



普通高等教育“十一五”国家级规划教材



电子信息与电气学科规划教材·电子电气基础课程

信号与系统

(第二版)

吕幼新 张明友 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY <http://www.phei.com.cn>

内 容 简 介

本书全面介绍信号与系统的基本理论和基本分析方法,从连续时间到离散时间,从输入/输出描述到状态描述,力求以统一的观点阐明基本概念和方法。全书共6章,内容包括:信号与系统概述,线性时不变系统的时域分析,连续时间信号与系统的傅里叶分析和复频域分析,离散时间信号与系统的傅里叶分析和Z域分析,并在第4章复频域分析和第6章Z域分析中分别简介了连续时间和离散时间状态变量分析法。

本书取材注意结构的完整性和内容的典型性,注意理论联系实际,深入浅出,并列举了大量例题,特别适合于读者自学。

本书可供电子信息科学与电气信息类专业的本科生和成人自学者使用,也是考研读者的重要参考书,并可供有关科技、工程技术人员作为参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/吕幼新,张明友编. —2版. —北京:电子工业出版社,2007.8

电子信息与电气学科规划教材. 电子电气基础课程

ISBN 978-7-121-04583-7

I. 信… II. ①吕…②张… III. 信号系统—高等学校—教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第109776号

责任编辑:陈晓莉

印 刷:北京市通州大中印刷厂

装 订:三河市鹏成印业有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编100036

开 本:787×1092 1/16 印张:29 25 字数:789千字

印 次:2007年8月第1次印刷

印 数:5 000册 定价:40.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。
联系及邮购电话:(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zits@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010) 88258888。

前 言

《信号与系统》这一课程的内容极为丰富，它是通信、雷达、自动控制、光学、生物电子学、地震勘探等多种学科的一门主干专业基础课程。作为该课程核心的一些基本概念和方法，对于其他的社会和自然类学科都是很重要的。近年来，随着电子技术和集成电路工艺的迅速发展，不同类型的电子计算机已成为信号处理的重要手段，系统设计方面也引起一场变革以适应信息化时代的需要。因此，信号与系统分析方法潜在的和实际的应用一直在扩大，随之而来的该课程的理论教学也在不断地革新，国外每隔一年就有一本这类代表性的著作问世，国内同类书籍也出版过多种。

自审定由我们编写《信号与系统》作为“十一五”电子信息与电气学科国家级规划教材后，我们在原《信号与系统分析》教材的基础上，重点参考了国内外颇受欢迎的由 A. V. Oppenheim 等著的《Signals and Systems (Second Edition)》，A. Ambardar 著的《Analog and Digital Signal Processing》，B. P. Lathi 著的《Linear Systems and Signals (Second Edition)》和 M. J. Roberts 著的《Signals and Systems》4 本代表性著作，并参考了国内大量同类书籍改编而成的。本书是我们 25 年来从事该课程教学所积累资料和经验的总结。

本书的目的在于系统地论述信号与系统的基本概念、基本理论和基本分析方法。本书在体系上有以下几个特点：将信号分析与系统分析二者融为一体，并适当扩充信号分析内容；对连续时间和离散时间信号与系统采用并行的分析方法，通过对比两者的共同点和差异，读者更能加深对各自内容的概念和特性的正确理解；由于受教学时数限制，将状态变量分析法放在第 4 章和第 6 章的复频域和 Z 域分析中作简要介绍，不再另立一章专门论述；在内容选择上注意到时域处理和变换域处理的联系、基本理论与实际应用的联系；考虑到教学时数限制及不同层次，不同专业读者的需求，为此，本书提供了约占全书三分之一的打“* *”的选修内容；为解决“解题难”，我们用三分之一篇幅提供了类型不同、难易程度不同的许多很有启发性的例题，用以介绍分析方法和解题技巧，以便开拓思路，促进对基本概念和基本理论的理解。在各主要章节之后还附有类型各异、不同深度的习题，供读者练习。本书除了供本科生使用外，还可作为报考硕士研究生和博士研究生的广大读者提供有重要价值的系统复习的资料。原教材曾得到广大考生的好评，本书在原教材基础上补充了若干内容和例题，以满足不同院校和不同专业的在读学生和考生的需求。同时，我们还出版了《信号与系统复习考研例题详解》一书，作为本书配套的参考书由电子工业出版社出版。

本书由张明友教授编写第 1 章、第 2 章和第 3 章，吕幼新教授编写第 4 章、第 5 章和第 6 章，孔斌讲师作了全部习题的答案。在教材的编写过程中，电子科技大学肖先赐教授提供了 M. J. Roberts 教授著的《Signals and Systems》，对编写本书有很大帮助，在此表示衷心的感谢！在教学过程中得到了张扬、吕明、杨建宇和延波等同事的大力协助，并为本书提供

了不少素材。李万春讲师和邬震宇讲师为本书稿各校对了一章，研究生张清洪、鄢勃、刘进军、刘宇、张思玉、申秋明、何雅婷等同学曾参与过部分习题的解答工作。在此对他们谨表谢意！此外，电子科技大学的武守俊、安徽理工大学的欧朋和山东聊城唐庄的王云等同学在他们报考硕士研究生期间对原教材先后提出过修正建议，我们也对他们致以谢意！

限于编者水平有限，书中难免有错误和不当之处，希望读者批评指正。

编 者

2007年4月于电子科技大学

目 录

第 1 章 信号与系统概述	1
1.1 信息、消息和信号	1
1.2 信号的类型	2
1.2.1 确定性信号与随机信号	2
1.2.2 连续时间信号与离散时间信号	3
1.2.3 实信号与复信号	6
1.2.4 周期信号与非周期信号	11
1.2.5 能量信号与功率信号	15
1.2.6 奇异信号与普通信号	20
1.3 信号的基本运算	27
1.3.1 相加(或减)	28
1.3.2 相乘	29
1.3.3 时移	30
1.3.4 反折(卷)	31
1.3.5 尺度变换	32
1.3.6 微分(或差分)	38
1.3.7 积分(或累加)	40
1.3.8 信号的奇、偶分解	40
1.3.9 信号对称	42
1.4 系统的概念	46
1.5 系统的分类和性质	49
1.5.1 线性	49
1.5.2 时不变性	51
1.5.3 因果性	53
1.5.4 动态特性(记忆特性)	54
1.5.5 可逆性	55
1.5.6 稳定性	55
1.6 研究系统的方法	55
习题一	57
第 2 章 线性时不变系统的时域分析	63
2.1 线性时不变连续系统的时域解法	63
2.1.1 系统的微分方程经典解法	63
2.1.2 系统的零输入响应与零状态响应解法	67
2.2 连续时间冲激响应和阶跃响应	69
2.2.1 单位冲激响应	69

2.2.2	单位阶跃响应	72
2.2.3	3种标准信号对系统响应的关系	73
2.3	卷积积分	73
2.3.1	卷积法原理	74
2.3.2	卷积积分的图解法	78
2.3.3	卷积运算的性质	80
2.3.4	含有冲激函数的卷积	83
2.3.5	连续系统的因果性和稳定性	86
2.4	连续系统的周期输入响应和周期卷积**	88
2.4.1	周期输入的系统响应	88
2.4.2	周期卷积	89
2.5	杜阿密尔积分**	90
2.6	卷积的数值计算**	91
2.7	相关	93
2.7.1	相关的性质	94
2.7.2	自相关	95
2.8	线性时不变离散系统的时域解法	96
2.8.1	离散系统的递推法	97
2.8.2	离散系统的经典解法	98
2.8.3	离散系统的零输入响应和零状态响应解法	102
2.9	离散时间冲激响应和阶跃响应	104
2.9.1	单位冲激响应	104
2.9.2	单位阶跃响应	106
2.10	离散卷积和	107
2.10.1	图解法	109
2.10.2	利用多项式的乘、除法求解	110
2.10.3	列表法	112
2.10.4	解析法	114
2.10.5	离散时间 LTI 系统的因果性和稳定性	114
2.11	离散系统的周期输入响应和周期卷积**	116
2.11.1	周期输入的系统响应	116
2.11.2	周期卷积	117
2.12	离散相关	118
2.12.1	离散自相关	119
2.12.2	周期离散相关	119
	习题二	119
第3章	连续时间信号与系统的傅里叶分析	129
3.1	连续时间线性时不变系统对复指数信号的响应	129
3.2	周期信号的表示:连续时间傅里叶级数	130
3.2.1	周期信号的傅里叶级数表示	130

3.2.2	广义傅里叶级数:信号作为向量**	132
3.2.3	傅里叶级数系数的公式	138
3.2.4	帕斯瓦尔(Parseval)关系式	141
3.2.5	周期信号的频谱	144
3.2.6	傅里叶级数系数与函数对称性的关系	144
3.3	周期信号的傅里叶级数近似与傅里叶级数的收敛性	147
3.3.1	最小均方近似	147
3.3.2	傅里叶级数的收敛条件	150
3.4	傅里叶级数的性质**	151
3.4.1	时间移位	151
3.4.2	时间尺度变换	152
3.4.3	频谱零内插	152
3.4.4	反折	152
3.4.5	求导	152
3.4.6	积分	153
3.4.7	用求导方法导出傅里叶级数的系数	153
3.4.8	乘法与卷积	154
3.5	非周期信号的表示:连续时间傅里叶变换	157
3.5.1	非周期信号傅里叶变换表示式的导出	157
3.5.2	傅里叶变换的收敛性	159
3.5.3	一些典型信号的傅里叶变换	160
3.5.4	含有冲激函数的傅里叶变换	163
3.5.5	周期信号的傅里叶变换	167
3.6	连续时间信号傅里叶变换的性质	169
3.6.1	奇偶虚实关系	169
3.6.2	线性	172
3.6.3	对偶性	173
3.6.4	时移特性	176
3.6.5	频移特性	176
3.6.6	尺度变换特性	177
3.6.7	时域微分和积分特性	180
3.6.8	频域微分和积分特性	182
3.6.9	时域卷积特性	185
3.6.10	频域卷积特性(又称调制特性)	186
3.6.11	帕斯瓦尔(Parseval)关系式、能量谱和功率谱	192
3.7	希尔伯特变换	197
3.7.1	傅里叶变换对之间的单边特性与解析性的对应关系	197
3.7.2	希尔伯特变换的特性	199
3.7.3	解析信号及包络**	201
3.8	采样定理	203
3.8.1	脉冲序列采样	203

3.8.2	冲激序列采样	206
3.8.3	时域采样定理	207
3.8.4	用零阶保持采样**	209
3.8.5	利用内插从样本值重建信号**	212
3.9	无失真传输与理想低通滤波器	215
3.9.1	信号无失真传输的条件	215
3.9.2	理想低通滤波器	217
3.10	线性时不变连续系统的频域分析法	220
	习题三	223
第4章	连续时间信号与系统的复频域分析	231
4.1	双边拉普拉斯变换	231
4.2	拉普拉斯变换的收敛域及其性质	234
4.2.1	拉普拉斯变换的收敛域	234
4.2.2	拉普拉斯变换收敛域的性质	235
4.3	拉普拉斯变换的性质	239
4.3.1	线性	240
4.3.2	时移特性	240
4.3.3	S域平移特性	240
4.3.4	尺度特性	241
4.3.5	卷积特性	242
4.3.6	时域微分特性	243
4.3.7	时域积分特性	243
4.3.8	S域微分特性	243
4.3.9	S域卷积特性	243
4.4	单边拉普拉斯变换	247
4.4.1	时域微分特性	248
4.4.2	时域积分特性	248
4.4.3	初值定理	249
4.4.4	终值定理	250
4.4.5	开关周期信号的拉普拉斯变换	253
4.5	拉普拉斯逆变换	255
4.5.1	部分分式展开法	255
4.5.2	留数法	263
4.6	系统函数及连续时间系统的复频域分析	264
4.6.1	系统函数	264
4.6.2	系统内部(渐近)稳定性**	265
4.6.3	系统的频率响应特性**	271
4.6.4	线性微分方程的复频域解	280
4.6.5	电网络的复频域解**	284
4.7	连续系统的框图模拟与信号流程图表示	289

4.7.1 系统的框图模拟表示	289
4.7.2 系统的信号流图表示	290
4.7.3 系统模拟	294
4.8 运算放大器电路分析**	299
4.8.1 概述	299
4.8.2 两种典型的传输函数	301
4.9 反馈系统分析**	303
4.9.1 概述	303
4.9.2 反馈系统的稳定性	304
4.10 连续系统的状态变量分析法简介**	307
4.10.1 状态和状态变量	307
4.10.2 连续系统状态方程的建立	308
4.10.3 连续系统状态方程的 S 域解法	314
习题四	317
第 5 章 离散时间信号与系统的傅里叶分析**	324
5.1 离散时间线性时不变系统对复指数序列的响应	324
5.2 周期序列展开为离散时间傅里叶级数	325
5.3 非周期序列的表示:离散时间傅里叶变换	328
5.4 周期序列的离散时间傅里叶变换	333
5.5 傅里叶变换的离散性和周期性在时域与变换域的对称关系	335
5.6 离散时间傅里叶变换的性质	338
5.6.1 周期性	338
5.6.2 线性	338
5.6.3 对称性	339
5.6.4 时移和频移特性	339
5.6.5 时间和频率尺度特性	339
5.6.6 差分与累加	341
5.6.7 频域微分	342
5.6.8 帕斯瓦尔(Parseval)定理	343
5.6.9 卷积特性	343
5.6.10 频域的卷积特性(又称调制特性)	345
5.7 线性时不变离散系统的频域分析法	349
习题五	350
第 6 章 离散时间信号与系统的 Z 域分析	355
6.1 双边 Z 变换	355
6.2 Z 变换的收敛域及其性质	357
6.3 Z 变换的性质	363
6.3.1 线性	363
6.3.2 时移特性	364

6.3.3	频移特性	364
6.3.4	时间反转	364
6.3.5	Z 域微分	365
6.3.6	时域卷积定理	367
6.4	单边 Z 变换	369
6.4.1	单边 Z 变换的时移特性	370
6.4.2	初值定理	372
6.4.3	终值定理	372
6.4.4	离散开关周期信号的 Z 变换	374
6.5	Z 逆变换	375
6.5.1	部分分式展开法	375
6.5.2	长除法(幂级数展开法)	381
6.5.3	围线积分法(留数法)	384
6.5.4	逆变换和收敛域的关系	385
6.6	系统函数及离散时间系统的 Z 域分析法	385
6.6.1	由差分方程描述的系统	386
6.6.2	用系统(传递)函数描述的系统	389
6.6.3	系统函数	390
6.6.4	频率响应的几何确定法**	394
6.6.5	全通滤波器和最小相位系统**	399
6.7	系统的框图模拟以及信号流图表示	401
6.7.1	系统的框图模拟	401
6.7.2	系统的信号流图表示	403
6.8	离散 LTI 系统的稳定性	405
6.9	Z 变换与拉普拉斯变换的关系	411
6.9.1	Z 平面与 S 平面的映射关系	411
6.9.2	离散时间系统和连续时间系统的变换关系**	415
6.10	离散系统的状态变量分析法简介**	427
6.10.1	离散时间系统状态方程的建立方法	428
6.10.2	离散系统状态方程的 Z 域解法	430
	习题六	432
	习题答案	439
	参考文献	456

第 1 章 信号与系统概述

1.1 信息、消息和信号

在人类认识和改造自然界的过程中都离不开获取自然界的信息。所谓信息,是指存在于客观世界的一种事物形象,一般泛指消息、情报、指令、数据、信号等有关周围环境的知识。凡是物质的形态、特性在时间或空间上的变化,以及人类社会的各种活动都会产生信息。千万年来,人类用自己的感觉器官从客观世界获取各种信息,如语言、文字、图像、颜色、声音、自然景物信息等,可以说,人们生活在信息的海洋之中,因此获取信息的活动是人类最基本的活动之一。

所谓消息,是指用来表达信息的某种客观对象,如电报中的电文、电话中的声音、电视中的图像、雷达探测的目标距离、高度、方位等参量都是消息。在得到一个消息后,可能得到一定数量的信息,而所得到的信息,显然与在得到消息前对某一事件的无知程度及得到后对同一事件的无知程度有关。

例如,在发送端传出的消息 A ,在接收端可以看成某一随机事件,在没有收到任何消息之前,它出现的概率 $P(A)$ (先验概率),显然和消息 A 所含有的信息多少有关。如果在接收端事先已知 A 必然发生(消息 A 一定发送),则 A 为必然事件, $P(A)=1$,那么,事实上等于没有传递任何信息,或者说传递的信息量等于零。反之,如果事先认定 A 几乎不可能发生,即 A 为小概率事件, $P(A)\approx 0$ 。但是,在接收端突然发现,它居然发生了,事实上,这的确是一条令人惊奇的消息,它含有完全不知的信息,或者说,这一消息含有极大的信息量。例如,一封“母病重,速归”的电报,如果收报人的母亲一直很健康,那么,这封电报就会使他感到突然和震惊,换句话说,这封电报便含有很大的信息量(“母病重”这一事件对于收报人来说,出现的概率是很小的)。反之,如果在收到这封电报前,收报人已知其母年迈体衰,新染恶疾,那么,这封电报便是意料之中的了,换言之,它并没有带来更多的信息。由此,可把信息与消息在含义上的区别概括为:信息是消息中不确定性的消息(也就是该消息给予受信者的新知识),消息就是知道了的信息。

所谓信号,是指消息的表现形式,是带有信息的某种物理量,如电信号、光信号、声信号等,实际中,将信号转换成电的形式进行处理是很常见的。因为消息的传送一般都不是直接的,而必须借助于一定形式的信号才能便于远距离快速传输和进行各种处理。由于信号是带有信息的某种物理量,这些物理量的变化包含着信息。因此信号可以是随时间变化或随空间变化的物理量。在数学上,信号可以用一个或几个独立变量的函数表示,也可以用曲线图形等表示。

有人这样认为:在人类社会,从原始社会人们利用手势、声音、火光这类非语言传播发展到语言传播是人类信息传播史上的第一次革命。文字的出现,印刷术、纸张的发明和推广应用,使人类社会的传播打破了时间、空间的障碍,标志着信息传播的第二次革命。第三次信息传播革命是与电磁波传播媒介联系在一起的,如电报、电话、无线电广播、电视乃至通信卫星和网络等,一系列现代电磁波传播媒介的出现,使人类收集和传递信息的能力大大提高,这是人

类信息传播史上具有划时代意义的革命。21 世纪人类已步入信息高速公路时代, 因此, 在社会信息化的进程中, 信号与系统分析方法潜在的和实际的应用必将进一步扩大。

传递信息所需的一切技术设备的总和称为通信系统。典型的通信系统的框图, 如图 1-1 所示。在图 1-1 中, 信号源产生含有信息的信号, 通过发射机加工处理后, 沿某一通信线路发送出去。在接收端, 信息信号被提取出来, 再送到终端处理机中。在发射和接收过程中, 还会从各种噪声源引入噪声。

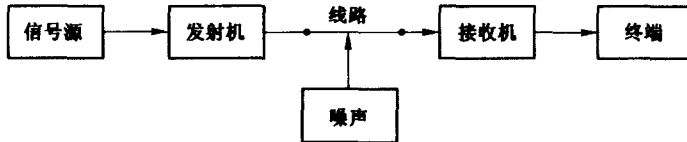


图 1-1 典型的通信系统方框图

本书主要讨论电信号, 即以时间变量作为信号表达式的独立变量。将着重研究信号的各种表示方法, 刻画信号的特征, 并讨论信号与系统的分析计算方法。同时, 对信号的传输和处理等基本问题也将作初步介绍。

1.2 信号的类型

信号对于每一个人都不陌生, 因为我们每时每刻都在与信号打交道。当涉及信号的设计、分析、合成、检测和处理时, 不得不考虑许多不同的信号, 它们的幅度、形状和持续时间会显著地变化。根据信号时间函数的性质, 从不同的研究角度出发, 可将信号大致分为下列类型: 确定性信号与随机信号; 连续时间信号与离散时间信号; 实信号与复信号; 周期信号与非周期信号; 能量信号与功率信号; 奇异信号与普通信号等。

1.2.1 确定性信号与随机信号

确定性信号是指能够以明确的数学表达式或以图形方式物理描述的信号。对于指定的某一时刻, 可以确定一个相应的函数值。工程上, 有许多物理过程产生的信号都是可以重复出现、可以预测的, 且能够用明确的数学表达式表示。例如, 卫星在轨道上的运行、电容器通过电阻放电时电路中电流的变化、机器工作时各个构件的运动等。因此, 它们产生的信号都属于确定性信号。

与确定性信号对应的是随机信号。它是随机的, 不可预测的, 不能以明确的数学表示式表示的, 只能用概率统计方法(如均值或均方值)描述的信号。例如, 在通信传输过程中引入的各种噪声, 如图 1-2 所示, 即使是在同样的条件下进行观察测试, 每次观测的结果都是各不相同的, 呈现出随机性和不可预测性。又如, 汽车行驶时乘客座椅的振动、海面上海浪的起伏、窗外树叶的摆动等, 描述这类运动状态的信号均是随机信号。

图 1-3 示出了 4 种随机的连续时间信号, 虽然这些信号都是随机的, 然而它们具有不同的特性, 如它们在不同的范围里变化, 某些变化的值迅速, 而另一些变化的值较缓慢, 它们的值分布不同, 它们具有不同的平均值等。

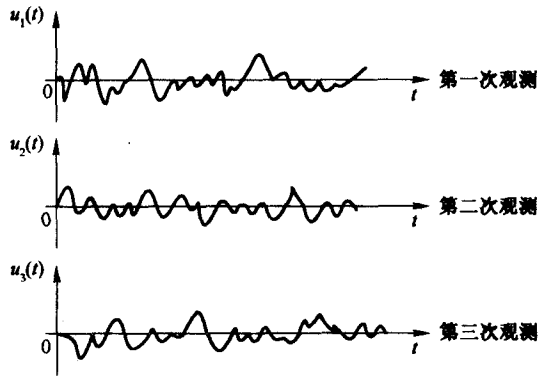
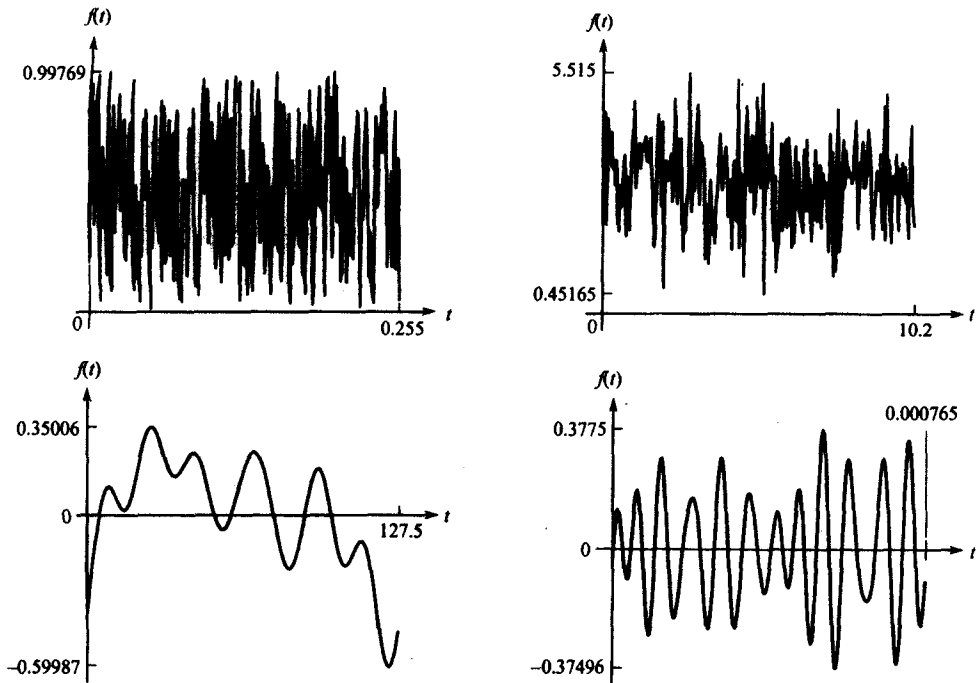


图 1-2 噪声电压信号

图 1-3 4种随机的连续时间信号例图⁽⁴⁾

1.2.2 连续时间信号与离散时间信号

在任何情况下,信号值都与它的(瞬时)幅度相对应。按照信号在时间轴上取值是否连续,又可将信号分成连续时间信号与离散时间信号。连续时间信号是指在连续时间范围内有定义的信号(即在时间 t 的连续值上给出的信号),简称连续的信号,如图 1-4(a)和(b)所示。

由于“连续”是相对时间而言的,故信号幅值可以是不连续的,如图 1-4(b)所示。对于幅值和时间都是连续的信号,又称为模拟信号。

离散时间信号是指时间(其定义域为一个整数集)是离散的信号(或称序列)(即仅在时间 t 的离散值上给出的信号),简称离散信号,如图 1-4(c)和(d)所示。如果离散时间信号不仅在时间上是离散的,而且在幅度上又是量化的,则称为数字信号。如图 1-4(d)所示。

在实际的信号处理中,信号 $f(t)$ 或 $f[n]$ 值都与它的(瞬时)幅度相对应。假设 t 为连续

时间变量, nT_s 为离散时间变量, 其中 T_s 是采样间隔 (Sampling Interval), n 是一个整数。按照图 1-4(e)、(f)、(g) 和 (h) 对连续信号采样量化等步骤可产生与图 1-4(a)、(b)、(c) 和 (d) 相似的 4 种可能的信号。

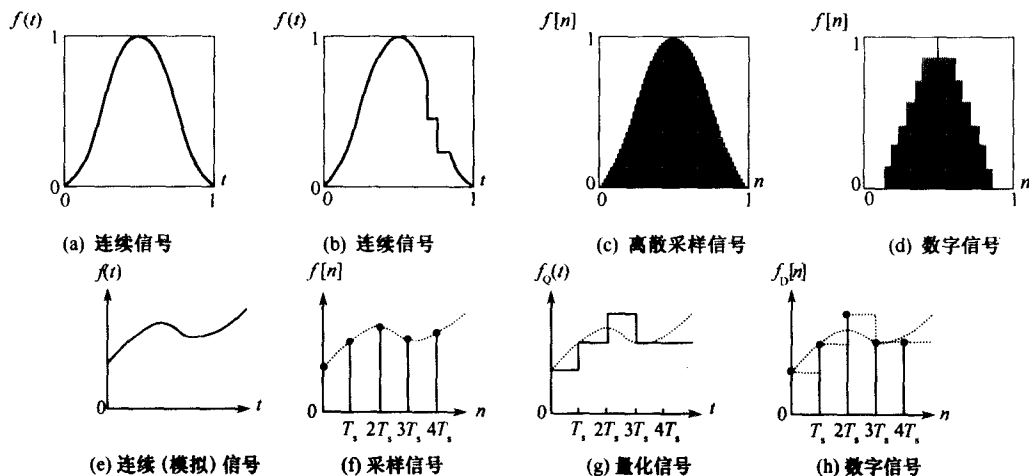


图 1-4 4 种可能的信号

关于离散时间信号的一些理论也适用于数字信号, 所以这两个名词无需严格区分。同样, 对连续信号与模拟信号也不作严格的区分。但在习惯上, 连续信号与离散信号相对应, 模拟信号与数字信号相对应。

连续信号与离散信号可以互相转换。图 1-5 示出了信号处理的两个概念性图示。模拟信号的数字处理要求在处理之前使用模拟信号到数字信号的转换器 (ADC) 来采样模拟信号, 还要求利用数字信号到模拟信号的转换器 (DAC) 将处理过的数字信号再转换回模拟形式, 如图 1-5(b) 所示。例如, 我们之所以能听到 CD 机中播放的音乐, 是首先将歌手的歌声经采样变成数字信号存储在 CD 机中, 在我们听到音乐之前, 将数字信号转换成模拟信号形式, 这种连续变化的模拟信号造成扬声器膜片的振动引起气压的变化而发出声音的。

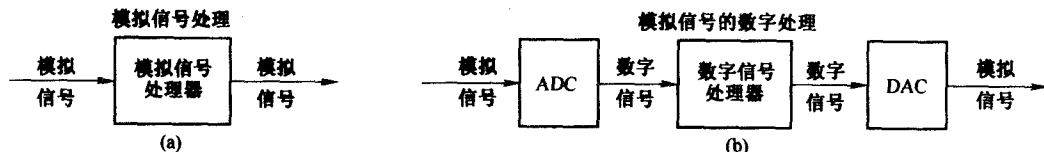


图 1-5 模拟信号与数字信号处理

为了区别连续信号和离散信号, 本书对连续信号采用圆括号, 如 $f(t)$ 。离散信号采用方括号, 如 $f[n]$, 其中自变量 n 只取整数值, 而在 n 为非整数值时函数无定义。离散时间信号往往由对连续时间信号采样来组成, 如图 1-6(a) 所示。若样本都是等间隔的, 则有

$$f[n] = f(nT) \quad (1-1)$$

式中, T 是采样间隔, 相应的采样率 $f_s = 1/T$ (样本/秒)。

例如, 一个正弦连续信号将它进行采样 (离散化) 的结果就得到一个正弦序列, 即

$$f(t)|_{t=nT} = \sin\omega_0 t|_{t=nT}$$

得

$$f(nT) = \sin n\omega_0 T, \quad \text{或} \quad f[n] = \sin n\Omega_0$$

式中, $\Omega_0 = \omega_0 T$ (弧度/样本) 表示每采样间隔的弧度数, 如图 1-6(b) 所示。

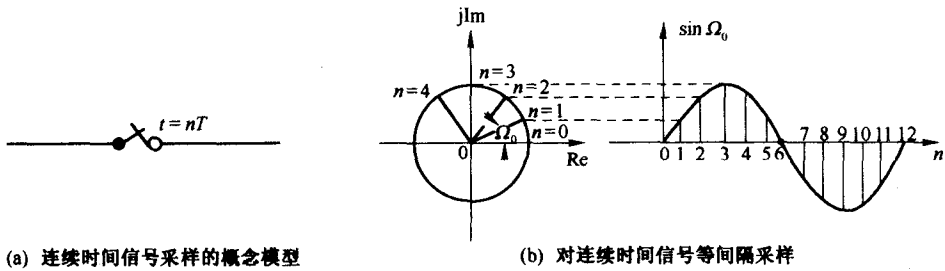


图 1-6 对连续时间信号等间隔采样概念示意图

f_0 和 $\omega_0 = 2\pi f_0$ 的值指的是模拟频率和模拟角频率。归一化的频率 $F_0 = f_0/f_s$ 称为数字频率，它的单位为周/样本。数字角频率 $\Omega_0 = 2\pi F_0$ 是数字弧度频率，它的单位是弧度/样本。因此，数字频率 F_0 是由采样率 f_s 归一化的模拟频率 f_0 ，即

$$F_0(\text{周/样本}) = \frac{f_0(\text{周/秒})}{f_s(\text{样本/秒})}$$

$$\Omega_0(\text{弧度/样本}) = \frac{\omega_0(\text{弧度/秒})}{f_s(\text{样本/秒})} = 2\pi F_0$$

常见的连续信号和离散信号有以下几种情况：

连续信号的持续时间可以是有限的，也可以是无限制的。有限持续时间连续信号称为时限信号，如图 1-7(a)所示；当 $t < a$ (a 为有限的 t_1 或 t_2) 时 $f(t)$ 为零的半无限范围的信号称为右边信号，如图 1-7(b)所示；当 $t > a$ 时 $f(t)$ 为零的半无限范围的信号称为左边信号，如图 1-7(c)所示；当 $t < 0$ 时 $f(t)$ 为零的信号称为因果信号，如图 1-7(d)所示；反之，当 $t \geq 0$ 时 $f(t)$ 为零的信号称为逆因果信号，如图 1-7(e)所示。

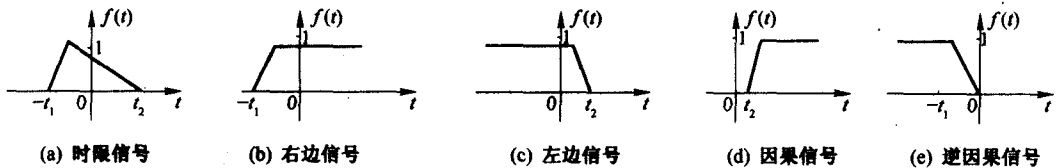


图 1-7 连续时间信号的几种情况

与连续信号一样，离散信号的持续时间也可以是有限的，或无限的。有限持续时间离散信号称为时限序列，如图 1-8(a)所示；若 $n < N$ (N 为有限值) 时 $f[n]$ 为零，则 $f[n]$ 称为右边序列，如图 1-8(b)所示；若 $n > N$ 时 $f[n]$ 为零，则 $f[n]$ 称为左边序列，如图 1-8(c)所示；若 $n < 0$ 时 $f[n]$ 为零，则 $f[n]$ 称为因果序列，如图 1-8(d)所示；若 $n \geq 0$ 时 $f[n]$ 为零，则 $f[n]$ 称为逆因果序列，如图 1-8(e)所示。

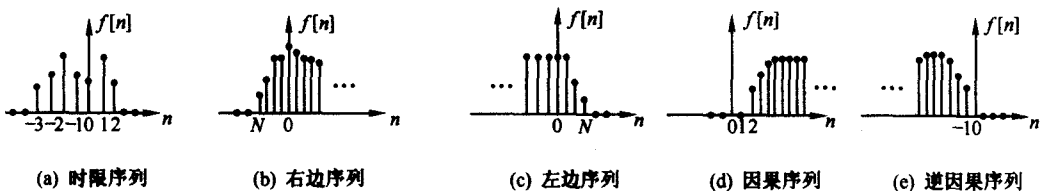


图 1-8 离散时间信号的几种情况

1.2.3 实信号与复信号

用物理方法可实现的信号都是时间的实函数,它在各时刻的函数值均为实数,统称为实信号。图 1-9 示出了在实系统中产生的几个信号的例子。

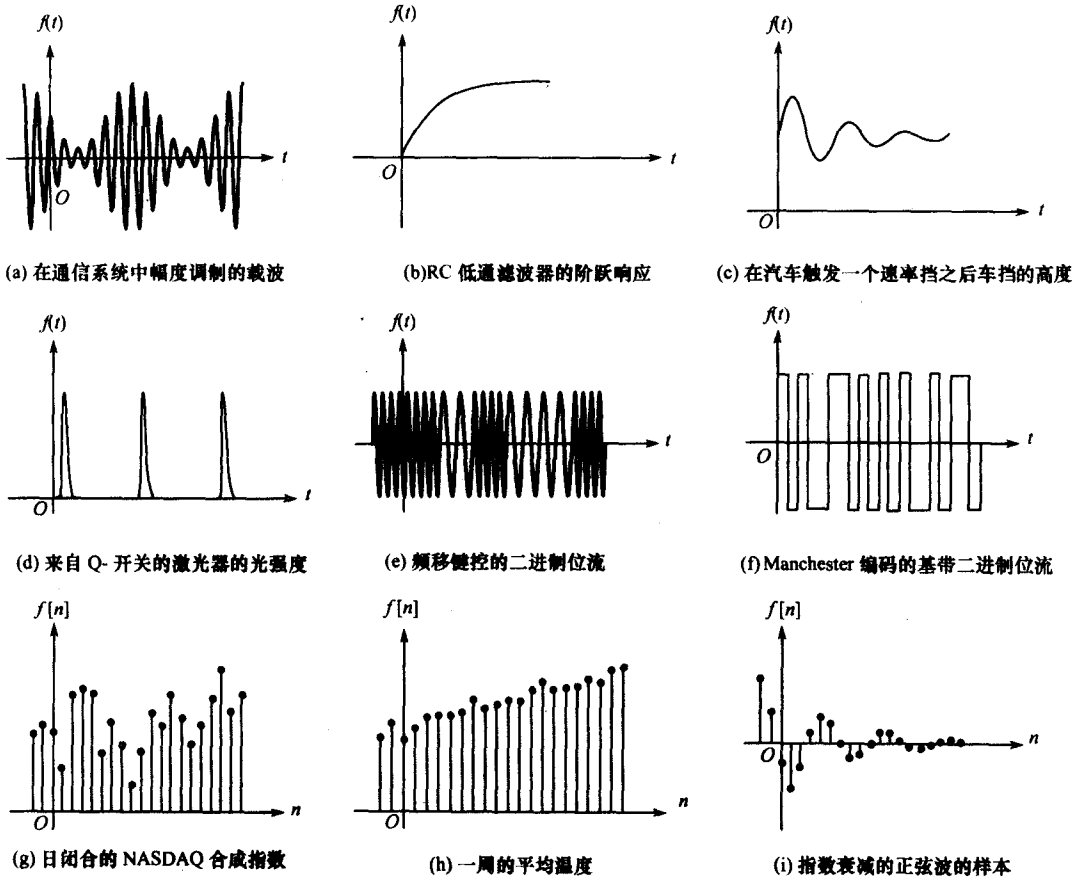


图 1-9 在实系统中产生的几个实信号的例子⁽⁴⁾

1. 几种典型的连续时间实信号

(1) 正弦型信号

正弦信号的表示式为

$$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1-2)$$

式中, A 为振幅; ω 为角频率; φ 为初始相位, 如图 1-10 所示。正弦信号的周期 T 为

$$T = 2\pi/\omega = 1/f$$

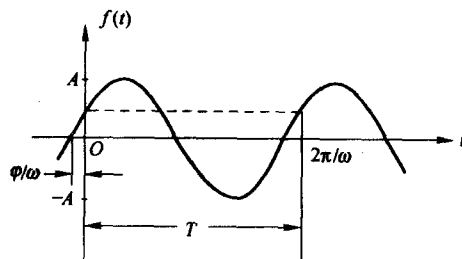


图 1-10 正弦信号

在信号分析中,由于余弦信号同正弦信号只是在相位上相差 $\pi/2$,所以将余弦信号和正弦信号统称为正弦型信号。

(2) 单位阶跃函数 $u(t)$ 、单位斜坡函数 $r(t)$ 和符号函数 $\text{sgn}(t)$

单位阶跃函数、单位斜坡函数和符号函数都是分段的线性信号(可在不同时间间隔上用不同表达式),如图 1-11 所示。

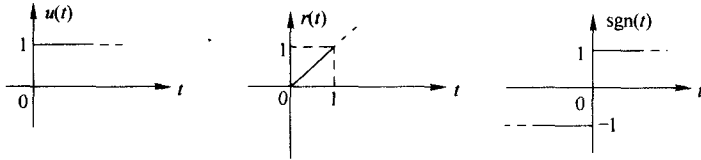


图 1-11 单位阶跃函数、单位斜坡函数和符号函数

它们的定义分别为

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad r(t) = tu(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t > 0 \end{cases} \quad \text{sgn}(t) = \begin{cases} -1, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

单位阶跃 $u(t)$ 在 $t=0$ 处是非连续的,它在这一点的值未被定义,也可定义为间断点处函数左极限值和右极限值之和的一半,即 $1/2$ 。单位阶跃 $u(t)$ 也可被看做是单位斜坡 $r(t) = tu(t)$ 的导数,单位斜坡可被看做是单位阶跃的积分,即

$$u(t) = r'(t) \quad tu(t) = r(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau \quad (1-4)$$

符号函数 $\text{sgn}(t)$ 的特征是在 $t=0$ 时符号会发生变化。它在 $t=0$ 处的值也未定义,可以自定义为左极限值和右极限值的一半,即零。阶跃函数可用来“打开”(或“关闭”)信号,而符号函数可用来变换信号的极性。它们的关系为

$$u(t) = 1/2 + (1/2)\text{sgn}(t) \quad (1-5)$$

(3) 矩形脉冲 $p_\tau(t)$ 和三角脉冲 $q_\tau(t)$ ^①

矩形脉冲信号的表示式为

$$p_\tau(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \tau/2 \\ 0 & |t| > \tau/2 \end{cases} \quad (1-6)$$

如图 1-12(a)所示。

三角脉冲信号的表示式为

$$q_\tau(t) = \begin{cases} 1 - (2|t|/\tau) & |t| \leq \tau/2 \\ 0 & |t| > \tau/2 \end{cases} \quad (1-7)$$

如图 1-12(b)所示。

(4) 抽样函数 $\text{Sa}(t)$ 和辛格函数 $\text{sinc}(t)$

抽样函数 $\text{Sa}(t)$ 的表示式为

$$\text{Sa}(t) = \sin t / t \quad (1-8)$$

如图 1-13(a)所示。该函数的另一种形式称辛格函数 $\text{sinc}(t)$,其表示式为

$$\text{sinc}(t) = \sin \pi t / \pi t \quad (1-9)$$

① 不同的著作对图 1-12 采用不同的符号来表示: $\begin{cases} \text{矩形脉冲: } p_\tau(t), g_\tau(t), \text{rect}(t) \text{ 和 } u(t-1/2\tau) - u(t+1/2\tau) \\ \text{三角脉冲: } q_\tau(t), \text{tri}(t/\tau) \end{cases}$