采用什么方法,要根据具体的实验情况及实验者的经验来决定。

无论采用哪种方法都不可能完全将系统误差消除,只要将系统误差减小到测量误差要求允许的范围内,或者系统误差对测量结果的影响小到可以忽略不计,就可以认为系统误差已被消除。

(二) 随机误差

随机误差(习惯上又常称为偶然误差)是指在同一被测量量的多次测量过程中,测量误差的绝对值与符号以不可预知(随机)的方式变化并具有抵偿性的测量误差分量。

随机误差是实验中各种因素的微小变动性引起的。例如,实验周围环境或操作条件的微小波动、测量对象的自身涨落、测量仪器指示数值的变动性以及观测者本人在判断和估计读数上的变动性等。这些因素的共同影响就使测量值围绕着测量的平均值发生有涨落的

变化, 这变化量就是各次测量的随机误差。可见, 随机误差的来源是非常复杂而且是难以确定的。因而不能像处理系统误差那样去查出产生随机误差的原因, 然后通过一定的方法予以修正或消除。正像处理大量分子做无规则运动时难以确定每个分子的具体运动规律, 但大量的分子运动却表现出统计规律来一样, 我们发现, 就某一测量值的随机误差来说是没有规律的, 其大小和方向都是不可能预知的。但对某一量进行足够多次的测量,

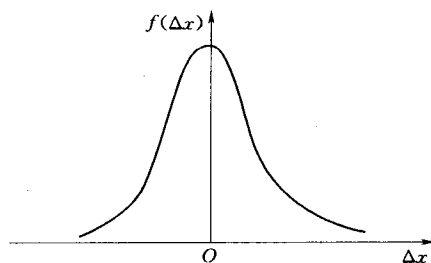


图 0-1 随机误差分布特点

则会发现其随机误差服从一定的统计规律。误差的分布如图 0-1 所示。图 0-1 中, 横坐标表示误差 $\Delta x = x - X$, 纵坐标表示为一个与误差出现的概率有关的概率密度函数 $f(\Delta x)$, 应用概率论的数学方法可推导出随机误差出现概率的分布函数。这个函数首先由德国数学家和理论物理学家高斯于 1795 年导出, 因而称为高斯误差分布函数, 也称正态分布函数

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \Delta x_i^2}{n}} \quad (n \rightarrow \infty)$$

式中 σ ——特征量, 称为标准误差;

n ——测量次数。

σ 物理意义如何呢? 首先要弄清 σ 与各测量值的误差 Δ_i 具有完全不同的含义。 Δ_i 表示测量值与真值的差, 是一个实在的误差, 也称真误差; 而 σ 并不是一个具体的测量误差值, 它反映在相同条件下进行一组测量后的随机误差出现概率的分布情况, 只具有统计性质的意义, 是一个统计性的特征量。

σ 表示的概率意义可以从 $f(\Delta x)$ 函数式求出。由概率论可知, 随机误差落在 $(\Delta x, \Delta x + d\Delta x)$ 区间内的概率为 $f(\Delta x)d\Delta x$, 所以误差出现在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间内的概率 P 就是图 0-1 中该区间内 $f(\Delta x)$ 曲线下的面积

$$P(-\sigma < \Delta x < +\sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\Delta x) d\Delta x = 68.3\%$$

因此, σ 所表示的意义就是: 做任何一次测量, 测量误差落在 $-\sigma \sim +\sigma$ 之间的概率为 68.3%。 σ 并不是一个具体的测量误差值, 它提供了一个用概率来表达测量误差的方法。

$[-\sigma, +\sigma]$ 称为置信区间, 其相应的概率 $P(\sigma) = 68.3\%$ 称为置信概率。显然, 置信区间扩大, 则置信概率提高。置信区间取 $[-2\sigma, +2\sigma]$ 、 $[-3\sigma, +3\sigma]$, 相应的置信概率 $P(2\sigma) = 95.4\%$, $P(3\sigma) = 99.7\%$ 。

服从正态分布的随机误差具有以下几个特征:

(1) 单峰性: 测量值与真值相差越小, 这种测量值 (或误差) 出现的概率 (可能性) 越大, 与真值相差大的, 则概率越小。

(2) 对称性: 绝对值相等、符号相反的正、负误差出现的概率相等。

(3) 有界性: 绝对值很大的误差出现的概率趋近于零。也即是说, 总可以找到这样一个误差限, 某次测量的误差超过此限值的概率小到可以忽略不计的地步。

(4) 抵偿性: 随机误差的算术平均值随测量次数的增加而越来越趋向于零, 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$$

对测量中的随机误差如何处理呢? 可以利用正态分布理论的一些结论来进行处理。

现设在测量条件相同的情况下, 对某一物理量进行 n 次无明显系统误差的独立测量, 测得 n 个测量值为

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

往往称此为一个测量列。在测量不可避免地存在随机误差的情况下, 处理这一测量列时必须回答下列两个问题: ①由于每次测量值各有差异, 何种测量值是最接近于真值的最佳值; ②测量值的差异性即测量值的分散程度直接体现随机误差的大小, 测量值越分散, 测量的随机误差就越大, 如何对测量的随机误差做出估算才能表示出测量的精密度。

在数理统计中, 对此已有充分的研究, 下面只引用它们的结论。

结论一: 当系统误差已被消除时, 测量值的算术平均值最接近被测量的真值, 测量次数越多, 接近程度越好 (当 $n \rightarrow \infty$ 时, 平均值趋近于真值), 因此, 我们用算术平均值表示测量结果的最佳值。

算术平均值的计算式是

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

以下为了简述, 常略去求和号上的求和范围, 例如上式中简写为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

结论二: 一测量列的随机误差用标准偏差来估算。标准偏差的计算公式为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x_i)^2}{n-1}}$$

其中, $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ ($i=1, 2, 3, \dots, n$), 即每一次测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 之差, 称为偏差。显然, 这些偏差有正有负, 有大有小, 不能全面体现一列测量值的离散性。因此, 常用“均方根”法对它们进行统计, 于是得到上述称为标准偏差的统计公式, 这个公式又称为贝塞尔公式。它所表示的物理意义是: 如果多次测量的随机误差遵从正态分布, 那么任意一次测量, 其测量值误差落在 $-S_x \sim +S_x$ 之间的可能性为 68.3%; 或者说, 对某一次测量结果, 真值在 $-S_x \sim +S_x$ 区间内的概率为 68.3%。它可以表示这一列测量值的精密度, 反映出测量值的离散性。标准偏差小就表示测量值很密集, 即测量的精密度高; 标准偏差大就表示测量值很分散, 即测量精密度低。现在很多计算器上都有这种统计计算功能, 可以直接用计算器求得 S_x 和 $\bar{x}$ 等数值。

n 次测量结果的平均值 $\bar{x}$ 的标准误差 (偏差) 为

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

上式的物理意义是：在多次测量的随机误差遵从正态分布的条件下，对多次测量结果，真值在 $\bar{x} \pm S_x$ 区间内的概率为 68.3%。

值得指出的是，在多次测量时，正负随机误差常可以大致相消，因而用多次测量的算术平均值表示测量结果可以减小随机误差的影响。但多次重复测量不能消除或减小测量中的系统误差。

五、实验不确定度及测量结果的表示

由于测量误差不可避免，使得真值也无法确定，而真值不知道，也无法确定误差的大小。因此，实验数据的处理只能求出实验的最佳估计值及其不确定度，通常把测量结果表示为

$$\text{测量值} = \text{最佳估计值} \pm \text{不确定度(单位)}$$

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能准确测定的程度，或者说它表征被测量的真值在某个量值范围的一个客观的评定，是一个描述尚未确定的误差的特征量。国际计量局于 1980 年 10 月通过了《实验不确定度的说明建议书》，建议用“不确定度”(Uncertainty)一词，取代误差(Error)来表示实验结果，用以评定实验测量结果的质量，表征被测量真值在某个量值的范围。由此可见，不确定度与误差有区别。误差是一个理想的概念，一般不能精确知道，但不确定度反映误差存在分布的范围，可由误差理论求得。

(一) 不确定度的分类和估算方法

不确定度根据其性质和估算方法不同，可分为 A 类不确定度和 B 类不确定度。A 类不确定度是被测量列能用统计方法估算出来的不确定度分量；B 类不确定度则是不能用统计方法估算的所有不确定度分量。

A 类不确定度：多次重复测量时用统计方法计算的那些分量 Δ_A ，比如估算随机误差的标准偏差 S_x 就属于 A 类分量。

B 类不确定度：用其他非统计方法估出的那些分量只能基于经验或其他信息作出评定，如系统误差的估算等。一般用近似的等价标准差 Δ_B 表征

$$\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} / C$$

式中 $\Delta_{\text{仪}}$ ——仪器误差；

C——修正因子。

在基础物理实验教学中，为简便计，直接取 $\Delta_A = S_x$ ，即把一测量列的标准偏差的值当作多次测量中用统计方法计算的不确定度分量 Δ_A 。标准偏差 S_x 和不确定度中的 A 类分量 Δ_A 是两个不同的概念，在基础物理实验中，当 $5 < n \leq 10$ 时，取 S_x 值当作 Δ_A 是一种最方便的简化处理方法，因为当 Δ_B 可忽略不计时，有 $\Delta = \Delta_A = S_x$ ，这时可以证明被测量量的真值落在 $(\bar{x} - \Delta, \bar{x} + \Delta)$ 范围内的可能性(概率)已大于或接近 95%，也即被测量的真值在 $(\bar{x} - \Delta, \bar{x} + \Delta)$ 的范围之外的可能性(概率)很小(小于 5%)。因此，如果不是特别注明，下文均取

$$\Delta_A = S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

在物理实验中, B类分量 Δ_B 的修正因子如何确定是一个困难的问题, 这需要实验者的经验、知识、判断能力以及对实验过程中所有有价值信息的把握和分析, 然后合理地估算出 B类分量 Δ_B 。但对于一般的教学实验, 可作一个简化的约定, 取 $C=1$, 即把仪器误差简单化地直接当作用非统计方法估算的分量 Δ_B 。

(二) 总不确定度

当各量相互独立时, 用方和根法将上述两类不确定度分量合成即得总不确定度 Δ , 简称不确定度

$$\Delta = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + S_x^2}$$

相对不确定度为

$$E_x = \frac{\Delta}{\bar{x}} \times 100\%$$

相对不确定度的意义与相对误差类似。

测量结果不确定度表示为

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm \Delta (\text{单位}) \\ E_x = \frac{\Delta}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases}$$

不确定度越小, 实验测量质量越好; 不确定度越大, 实验测量质量越差。

由于不确定度的评定要合理赋予被测量值的不确定区间, 而不同的置信概率所表示的不确定度区间是不同的, 因此, 还应表明是多大概率含义的不确定度。在基础物理实验教学中, 暂不讨论不确定度的概率含义, 而将测量结果不确定度表示简化地理解为测量量的真值在 $(\bar{x}-\Delta, \bar{x}+\Delta)$ 区间之外的可能性(概率)很小, 或者说, 被测量量的真值位于 $(\bar{x}-\Delta, \bar{x}+\Delta)$ 区间之内的可能性很大。物理量都有单位, 不能不写出。因此, 一个完整的测量结果包含三要素: 测量结果的最佳估计值、不确定度和单位。

应该指出, 随机误差和系统误差并不简单地对应于 A类和 B类不确定度分量。如对于未能进行 n 次重复测量的情况, 其随机误差就不能利用统计方法处理, 而要利用被测量量可能变化的信息进行判断, 这就属于 B类不确定度分量。要进一步了解两类不确定度分量的评定和合成不确定度的计算问题, 读者可参阅其他参考书籍。

(三) 测量结果的表示

1. 单次直接测量结果不确定度的估算(表示)

在实际测量中, 有时测量不能或不需要重复多次; 或者仪器精度不高, 测量条件比较稳定, 多次测量同一物理量结果相近。例如, 用准确度等级为 2.5 级的万用表去测量某一电流, 经多次重复测量, 几乎都得到相同的结果。这是由于仪器的精度较低, 一些偶然的未控因素引起的误差很小, 仪器不能反映出这种微小的起伏。因而, 在这种情况下, 只需要进行单次测量。

如何确定单次测量结果的不确定度呢? 显然无法求出单次测量量的 A类不确定度分量 Δ_A 。尽管 Δ_A 依然存在, 但在单次测量的情况下, 往往是 $\Delta_{\text{仪}}$ 要比 Δ_A 大得多。按照微小误差原则, 即只要 $\Delta_A < \Delta_B/3$ (或 $S_x < \Delta_{\text{仪}}/3$), 在计算 Δ 时就可以忽略 Δ_A 对总不确定度的影响。所以, 对单次测量, Δ 可简单地用仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示, 即

单次测量结果 = 测量值 $\pm \Delta_{\text{仪}}$ (单位)

测量值应估读到仪器最小刻度的 $1/10$ (或 $1/5$ 、 $1/2$)。

测量是用仪器或量具进行的, 有的仪器比较粗糙或灵敏度较低, 有的仪器比较精确或灵敏度较高, 但任何仪器, 由于技术上的局限性, 总存在误差。仪器误差就是指在正确使用仪器的条件下, 测量所得结果和被测量的真值之间可能产生的最大误差。

仪器误差通常是由制造工厂和计量机构使用更精确的仪器、量具, 通过检定比较后给出的。在仪器和量具的使用手册或仪器面板上, 一般都能查到仪器允许的基本误差。因此, 使用仪器或量具之前熟悉这种资料是重要的。

例如, 实验室常用的量程在 100mm 以内的一级千分尺, 其副尺上的最小分度值为 0.01mm (精度), 而它的仪器误差 (常称为示值误差) 为 0.004mm 。测量范围在 300mm 以内的游标卡尺, 其分度值便是仪器的示值误差。例如, 主副尺最小分度值之差为 $1/50\text{mm}$ 的游标卡尺, 其精度和示值误差均为 0.02mm 。有的测量器具并不直接给出仪器误差, 而是以“准确度等级”来估计的。级值越小, 则准确度越高。

一般的测量仪器上都有指示不同量值的刻线标记 (刻度)。相邻两刻线所代表的量值之差称为分度值。其最小分度标志着仪器的分辨能力。在仪器设计时, 分度和表盘的设计总是与仪器的准确度相适应的。一般来说, 仪器的准确度越高, 刻度越细密。但也有仪器的最小分度超过其准确度的。如一般水银温度计最小分度值为 0.1°C , 但其示值误差为 0.2°C 。如果手头缺乏有关仪器的技术资料, 没有标明仪器的准确度, 这时用仪器的最小分度值估算仪器误差是简单可行的方法。

许多计量仪器、量具的误差产生原因及具体误差分量的计算分析大多超出了本课程的要求范围。为初学者方便, 仅从以下三方面来考虑仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$:

- (1) 仪器说明书上给出的仪器误差值, 如游标卡尺、螺旋测微计的示值误差等。
- (2) 仪器 (电表) 的精度等级按量程决定值。
- (3) 最小分度值或最小分度值的一半。

如果能同时得到这三者, 一般在三者中取最大值。

2. 多次测量结果的不确定度估算 (表示)

由于测量中存在随机误差, 为了能获得测量最佳值, 并对结果做出正确评价, 就需要对待测量进行多次重复测量。虽然测量次数增加时能减少随机误差对测量结果的影响, 但在基础物理实验中, 考虑到测量仪器的准确度和测量方法、环境等因素的影响, 对同一量作多次直接测量时, 一般把测量次数定在 $5 \sim 10$ 次较为妥当。

多次重复测量结果的最佳估计值和不确定度的计算公式如下:

算术平均值	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
偏差	$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$
标准偏差	$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$
不确定度	$\Delta = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + S_x^2}$
测量结果表示为	

$$x = \bar{x} \pm \Delta$$

$$E_x = \frac{\Delta}{\bar{x}} \times 100\%$$

其中, $\bar{x}$ 的有效数字由不确定度 Δ 来决定; $\bar{x}$ 与 Δ 的小数末位要对齐; E_x 和 Δ 只要求取 1~2 位有效数字。

【例 1】 用一把毫米尺测量某一物体长度 l , 得到 5 次的重复测量值分别为 3.42cm、3.43cm、3.44cm、3.44cm、3.43cm, 试求其测量值。

$$\text{解: } \bar{l} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 l_i = 3.432(\text{cm}) \quad (\text{暂不考虑有效数字位数, 可多保留几位})$$

$$S_l = \sqrt{\frac{1}{5-1} \sum_{i=1}^5 (l_i - \bar{l})^2} = 0.00866(\text{cm}) \quad (\text{中间过程可多保留 1~2 位})$$

$$\Delta_{lx} = 0.02(\text{cm}) \quad (\text{读数估计到最小分度值的 } 1/5)$$

$$\Delta_l = \sqrt{\Delta_{lx}^2 + S_l^2} \approx 0.03(\text{cm}) \quad (\text{不确定度取一位有效数字})$$

结果 (由不确定度决定测量结果最佳值的有效数字) 为

$$l = 3.43 \pm 0.03(\text{cm}) \quad (\text{末位取齐})$$

$$E_x = 0.75\%$$

3. 间接测量结果的不确定度估算

(1) 间接测量量不确定度传递公式。间接测量值是通过一定函数式由直接测量值计算得到。显然, 把各直接测量结果的最佳值代入函数式就可得到间接测量结果的最佳值。因此直接测量结果的不确定度就必然影响到间接测量结果, 这种影响的大小也可以由相应的函数式计算出来, 这就是不确定度的传递。

首先讨论间接测量量的函数式 (或称测量式) 为单元函数 (即由一个直接测量量计算得到间接测量量) 的情况

$$N = F(x)$$

式中 N ——间接测量量;

x ——直接测量量。

若 $x = \bar{x} \pm \Delta_x$, 即 x 的不确定度为 Δ_x , 它必然影响间接测量结果, 使 N 值也有相应的不确定度 Δ_N 。由于不确定度都是微小量 (相对于测量值), 相当于数学中的增量, 因此间接测量量的不确定度传递的计算公式可借用数学中的微分公式。根据微分公式

$$dN = \frac{dF(x)}{dx} dx$$

可得到间接测量量 N 的不确定度 Δ_N 为

$$\Delta_N = \frac{dF(x)}{dx} \Delta_x$$

式中 $\frac{dF(x)}{dx}$ ——传递系数, 反映了 Δ_x 对 Δ_N 的影响程度。

例如, 球体体积的间接测量式为

$$V = \frac{1}{6} \pi D^3$$