

数学学科德育

——新视角·新案例

◎ 张奠宙 马岷兴 陈双双 胡庆玲 编著



高等教育出版社

Higher Education Press

数 学 学 科 德 育

——新视角·新案例

张莫宙 马岷兴 陈双双 胡庆玲 编著

高等教育出版社

内容提要

本书首先从“热爱数学真理”的底线开始,具体地论述数学学科德育的三个维度:人文精神,科学素养,道德品质。然后展示数学德育的6个层次,展开的顺序是从数学本身的文化,到本身的数学美,再纵向地跨到数学史,上升到数学哲学层次,然后是联系数学以外的现实,最后则是并无太多数学特征的课堂文化。接下来是三项不同类型的数学德育实践活动,包括:来自天津中学两个教学班的报告、上海华东师范大学第二附属中学开展“数学文化”教育活动的报道、来自四川省关于“数学作文”的实验报告。

本书可作为高等师范院校数学教育专业的本科生、中小学数学教师、教学研究人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数学学科德育——新视角·新案例/张奠宙等编著.

—北京:高等教育出版社,2007.5

ISBN 978-7-04-019948-2

I. 数... II. 张... III. 数学-师范大学-教材
IV. 01

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第021709号

策划编辑 张忠月 责任编辑 张忠月 封面设计 张楠
责任绘图 朱静 版式设计 余杨 责任校对 金辉
责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网址	http://www.hep.edu.cn
总机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
经销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
印刷	北京鑫海金澳胶印有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开本	787×960 1/16	版次	2007年5月第1版
印张	17.25	印次	2007年5月第1次印刷
字数	310 000	定价	20.10元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 19948-00

前 言

学校里,课堂教学是实施教育的主渠道,德育自然也要借助各门学科的教学进行实施。社会科学的德育内涵比较明显,知识和品德的融合相对较为容易。至于自然科学的各门学科,由于反映的是大自然的客观规律,而规律本身不因民族的不同、国家的差异、人品的高下而有任何的区别。因此,自然科学学科进行德育的途径比较少。其中尤以最为抽象的数学学科,似乎离开德育最远。但是,数学也是人创造出来的意识形态,必然会打上社会的烙印。同时,教师和学生都是社会的一分子,如何理解数学、运用数学、欣赏数学,依然具有人文色彩,数学同样可以作为思想品德教育的有效载体。加之数学是学校中的主课,通过数学教学渗透德育,开发数学学科德育功能,尤其显得重要。

(一) 数学德育总体设计

经过多年的数学教学实践,对数学教学的德育可以获得以下的规律性认识:

- 一个基点:热爱数学。
- 三个维度:人文精神,科学素养,道德品质。
- 6个层次:(按数学和数学以外领域联系的紧密程度排列)。

第一层次:数学本身的文化内涵,以优秀的数学文化感染学生;

第二层次:数学内容的美学价值,以特有的数学美陶冶学生;

第三层次:数学课题的历史背景,以丰富的数学发展史激励学生;

第四层次:数学体系的辩证因素,以科学的数学观指导学生;

第五层次:数学周围的社会主义现实,以昂扬的斗志鼓舞学生;

第六层次:数学教学的课堂环境,以优良的课堂文化塑造学生。

上述的一个基点、三个维度以及六个层次,着眼于对我国长期坚持数学学科德育的总结。我们希望以下的理论阐述和实践报告,有助于数学学科德育的进步。

首先让我们作一个简单的历史回顾。

1990年颁布的《全日制中学数学教学大纲(修订本)》这样写道:

“结合数学教学内容对学生进行思想教育。要用辩证唯物主义观点阐述教学内容,揭示数学中的辩证关系,并指出数学来源于实践以及它在生产,生活和科学技术领域中的广泛应用,对学生进行辩证唯物主义教育。通过对我国古今数学成就的介绍,培养学生的爱国主义思想,民族自尊心,为国家富强、人民富裕

而艰苦奋斗的献身精神。通过教学,还应锻炼学生的坚强意志和性格,培养学生的严谨作风,实事求是的科学态度和独立思考、勇于创新的精神。”

分析其中的内容,主要是三方面:进行辩证唯物主义教育;用我国古今数学成就培养学生的爱国主义思想;以及形成学生坚强的意志、严谨的作风和科学的态度。这些工作当然是重要的,但是思路比较狭隘。

当时,数学的德育案例,主要是“正与负”的矛盾,函数使运动进入数学,数形结合等的辩证分析,另外就是祖冲之在圆周率上的成就比西方早几百年等。至于数学的严谨带来的思维品质,则本来是数学的特点,如不加以引申和强调,往往没有什么特别的德育意义。长期以来,“语录式”德育比较盛行。往往是引用一段名人语录,联系一个数学例子,“穿靴戴帽”一番,就算完成德育任务了。这种贴标签式的说教,实际收效并不大。

20世纪90年代的数学教育工作者觉察到这些问题,开始不断补充一些新的内容。例如,在2000年颁布的数学教学大纲中,就出现了一些新的提法。其中在提到数学史时不仅限于中国的数学成就,也包括世界数学的发展。此外还提出要帮助学生体会数学的文化内涵,欣赏数学的美学价值,树立科学的世界观和人生观等。这都是以前所没有的。

另一方面,也是在90年代,应试教育愈演愈烈。片面追求高考升学率的功利主义,将整个数学教学的目标锁定在考试成绩上,数学课堂中的德育功能逐渐弱化。相当多的学生只是为考试而学习数学,一旦考试通过,就再也不愿意碰数学了。

当时序进入21世纪,《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》相继颁布。其中明确地提出了数学教学的情感目标,注意让学生结合自己的日常经验体会数学的发生过程,提倡数学教学中的相互合作,努力激发学生学习数学的兴趣,用数学的“生活化”发展学生的数学情感,借以抑制“功利化”的数学动机。这些,都是积极的举措。但是,这些新的理念,只是遵循教育的一般原理,在“自主、探究、合作”的层面上提出要求,还没有触及数学学科德育的本质,找到更多的德育教学途径。

在回顾过去的数学学科德育的基础上,我们觉得应该从数学本身的价值中体现其道德价值,而不能从数学外部硬性赋予德育功能。数学的智育和德育做到真正的融合,才是我们努力追求的目标。

(二) 关于“一个基点”和“三个维度”

数学教学中体现德育的前提是“让学生喜欢数学”,衡量一个数学教师实施

德育是否成功的基本标准是“学生是否热爱数学”。可以说,让学生热爱数学是数学学科德育的基点。如果学生只是奉命学习数学,为功利学习数学,甚至讨厌数学,那就什么都谈不上了。

喜欢数学,承载着许多德育内涵。一个学生,能够从喜欢数学开始,进一步热爱是非分明的数学真理,追求数学理性的科学精神,接受数学真善美的熏陶,崇敬数学先贤的伟大贡献,数学德育的基本要求也就达到了。

从历史上看,进行道德教育的渠道,主要有三方面。首先是权威的指导。政府部门、社会机构、贤达名人等发布的指导性建议,传统经典的诵读等,使人们受到道德教育。其次,依靠舆论的约束。每个时期都有一定的道德规范,社会的舆论制约着人们的行为,让人们知道什么应该做,什么不可以做。第三则是文化的熏陶。学校教育、民俗传统、文学艺术、科学意识等,无声地感染着人们的心灵。数学是一种文化,因而数学教育是第三渠道中的一部分,能给学生以某种文化熏陶。

既然只是一种文化熏陶,数学教学的德育功能就是有限的,不能指望数学教学能使学生养成完善的人格。但是,在今天的信息社会,数学文化越来越显得重要。数学可以在很大程度上使人脱离低级趣味,具备健全的思维品质和道德取向。

本书首先从“热爱数学真理”的底线开始,这就是第一章的第一节,具体地论述数学学科德育的三个维度:人文精神,科学素养,道德品质。

(三) 关于“六个层次”的设计

从喜欢和热爱数学开始,我们要在第一篇的其他各章节,展示数学德育的6个层次。展开的顺序是从数学本身的文化,到本身的数学美,再纵向地跨到数学史,上升到数学哲学层次,然后是联系数学以外的现实,最后则是并无太多数学特征的课堂文化。以下依次作简短的阐述。

最核心的当然是数学本身所承载的文化,即数学文化。近年来,数学文化是一个热点。不过许多人仍然把数学文化等同于数学史,讲点故事,说说数学家的生平事迹,就完了。实际上,数学文化的范围很宽。比如中国古代数学为什么没有对顶角相等这样的命题?从数学本身看到理性精神的价值,具有文化层面的内涵。

例如,数学的对称,其实和“上联对下联”的想法差不多。几何学的“对称”和文学上的“对联”,都要变,又都保留一些东西不变。数学对称的不变量(长度角度不变),就相当于上下联之间“工整对仗”的不变性。再比如,初唐诗人陈子昂的诗:“前不见古人,后不见来者;念天地之悠悠,独怆然而涕下。”这是人类对“四

维时空”认识的文学化。这样想开去,数学文化就非常丰富了。

第二个层次仍然是数学所固有的数学之美。数学美,一般只是说“黄金分割”,二次曲线等几何外观的美。但是更重要的是中小学数学中固有的美。数学美有“美观”、“美好”、“美妙”、“完美”四个层次。例如, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$,很漂亮,然而却是错的。它虽然体现了一种“方便”、“简单”之外观美,却像罌粟花那样“美丽但有毒”。进一步,二次方程求根公式的外观很丑,但是很好用,恰如《巴黎圣母院》中的钟楼怪人,丑陋而内心美好。王维的名句“孤帆远影碧空尽,唯见长江天际流”,正是数学中“极限”概念的美学意境。任意三角形的三条高交于一点,何等美妙?“众里寻他千百度,蓦然回首,那人却在灯火阑珊处”,是解决数学难题时“美妙”的心境。完美的分类,完美的解答,完美的体系,则属于数学美更高的欣赏水平。

第三个层次,要稍微离开数学内容本身,联系到它的发展历史。说到数学史,自然就会联想到中国古代的数学成就,借以增强民族自豪感。例如,祖冲之的圆周率计算比外国早 $\times\times$ 年,是最常用的例子。这当然是对的。但是也要注意不能走上狭隘民族主义的道路。因为,中国古代数学尽管有辉煌的成就,但是总体上比埃及、巴比伦和古希腊的数学要晚。数学史的德育功能,不能只是建筑在“祖先的某项工作比别人早多少年”的基础上,而要用历史唯物主义的观点,实事求是地分析,基点应当放在今天如何追赶世界先进水平的实际行动上。“拿来主义”、“洋为中用”,仍然是我们应该遵循的。

第四个层次,则是哲学上的分析。通常只是说“正与负、乘方与开方、微分与积分”等矛盾的揭示,函数是变量,“辩证法进入了数学”,正面联系辩证唯物主义的几个观点很好,但是不够。其实,正确的数学观需要教师培植。现在弥漫在数学课堂中的“数学=逻辑”的观点,把美貌动人的“数学女王”,用X光拍成了一副骨架的照片,毫无生气。树立正确的数学哲学观,才是我们应当做的重点。

第五个层次,要离开数学联系社会现实,但和数学紧密结合。这也是进行思想政治教育的重要途径。近年来,用等比级数求和,探究“我国GDP增长”、“人口增长”、“购房贷款”、“环境保护”等,非常之多,这是进步。但是,联系实际也有深浅之分。例如,同样是“级数求和”,可以联系旧社会的高利贷,“驴打滚”的利息即今天的复利。德育的运用,在于巧妙的设计。

最后一个层次将离开数学本身,仅就课堂文化的营造来进行德育。其中包括教师个人魅力的展示,课堂民主的发扬,班级的团队精神,和谐的同学相处等。当然,数学课堂特有的气氛,也是应该注意的。数学的答案通常是唯一的,数学课堂主要是“思想实验”,数学难题可以锻炼学生勇敢、正直的品格等都值得注意。例如,有一个船长年龄问题:“一条船上有75头牛,32头羊,问船长几岁?”

这明明是一道“不能做”的题目，结果大多数学生却“能”算出来 $75 - 32 = 43$ （岁）。这涉及坚持真理的自信问题，也正是数学教师进行德育的契机。

以上我们叙述的是理论篇。此外，我们将有更具体的实践篇。

首先是来自天津中学两个班级的报告。他们成功地坚持每节课三分钟的“数学史演讲活动”，并在班级开展多种多样的数学活动，提升学生的数学兴趣，最后取得数学优异成绩。

第二个实践来自一个学校——上海华东师范大学第二附属中学开展“数学文化”教育活动的报道。“函数”单元的德育教学点设计，是一个有益的尝试。一所优秀的重点中学，整个教研组开展这样的活动，是一个有意义的探索。尽管不成熟，却在脚踏实地地工作。

第三个数学德育实践活动，来自四川省的一个大项目——数学作文。数学和语文一样，都是一种描摹大自然的语言。语文课有作文，数学课也可以有作文。学生在数学作文中畅抒胸臆，成为联系师生的桥梁，创新交流的平台。我们希望，数学作文能够成为中国数学课程的常态活动。

现在，让我们一步步地展开上述思考与建议：一个基点，三个维度，六个层次；加上三项不同类型的数学德育实践活动。这就是本书的脉络和宗旨。

目 录

前言	I
理论篇 数学学科德育的理论构建	1
第一章 数学学科德育的三个维度:人文精神,科学素养, 道德品质	2
第一节 发扬数学科学的人文精神	2
第二节 丰富数学教学中的科学素养	4
第三节 提取日常数学教学中的德育因素	7
第二章 用数学文化感染学生	13
第一节 数学文化,以人为本的数学	13
第二节 数学是人类文明的火车头	16
第三节 数学文化课例:勾股定理的教学	18
第三章 用“数学美”陶冶学生	22
第一节 数学的“美观”	22
第二节 数学的“美好”	24
第三节 数学的“美妙”	31
第四节 数学的“美思”	37
第五节 中小学数学美育的一次调查	38
第四章 用数学史知识激励学生	48
第一节 中国古代数学成就与不足 ——先进和“落后”都可以激励人	48
第二节 数学史观中的民族意识与国际视野	52
第三节 正确阐述“中国数学”的传统	55
第五章 用正确的数学观指导学生	63
第一节 关于培养辩证唯物主义观点	63
第二节 数学教学应当避免走向形而上学 ——三个和尚有几担水可以吃?	66
第三节 用正确的数学哲学指导教学	66
第六章 用现实数学模型鼓舞学生	72
第一节 我国数学结合现实的历史源远流长	72
第二节 社会主义市场经济与数学教学	73
第三节 数学教学联系现实进行德育的一些经验	76

第四节	一则联系现实社会生活的数学教学研究	79
第七章	以优良的课堂文化塑造学生	85
第一节	建设课堂文化的价值	85
第二节	课堂文化建设中的教师人格	87
第三节	课堂文化建设中激励手段的运用	88
第四节	数学课堂文化建设一例：“如何坚持真理”	90
第五节	数学培养良好思维品质的任务	91
实践篇之一	来自天津中学两个教学班的报告	
	——数学教学的德育智育双丰收	95
第八章	3分钟“数学史话”演讲活动纪实	96
第一节	“数学史话”让学生热爱数学	96
第二节	学生对“数学史话”演讲的感受	98
第三节	“数学史话”演讲带来德育智育双丰收	106
第九章	数学文化和数学美的教学	111
第一节	“数学文化”网页的制作	111
第二节	数学美和数学德育的实践	114
第三节	学生关于数学美的创造与欣赏	118
第十章	初二班级的几个教学案例	132
第一节	载歌载舞的水，让坚硬的石块变成光滑的鹅卵石	132
第二节	引导学生远离网吧，用好电脑	134
第三节	班级案例分析	136
实践篇之二	来自上海华东师范大学第二附属中学的报告	
	——数学文化是数学学科德育的主线	143
第十一章	从数学文化的教学切入数学学科德育	144
第一节	关于数学学科德育意义的理解	144
第二节	入学前的数学阅读	147
第三节	数学德育教学点的设计(函数单元)	151
第十二章	一些教学案例	162
第一节	数列应用题，结合现实进行德育	162
第二节	在日常教学中培养学生的思辨能力	166
第三节	在数学史选修课上弘扬数学文化	168
第四节	平面几何研究性课题，数学美学	174
第五节	求解数学竞赛问题，培养思维品质	181
第六节	溯源——数学学科德育的有效途径	184

实践篇之三 来自四川省的实验报告

——“数学作文”教学促进学生的全面发展	189
第十三章 数学作文概述	190
第一节 数学作文的界定	190
第二节 数学作文的教学	191
第三节 数学作文的评价	193
第四节 数学作文命题的途径与方法	197
第五节 数学作文的教学成效	202
第十四章 数学作文评析	207
第一节 “生命的最后一分钟”	207
第二节 “杨辉三角”	217
第三节 三角函数：“人生如弦”	224
第四节 数学的“酸”与“痛”	230
第五节 流淌的数学清泉	238
第十五章 数学作文在四川省的反响	244
第一节 “从队尾走到队前”	244
第二节 数学作文教学的感受	251
第三节 数学作文教学的社会反响	253
后记	257

本篇分为七章。第一章阐述数学学科德育的三个维度。然后依次阐述数学德育的六个层次：

1. 用数学文化感染学生
2. 用“数学美”陶冶学生
3. 用数学史知识激励学生
4. 用正确的数学观指导学生
5. 用现实数学模型鼓舞学生
6. 用优良的课堂文化影响学生

第一章

数学学科德育的三个维度： 人文精神，科学素养，道德品质

现代教育主张“以学生的发展为本”。我国的教育方针是“教育为社会主义事业服务，教育与社会主义实践相结合，使受教育者在德、智、体、美等方面全面发展。”

德育是道德教育的简称。广义的德育还包括政治教育、思想教育、法纪教育、心理教育。无论如何，德育的终极目标是教育青少年如何“做人”，即帮助学生做一个能够适应当代社会的进步，并为社会作贡献的人。

数学教学能够在如何“做人”方面，通过以下三个维度发挥独特的作用：人文精神、科学素养、思维品质。

第一节 发扬数学科学的人文精神

中小学的课程中，语文、历史、政治等人文学科，承载着人文主义教育的任务。这里需要强调的是，数学和其他学科一样，同样承载着人文精神培育的任务。

什么是人文精神？让我们从现实状况说起。

2005年7月22日，香港凤凰电视台播放了王晓明教授“重提人文精神”的讲座^①。其中提到，人文精神是指生活当中不能直接兑换成金钱的那些价值。比方说人的生活意义，人活着为什么？对美和诗意的追求，人需要怎样的精神生活？人的良知，人是否需要崇高的境界？这些，都不能够直接兑换成物质利益。王晓明还提到更抽象，更摸不着具体形状的一些精神。例如生活中“从容”的状态，人对大自然的敬畏之心等。爱因斯坦就“敬畏”自然，觉得人对世界、宇宙的认识能力是很有限的。但是，一些“蹩脚”的科学家却认为自己可以解释一切，轻视自然。对于广大的，自己还不了解的世界的敬畏之心，是非常重要的—种情感。

毋庸讳言，以经济建设为中心，使人们的价值取向浸染上浓重的经济色彩，经济观念深入人心，功利性价值取向突出，利益意识强化，这就势必引起青少年

^① 演讲人王晓明指出：在1993年和1994年，在上海有一场人文精神的危机的讨论，这个讨论大概持续了两年时间，从上海一直波及全国。

学生从传统的“重义轻利”观向“重利轻义”观转变^①。以至许多人不大相信世界上会有“崇高”，即那种不是自私自利的情感和行为。那么，如何培育不能直接兑换为物质利益的人文精神呢？学校中的课堂教育，正是完成这一任务重要渠道。其中，数学起着独特的作用。

对于数学课程和数学教学来说，我们应该首先问：数学的历史和传统是什么？数学真理的价值在哪里？如何体现数学的真善美？数学所涉及的社会和经济问题是什么？数学会面对哪些伦理和道德问题？回答这些问题，就能通过数学教学渠道渗透德育。

数学一向是文明的象征。古希腊柏拉图学院的大门外写着“不懂几何学者不得入内”，体现了数学在文明中的基础性地位。几何学没有王者之路的名言，昭示了数学学科所蕴涵的“平等”、“自由”的人文精神。此外，数学真理是最明确的，严密的，而且只要一个证明就够（相对于考据中的孤证不足为凭）。因此，如果我们的数学教育，能够使得学生热爱数学，追求数学真理，数学的德育功能就达到一半了。

这不禁使我们想起了当今数学教育的一个突出趋向：数学的生活化和市场化。20世纪下半叶以来，数学应用获得了前所未有的扩大。这些年来，社会上知识的总量急剧地膨胀，但是知识类别的丰富性明显地减弱。实用性的知识大量地发展，非实用性的知识急剧地缩减，有效期短的那些知识，大量地膨胀，有效期比较长的那些知识，明显地萎缩。教育，包括大学教育，都变成一个劳动力培训班。人的生活内容，越来越单一，好像人活在这世界上，就是为了出卖劳动力来换取生活费。教育的市场化在加速发展。中国这么大一个国家，如果十几亿人主要是靠利益的平衡维系在一起，那么这个社会会非常的脆弱，会经不起比较大的风险。市场本身不会产生人文精神。市场关心的是投入跟产出的比例，追求最大的物质利益。人文精神的发展并不能直接来自于市场，而是来自于一个比较宽松的环境，教育不仅仅是为了培养实用性的人才，而是要培养那种真正对社会的长远发展能够起作用的栋梁之才。因此，在研究德育的时候，要求我们在物质生活越来越发达的时代，要守住自己的精神家园。

数学作为一门可以直接产生经济效益的“技术”，受到社会的极大重视。数学建模成为极端重要的数学方法。这是信息时代数学的重要特征，我们对它的认识还很不够，需要继续加强。但是，我们也注意到，只重应用，认为只有联系学生实际，对学生有用的数学才是好的数学，公开课上的数学问题必须来自实际生活。这样一来，似乎必须产生物质利益，才是数学的真谛。把数学的实际应用强调过分，就会像“崇高”、“敬畏”、“奉献”、“良知”一样，把不能直接产生物质利益

^① 张忠华. 论现代中国道德教育的困惑. 教育科学研究, 2002, (10)

的数学人文精神加以贬低和丢弃。

数学要为市场经济服务,却不能完全受市场摆布。我们不能只谈应用和日常经验(尽管这仍然是非常重要而基本的),不能让数学仅仅为“高考”服务,成为教育市场化的附庸。数学教学必须要守住数学的人文家园。许多数学内容的理解不能依靠个人的经验获得,更不能和市场直接相关。

尽管数学观念归根结底来自现实,但是许多数学概念是人类的能动想象的结果。这里只举一个简单的例子:无理数。无理数概念是超经验的,个人的日常生活经验不能企及。“无限不循环小数”,“无限延长也不能相交”,“ $\sqrt{2}$ 可以用有理数无限逼近”等,是数学的精华,其他学科不能代替。在实际教学中,我们要问:数学中的“无限”,学生们喜欢思考吗?尊重和热爱古希腊人关于无理数的发现吗?能够对这样的真理感到敬畏吗?这样的数学是“真善美”的体现吗?数学教师在课堂上引导学生进行思考,宣扬这种数学“人文”精神,就是德育。

令人遗憾的是,今日的数学课堂上已经难觅这些问题的踪影。教师不提,学生不想,考试不考。数学变成干巴巴的一块“敲门砖”。何谈德育?

数学的人文精神,是用数学进行德育的第一维度。

第二节 丰富数学教学中的科学素养

素质教育是我国教育的基本方针。素质和德育的关系如何?有人认为,素质教育只是智育,和德育扯不上关系。实际上,道德是在纷杂的社会现象方面,对自己行为作出的一种选择。选择,需要素质作为支撑。具有高度的人文素质、科学素质、艺术素质等,才能作出与社会的发展相适应、与道德规范相吻合的道德选择,决策自己的行为。离开素质谈道德,就会变成一种说教,道德教育也就失去了基础。

人们常说:“数学是思想的体操”,“数学是科学的语言”,“数学是理性的家园”。如果把这些箴言和人的发展联系起来,就会看到数学理性在现代公民的道德教育中所起的独特作用。

什么是理性精神?概括起来可以是三句话:

不迷信权威,要独立思考;

不感情用事,要据理判断;

不随波逐流,要坚持真理。

数学教学在弘扬理性精神方面有独特的贡献。

我们还是先看例子。

打开中学的平面几何教科书,第一个看到的定理是对顶角相等(如图 1-1)。

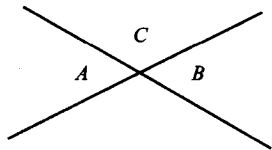


图 1-1

这一定理十分直观,依照常人的看法,如此明白的结论,还需要证明吗?但是古希腊的数学家就偏偏要证明。在欧几里得的《几何原本》中,这是命题 15,证明如下:

角 A 与角 C 的和是平角,角 B 与角 C 的和也是平角。根据等量减等量的公理 3,角 A 等于角 B。

现在的平面几何教材,多数只是类似地解释一下,轻描淡写地就过去了。对教师的要求似乎只限于把定理告诉学生,让学生学会“对顶角相等”的知识。一种等而下之的做法是让学生量一量,“概括”出“对顶角相等”的结论。

这样的处理,白白地把一个进行数学德育的机会丢掉了,浪费了。实际上要获得“对顶角相等”的知识并不困难,它的精华在于论证过程,在于理性思维。下面是一个教案设计。

对顶角相等的教案设计

1. 内容分析。对顶角概念,对顶角相等的知识容易获得,教学的重点在于“要不要用公理方法证明”。重点是公理化思想、理性思维的初步展现。

2. 教学方式。组织学生讨论 3 种论证方法:量,运动重合,用公理推理。

3. 重点展示。古希腊的理性精神,中国古代数学没有对顶角概念。我们应当学习这种精神。

4. 多媒体运用。泰勒斯、欧几里得画像,《几何原本》相关原文。

我们一直在强调素质教育,这节课,主要是德育课,理性思维课,重点不在让学生掌握“对顶角相等”的知识,而在于科学素质的培养。我国有几千年的优良文化传统,但是与古希腊 500 年的科学成就相比,在理性思维方面有所欠缺。我们固然不能“言必称希腊”,却又必须认认真真、老实地向世界上一切先进的文化学习。时至今日,我们的理性思维精神,仍然是不够的。

现在,让我们来看另外一个例子。

20 世纪 90 年代的一天,上海 51 中学(今位育中学)的陈振宣老师对笔者讲了一个数学教育的故事。他的一个学生毕业后在和平饭店做电工,工作中发现在地下室控制 10 层以上房间空调的温度不准。分析之后,原来是使用三相电时,连接地下室和空调器的三根导线的长度不同,因而电阻也不同。剩下的问题是:如何测量这三根电线的电阻呢?用电工万用表无法量这样长的电线的电阻。于是这位电工想到了数学。他想:一根一根测很难,但是把三根导线在高楼上两两相连接,然后在地下室测量“两根电线”的电阻是很容易的。如图 1-2,设三根导线电阻是 x , y , z 。于是,他列出以下的三元一次联立方程:

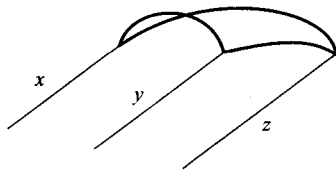


图 1-2

$$\begin{cases} x+y=a, \\ y+z=b, \\ z+x=c. \end{cases}$$

解之,即得三根导线电阻。

这样的方程谁都会解。但是,能够想到在这里用方程,才是真正的创造啊!我为这位电工的数学意识所折服。

清代学者袁枚曾说:“学如箭镞,才如弓弩,识以领之,方能中鹄。”有知识,没有能力,就像只有箭,没有弓,射不出去。但是有了箭和弓,还要有见识,找到目标,才能打中。上面的例子说明,解这样的联立方程,知识和能力都不成问题,难的是要具有应用联立方程的意识和眼光。

这使我们想起第二次世界大战以后,1948年时在美国出现的数学。这一年,维纳发表《控制论》,仙农发表《信息论》,冯·诺依曼提出使用至今的计算机方案。



仙农

(C. E. Shannon 1916—2001)



维纳

(N. Wiener, 1894—1964)



冯·诺依曼

(Von Neumann, 1903—1957)

图 1-3

这三项数学成就,不是通常我们所解决的那种数学问题。他们看见了我们没有看见的数学问题。试问:打电报传送的信息,可以是数学研究的对象吗?用大脑控制手去拾地下的铅笔,可以构成“数学控制论”吗?研究数字电子计算机会改变时代吗?他们看见了新的数学,在1948年不约而同地作出了创造性的杰出贡献,影响之大,使人类在20世纪下半叶进入信息时代。

在别人看不见的地方,发现数学问题,解决数学问题,这是最高的数学创新。这比做别人给出的问题,更胜一筹。国际数学奥林匹克竞赛金牌难拿,高考的一些数学题目很不好做。能够拿金牌,得高分,肯定是一种能力。但是只会把“别人已经做过的问题重做一遍”是远远不够的。在看起来“没有数学问题”的地方发现数学问题,那往往是“大”的数学创造。和平饭店的电工同志解决数学问题的可贵,也正在此。对基础教育来说,如何培养这样的创新性学