

适合五省新课标地区使用
(广东、山东、江苏、宁夏、海南)
高中新课标

2008

总复习

2008·高考第一轮辅导丛书

08新课标 / 08新高考 / 08新复习 / 08金榜题名

文科数学

人教A课标本

——·学生用书·——

延边人民出版
社
地址: 延吉市
电话: 0433-2333333
网址: www.yjpp.com

延边人民出版社

总策划 / 风雅颂
责任编辑 / 申明仙
封面设计 / 袁丰琳

2008总复习

G A O K A O Z O N G F U X I

高中语文（一）	高中英语（译林牛津）	高中历史（岳麓）
高中语文（二）	高中英语（重庆大学）	高中历史（人民）
高中数学（人教A）	高中物理（人教）	高中地理（人教）
高中数学（人教B）	高中物理（鲁科）	高中地理（中图）
高中数学（北师大）	高中物理（粤教）	高中地理（鲁教）
高中数学（江苏）	高中物理（沪科）	高中地理（湘教）
高中英语（人教）	高中化学（人教）	高中生物（人教）
高中英语（外研）	高中化学（鲁科）	高中生物（中图）
高中英语（冀教）	高中化学（江苏）	高中生物（江苏）
高中英语（北师大）	高中历史（人教）	高中政治（人教）

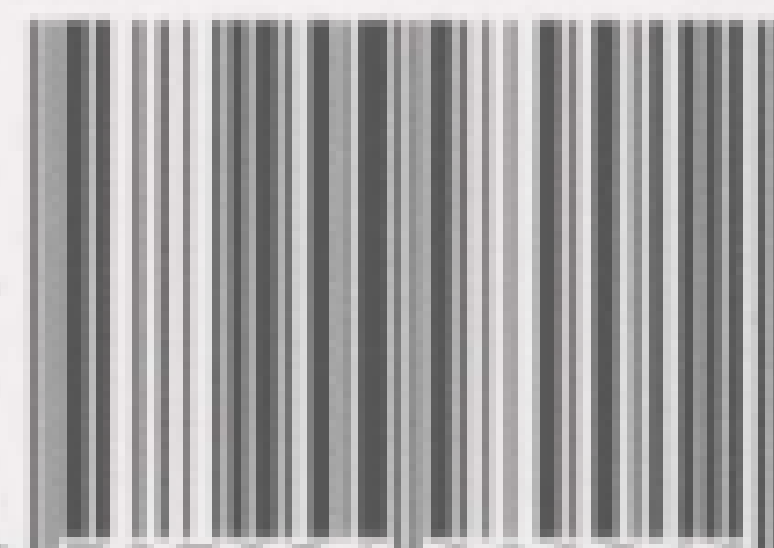
紧扣新课标考纲
科学预测新趋势
揭密解题好技法

渗透探究性理念
讲解详尽且透彻
铸就创新之书魂

ISBN978-7-80698-901-2

定价：44.80元

ISBN978-7-80698-901-2



9 787806 989012 >

适合五省新课标地区使用
(广东、山东、江苏、宁夏、海南)
高中新课标

2008

总复习

文科数学

人教A课标本

特别鸣谢：

山师附中
山东省实验中学
青岛六中
济南九中
潍坊一中
曲师附中
启东中学

南师附中
金陵中学
南京外国语学校
南通中学
淮阴中学
新海中学
华师附中
执信中学

本册主编：王桂永

广东省实验中学
广大附中
协和中学
广州一中
宁夏中学
银川一中
海南中学
华侨中学

—— · 学生用书 · ——

延边人民出版社

M E I L I Z O N G F U X I

**总结规律，分析趋势；
方法探究，轻松备考！**

(1)一般地,一定范围内_____、
_____的全体构成一个集合. 集合中的
的每一个对象称为该集合的_____,简
称_____.

高考第一轮辅导丛书

考点梳理

知识讲解，精彩展示；
重要考点，有的放矢！

专项突破

(45 分钟 100 分)



基础达标

1. (5 分) 集合 $M = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(x, y) \mid x^2 - y = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数为()
- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个



应用探究

12. (10 分) 已知 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a^2, b^2, c^2, d^2, e^2\}$, 其中 a, b, c, d, e 均为非零自然数, 若 $a < b < c < d < e$, 且 $A \cap B = \{a, d\}$, $a + d = 10$, 已知 $A \cup B$

的元素之和为 224, 求:

(1) a 和 d ; (2 分)

模拟演练

(45 分钟 100 分)

1. (5 分) (2006 年, 济宁模拟) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 则 $A \cap (\complement_U B)$ 等于()
- A. $\{4, 5\}$ B. $\{2, 4, 5, 7\}$
C. $\{1, 6\}$ D. $\{3\}$
2. (5 分) (2006 年, 菏泽模拟) 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{x \mid x = 2a, a \in M\}$, 则集合 $M \cap N = ()$
- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 2\}$

模块 1 高考模拟

(时间: 120 分钟 分值: 150 分)

第 I 卷 (选择题, 共 40 分)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ 等于()
- A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{3\}$
C. $\{1, 2, 4, 5\}$ D. $\{1, 5\}$
2. 满足条件 $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, 且 $A \cap \{x \mid x^2 < 2x, x \in \mathbf{N}\} \neq \emptyset$ 的集合 A 的个数为()
- A. 6 个 B. 7 个
C. 8 个 D. 9 个

第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 12 分) 若集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 8 < 0\}$, $B = \{x \mid x - m < 0\}$.
- (1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围; (6 分)

(2) 若 $A \subsetneq B$, 求实数 m 的取值范围. (6 分)

专项突破

夯实基础，提升能力；
探究创新，挑战潜能！

模拟演练

轻松演练，历届模拟；
提升能力，培养题感！

高考模拟

模拟试题，科学实用；
全面体现，高考信息！

目录

CONTENT

模块一

2008 考纲解读	1
模块 1 高考模拟	5

模块二

2008 考纲解读	8
第一讲 函数及其应用	9
第二讲 函数的基本性质	14
第三讲 指数函数	20
第四讲 对数函数	24
第五讲 幂函数	30
第六讲 函数与方程	34
第七讲 函数模型及其应用	36
模块 2 高考模拟	42

模块三

2008 考纲解读	45
第一讲 空间几何体	46
第二讲 点、直线、平面之间的位置关系	50
第三讲 直线、平面平行的判定及其性质	55
第四讲 直线、平面垂直的判定及其性质	60
第五讲 空间几何体的表面积与体积	65
模块 3 高考模拟	69

模块四

2008 考纲解读	72
第一讲 直线与方程	73
第二讲 圆与方程	79
第三讲 空间直角坐标系	84
第四讲 椭圆	89
第五讲 双曲线	95
第六讲 抛物线	101
第七讲 直线与圆锥曲线	107
模块 4 高考模拟	114

模块五

2008 考纲解读	119
-----------------	-----

第一讲 算法与程序框图	119
第二讲 基本算法语句	124
第三讲 算法案例	129
第四讲 框图	131
模块 5 高考模拟	135

模块六

2008 考纲解读	138
第一讲 抽样方法	139
第二讲 用样本估计总体	143
第三讲 变量间的相关关系	147
第四讲 统计案例	151
模块 6 高考模拟	155

模块七

2008 考纲解读	159
第一讲 随机事件、互斥事件及其概率	160
第二讲 古典概型	164
第三讲 几何概型	168
模块 7 高考模拟	173

模块八

2008 考纲解读	175
第一讲 任意角和弧度制 任意角的三角函数	176
第二讲 三角函数的诱导公式	181
第三讲 三角函数的图象与性质	186
第四讲 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象 三角函数模型的简单应用	192
第五讲 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	198
第六讲 简单的三角恒等变换	202
模块 8 高考模拟	205

模块九

2008 考纲解读	208
第一讲 平面向量的实际背景及基本概念 平面向量的线性运算	209
第二讲 平面向量的基本定理及坐标表示	214

目录

CONTENT

第三讲 平面向量的数量积	
平面向量应用举例	218
第四讲 正弦定理和余弦定理	224
第五讲 应用举例	228
模块 9 高考模拟	231

模块十

2008 考纲解读	234
第一讲 数列的概念与简单表示法	235
第二讲 等差数列 等差数列的前 n 项和	240
第三讲 等比数列 等比数列的前 n 项和	244
第四讲 数列的综合应用	250
第五讲 合情推理与演绎推理 直接证明与间接证明	256
模块 10 高考模拟	260

模块十一

2008 考纲解读	263
第一讲 不等关系与不等式	264
第二讲 一元二次不等式及其解法	267
第三讲 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	271

第四讲 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$	275
---	-----

模块 11 高考模拟	278
------------------	-----

模块十二

2008 考纲解读	281
第一讲 命题及其关系 充分条件与必要条件	282
第二讲 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词	285
模块 12 高考模拟	288

模块十三

2008 考纲解读	291
第一讲 变化率与导数 导数的计算	292
第二讲 导数在研究函数中的应用 生活中的优化问题	296
模块 13 高考模拟	304

模块十四

2008 考纲解读	307
模块 14 高考模拟	311
参考答案	314

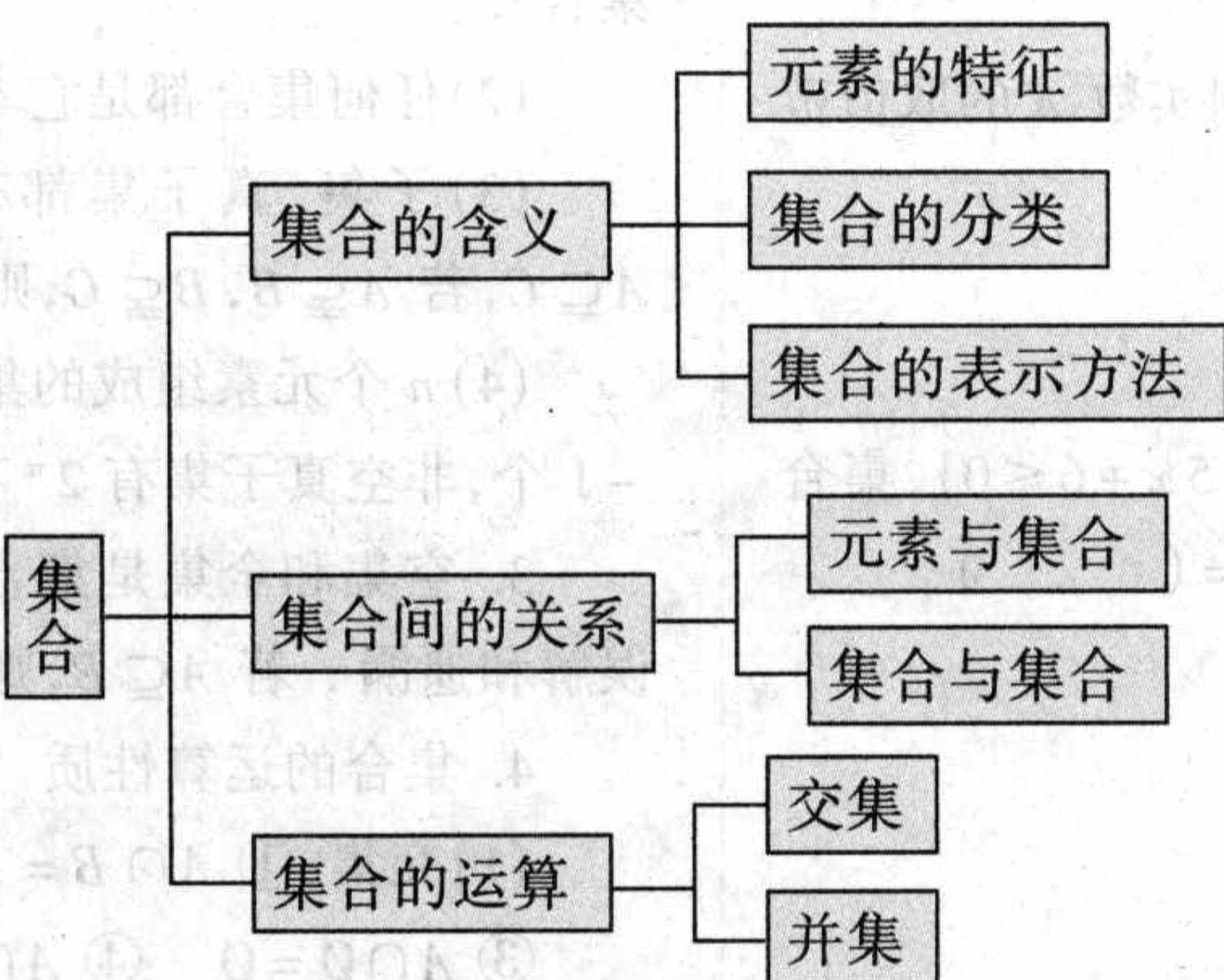
模块一

必修1

第一章 集合与函数概念(1.1)

2008 考纲解读

知识网络



考纲要求

- 集合的含义与表示
 - 了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系。
 - 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题。
- 集合间的基本关系
 - 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集。
 - 在具体情境中,了解全集与空集的含义。
- 集合的基本运算
 - 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集。
 - 理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集。
 - 能使用韦恩图(Venn)表达集合的关系及运算。

命题趋势

集合作为高中数学的一种基本语言工具,几乎为全国高考的必考内容,多以选择题的形式出现,分值约占总分的3.3%~8%。在2006年的高考中有12个省市对该知识点

进行考查。如江苏卷第7题,安徽卷第12题,均属中档难度选择题。

预测2008年高考对该模块的考查为:

集合在命题时,仍会以基本题型为主,大多数是选择题、填空题,从涉及知识上讲,需与映射、函数、方程、不等式、充要条件等知识综合命题,还可能出小型应用题以及开放题。

真题调研

- (2006年,江苏)若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$,则一定有()
 - $A \subseteq C$
 - $C \subseteq A$
 - $A \neq C$
 - $A = \emptyset$
- (2006年,山东)定义集合运算: $A \odot B = \{z \mid z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$. 设集合 $A = \{0, 1\}, B = \{2, 3\}$,则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为()
 - 0
 - 6
 - 12
 - 18
- (2006年,全国II)已知集合 $M = \{x \mid x < 3\}, N = \{x \mid \log_2 x > 1\}$,则 $M \cap N = ()$
 - $\emptyset$
 - $\{x \mid 0 < x < 3\}$
 - $\{x \mid 1 < x < 3\}$
 - $\{x \mid 2 < x < 3\}$



4. (2006年, 辽宁) 设集合 $A = \{1, 2\}$, 则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ 的集合 B 的个数是()

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 8

5. (2006年, 安徽) 设集合 $A = \{x \mid |x-2| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$,

$B = \{y \mid y = -x^2, -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$ 等于

- ()
A. $\mathbf{R}$ B. $\{x \mid x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$
C. $\{0\}$ D. $\emptyset$

6. (2006年, 江西) 已知集合 $M = \{x \mid \frac{x}{(x-1)^3} \geq 0\}$, $N =$

$\{y \mid y = 3x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N$ 等于()

- A. $\emptyset$
B. $\{x \mid x \geq 1\}$
C. $\{x \mid x > 1\}$
D. $\{x \mid x \geq 1 \text{ 或 } x < 0\}$

7. (2006年, 湖南) 设函数 $f(x) = \frac{x-a}{x-1}$, 集合 $M = \{x \mid f(x)$

$< 0\}$, $P = \{x \mid f'(x) > 0\}$. 若 $M \subsetneq P$, 则实数 a 的取值范围是()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(0, 1)$
C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

8. (2006年, 四川) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 \leq 0\}$, 集合

$B = \{x \mid |2x-1| > 3\}$, 则集合 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$
B. $\{x \mid 2 \leq x < 3\}$
C. $\{x \mid 2 < x \leq 3\}$
D. $\{x \mid -1 < x < 3\}$

9. (2006年, 福建) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 且 $A = \{x \mid |x-1| >$

$2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 6x + 8 < 0\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B$ 等于()

- A. $[-1, 4)$ B. $(2, 3)$
C. $(2, 3]$ D. $(-1, 4)$

10. (2006年, 重庆) 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A =$

$\{2, 4, 5, 7\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ ()

- A. $\{1, 6\}$ B. $\{4, 5\}$
C. $\{2, 3, 4, 5, 7\}$ D. $\{1, 2, 3, 6, 7\}$

11. (2006年, 上海) 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合

$B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.

规律方法



考点诠释

1. 重点: 了解集合的含义与表示方法, 理解集合间包含与相等的含义, 会用集合语言表达数学对象或数学内容. 理解两个集合的并集与交集的含义, 会用集合语言表达数学对象或数学内容.

2. 难点: 区别元素与集合的属于与包含关系, 恰当选择列举法和描述法表示集合. 理解交集、并集、补集的概念及其符号之间的区别.

3. 疑难点突破: 本模块内容中有四类常见的疑难问题, 一是对于抽象符号的理解和记忆, 如“ $\in$ ”与“ $\subseteq$ ”、几种数集的符号、描述法表示集合等; 二是集合中元素含有字母时, 容易忽视元素的互异性而导致失误; 三是集合的包含关系转化为等式或不等式问题; 四是集合的运算问题, Venn图和数轴是帮助理解交集、并集、补集的概念, 正确进行集合运算的良好工具, 在学习时要注意体会.



方法探究

1. 解答集合问题, 必须准确理解集合的有关概念, 对于用描述法给出的集合 $\{x \mid x \in P\}$, 要紧紧抓住竖线前面的代表元素 x 以及它所具有的性质 P , 例如: $A = \{x \mid y = 2^x\} = \mathbf{R}$, 而 $B = \{y \mid y = 2^x\} = \{y \mid y > 0\}$.

2. 准确理解子集、真子集的概念

(1) 空集是任何非空集合的真子集, 即 $\emptyset \subsetneq A$ (A 是非空集合).

(2) 任何集合都是它本身的子集, 即 $A \subseteq A$.

(3) 子集、真子集都有传递性, 即若 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$, 若 $A \subsetneq B$, $B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$.

(4) n 个元素组成的集合的子集有 2^n 个, 真子集有 $2^n - 1$ 个, 非空真子集有 $2^n - 2$ 个.

3. 空集和全集是集合中的特殊集合, 应引起重视, 避免误解和遗漏. 若 $A \subseteq B$, 则应优先考虑 $A = \emptyset$ 的情况.

4. 集合的运算性质

(1) 交集: ① $A \cap B = B \cap A$ ② $A \cap A = A$

③ $A \cap \emptyset = \emptyset$ ④ $A \cap B \subseteq A$, $A \cap B \subseteq B$

⑤ $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$

(2) 并集: ① $A \cup B = B \cup A$ ② $A \cup A = A$

③ $A \cup \emptyset = A$ ④ $A \cup B \supseteq A$, $A \cup B \supseteq B$

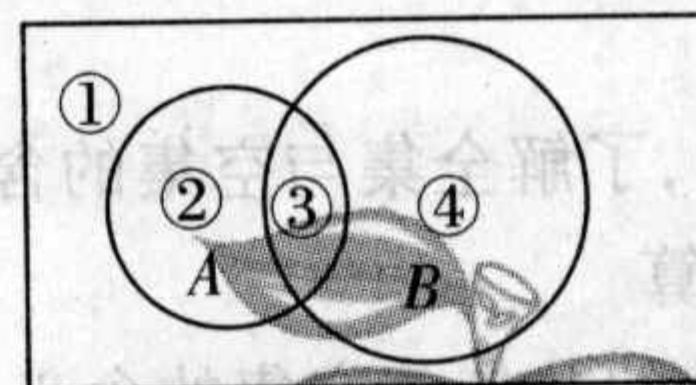
⑤ $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$

(3) 交集、并集、补集的关系

① $A \cap \complement_U A = \emptyset$; $A \cup \complement_U A = U$.

② $\complement_U(A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$; $\complement_U(A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$.

③ 对于元素个数的计算问题, 可参照下图, 其中 U 为全集:



区域①、②、③、④分别表示: $\complement_U(A \cup B)$ 、 $A \cap \complement_U B$ 、 $A \cap B$ 、 $B \cap \complement_U A$.

5. 解决集合问题时要注意以下几点: ①明确集合的元素的意义, 它是怎样类型的对象(如数、点、图形等); ②弄清集合由哪些元素所组成, 这就需要我们z把抽象的问题具体化、形象化, 也就是善于对集合的三种语言(文字、符号、图形)之间相互转化, 同时还要善于对用多个参数表示的符号描述法 $\{x \mid P(x)\}$ 的集合化到最简形式; ③要善于运用数形结合、分类讨论、化归与转化等数学思想方法来解决集合的

问题;④集合问题多与函数、方程、不等式等知识综合在一起,要注意各类知识的融会贯通.

考点梳理

1. 集合的含义与表示

(1)一般地,我们把研究对象统称为_____,把一些元素组成的总体叫做_____,简称_____.

(2)集合中的元素有三个特性:①_____;②_____;③_____.

(3)集合中元素与集合的关系分别为_____和_____两种,分别用_____和_____来表示.

(4)几个常用集合的记法

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记法	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}^+$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$

(5)集合有三种表示方法:_____,_____,_____,它们各有优点,用什么方法来表示集合,要具体问题具体分析.

2. 集合间的基本关系

(1)一般地,对于两个集合 A, B ,如果_____,我们就说这两个集合有包含关系,称集合 A 为集合 B 的子集,记作_____.

(2)对于两个集合 A, B ,若_____且_____,则称集合 A 与集合 B 相等.

(3)如果集合 $A \subseteq B$,但存在元素 $x \in B$,且 $x \notin A$,我们称集合 A 是集合 B 的_____,记作_____.

(4)不含任何元素的集合叫做_____,记作_____,并规定:空集是任何集合的子集.

3. 集合的基本运算

(1)一般地,由所有_____的元素所组成的集合,称为集合 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$,即: $A \cup B =$ _____.

(2)一般地,由属于_____的所有元素组成的集合,称为 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$,即: $A \cap B =$ _____.

(3)如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为_____,通常记作_____.

(4)对于一个集合 A ,由全集 U 中_____的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,记作 $\complement_U A$,即 $\complement_U A =$ _____.

专项突破

(45 分钟 100 分)



基础达标

1. (5 分)集合 $M = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$, $N = \{(x, y) \mid x^2 - y = 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$,则集合 $M \cap N$ 中元素的个数为()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

2. (5 分)已知集合 $A = \{-1, 2\}$, $B = \{x \mid mx + 1 = 0\}$,若 $A \cap B = B$,则所有实数 m 组成的集合为()

- A. $\{-1, 2\}$
B. $\{1, -\frac{1}{2}\}$
C. $\{-\frac{1}{2}, 0, 1\}$
D. $\{-1, 0, -\frac{1}{2}\}$

3. (5 分)若全集 $U = \mathbb{R}$,集合 $M = \{x \mid x^2 > 4\}$, $N = \{x \mid \frac{3-x}{x+1} > 0\}$,则 $M \cap (\complement_U N)$ 等于()

- A. $\{x \mid x < -2\}$
B. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$
C. $\{x \mid x \geq 3\}$
D. $\{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$

4. (5 分)设 U 为全集,非空集合 A, B 满足 $A \subsetneq B$,则下列集合中为空集的是()

- A. $A \cap B$ B. $A \cap \complement_U B$
C. $B \cap \complement_U A$ D. $\complement_U A \cap \complement_U B$

5. (5 分)若 $P = \{2, 3, 4\}$, $Q = \{1, 3, 5\}$, $M = \{3, 5, 6\}$,则

- $\complement_P(P \cap M) \cup \complement_M(M \cap Q) =$ ()
A. $\{2, 4\}$
B. $\{2, 4, 6\}$
C. $\{1, 2, 4, 6\}$
D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

6. (5 分)对于集合 M, N 定义 $M - N = \{x \mid x \in M, \text{且 } x \notin N\}$, $M \oplus N = (M - N) \cup (N - M)$, 设 $A = \{y \mid y = x^2 - 3x, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y \mid y = -2^x, x \in \mathbb{R}\}$,则 $A \oplus B =$ ()

- A. $(-\frac{9}{4}, 0]$
B. $[-\frac{9}{4}, 0)$
C. $(-\infty, -\frac{9}{4}) \cup [0, +\infty)$
D. $(-\infty, -\frac{9}{4}] \cup (0, +\infty)$

7. (15 分)用列举法表示下列集合:

- (1) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{6}{6-x} \in \mathbb{N}\}$ 与 $B = \{\frac{6}{6-x} \in \mathbb{N} \mid x \in \mathbb{N}\}$;
(2) $C = \{y \mid y = -x^2 + 4, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$ 与 $D = \{(x, y) \mid y = -x^2 + 4, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$;
(3) $E = \{x \mid x = \frac{p}{q}, p + q = 5, p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}^*\}$.

则 $A =$ _____, $B =$ _____, $C =$ _____,
 $D =$ _____, $E =$ _____.

8. (5 分)设集合 $A = \{(x, y) \mid 2x + y = 1, x, y \in \mathbb{R}\}$, $B = \{(x, y) \mid a^2x + 2y = a, x, y \in \mathbb{R}\}$,若 $A \cap B = \emptyset$,则 a 的值为_____.



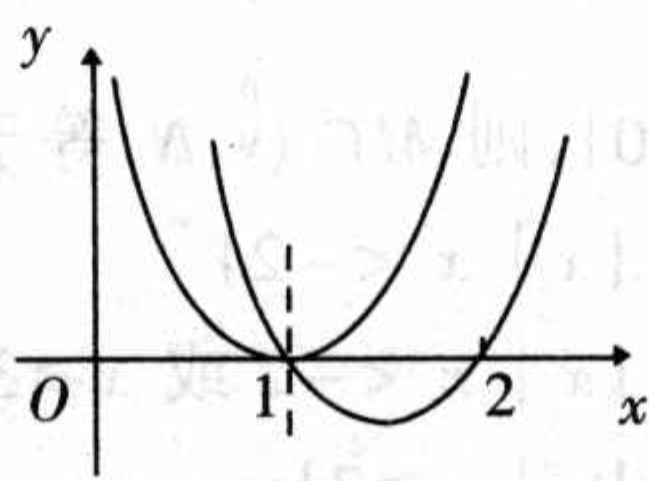
9. (5分) 设函数 $y = \lg(x^2 - 2x - 3)$ 的定义域为 M , 不等式 $|x - 1| \geq a$ 的解集为 N , 且 $M \subsetneq N$, 则 a 的取值范围是 _____.

10. (10分) 已知 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, 定义集合 A, B 之间的运算 $*$, $A * B = \{x \mid x = x_1 + x_2, x_1 \in A, x_2 \in B\}$, 则集合 $A * B$ 中最大的元素是 _____, 集合 $A * B$ 的所有子集的个数为 _____.



应用探究

11. (10分) 如图, 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x + a \leq 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, 且 $A \subsetneq B$, 求实数 a 的取值范围.



12. (10分) 已知 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a^2, b^2, c^2, d^2, e^2\}$, 其中 a, b, c, d, e 均为非零自然数, 若 $a < b < c < d < e$, 且 $A \cap B = \{a, d\}$, $a + d = 10$, 已知 $A \cup B$ 的元素之和为 224, 求:

(1) a 和 d ; (2分)

(2) $b + c + e + b^2 + c^2 + e^2$; (2分)

(3) e ; (2分)

(4) A . (4分)



优化创新

13. (15分) 设集合 $A = \{(x, y) \mid ay^2 - x - 1 = 0\}$, $B = \{(x, y) \mid 4x^2 + 2x - 2y + 5 = 0\}$, $C = \{(x, y) \mid y = kx + b\}$.

(1) 若 $a = 0$, 求 $A \cap B$; (7分)

(2) 若 $a = 1$, 是否存在自然数 k 和 b , 使得 $(A \cap C) \cup (B \cap C) = \emptyset$? 若存在, 请求出 k 和 b 的值; 若不存在, 请说明理由. (8分)

模拟演练

(40分钟 80分)

1. (5分) (2006年, 济宁模拟) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 则 $A \cap (\complement_U B)$ 等于()

A. $\{4, 5\}$ B. $\{2, 4, 5, 7\}$

C. $\{1, 6\}$ D. $\{3\}$

2. (5分) (2006年, 菏泽模拟) 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{x \mid x = 2a, a \in M\}$, 则集合 $M \cap N = ()$

A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$

C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 2\}$

3. (5分) (2006年, 泰安一中模拟) 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{0, 3, 5\}$, $M \cap (\complement_U N) = \{0, 3\}$, 则满足条件的集合 N 共有()

A. 4个 B. 6个

C. 8个 D. 16个

4. (5分) (2007年, 佛山模拟) 已知集合 $A = \{(x, y) \mid y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = 2x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B$ 的元素数目为()

A. 0个 B. 1个

C. 2个 D. 无穷多个

5. (5分) (2007年, 中山模拟) 已知集合 $P = \{1, 2\}$, 那么满足 $Q \subseteq P$ 的集合 Q 的个数是()

A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

6. (5分) (2007年,黄冈模拟)某地对农户抽样调查,结果如下:电冰箱拥有率为49%,电视机拥有率为85%,洗衣机拥有率为44%,至少拥有上述三种电器中两种以上的占63%,三种电器齐全的为25%,那么一种电器也没有的相对贫困户所占比例为()
- A. 10% B. 12%
C. 15% D. 27%
7. (5分) (2005年,吉林期末)集合 $A = \{(x, y) \mid y = 2^x\}$, $B = \{(x, y) \mid y > 0, x \in \mathbf{R}\}$ 之间的关系是()
- A. $A \subsetneq B$ B. $A \supsetneq B$
C. $A = B$ D. $A \cap B = \emptyset$
8. (5分) (2006年,东城模拟)设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid x < -3 \text{ 或 } x \geq 2\}$, $B = \{x \mid -1 < x < 5\}$, 则集合 $\{x \mid -1 < x < 2\}$ 是()
- A. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ B. $\complement_U (A \cup B)$
C. $(\complement_U A) \cap B$ D. $A \cap B$
9. (5分) (2005年,西城模拟)已知集合 $M = \{x \mid x^2 - 4 < 0\}$, $N = \{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, 则集合 $M \cap N$ 等于()
- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0\}$
10. (5分) (2004年,崇文模拟)已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A, B \subseteq U$, 若 $A \cap B = \{4\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{2, 5\}$, 则集合 B 等于()
- A. $\{2, 4, 5\}$ B. $\{2, 3, 5\}$
C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4\}$

11. (5分) (2006年,湖南十校模拟)某班有50名学生报名参加两项比赛,参加A项的有30人,参加B项的有33人,且A、B都不参加的同学比A、B都参加的同学的三分之一多一人,则只参加A项,没有参加B项的学生有____人.
12. (5分) (2006年,德州模拟)已知集合 $M = \{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*\}$, 那么 $M \cap N$ 等于_____.
13. (5分) (2007年,青岛联考)求 $\{x \mid y = \lg(4x^2 - 4)\} \cap \{y \mid y = 2x^2 - 3\}$ 等于_____.
14. (15分) (2007年,广东模拟)已知关于 x 的不等式 $\frac{ax - 5}{x^2 - a} < 0$ 的解集为 M .
- (1) 当 $a = 4$ 时,求集合 M ; (7分)

(2) 若 $3 \in M$ 且 $5 \notin M$, 求实数 a 的取值范围. (8分)

模块1 高考模拟

(时间:120分钟 分值:150分)

第I卷 (选择题,共60分)

一、选择题 (本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$ 的定义域为 M , $g(x) = |x|$ 的定义域为 N , 令全集 $I = \mathbf{R}$, 则 $M \cap N =$ ()
- A. M B. N C. $\complement_I M$ D. $\complement_I N$
2. 已知 $M = \{y \mid y = x^2\}$, $N = \{y \mid x^2 + y^2 = 2\}$, 则 $M \cap N$ 等于()
- A. $\{(1, 1), (-1, 1)\}$ B. $\{1\}$
C. $[0, 1]$ D. $[0, \sqrt{2}]$
3. 集合 $P = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n - 1, \dots\} (n \in \mathbf{N}^*)$, 若 $a \in P$, $b \in P$, 则 $a \oplus b \in P$, 则运算 $\oplus$ 可能是()
- A. 加法 B. 减法
C. 除法 D. 乘法
4. 设 $S = \{x \mid x = \sqrt{3k + 1}, k \in \mathbf{N}\}$, $T = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $S \cap T$ 等于()
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 4\}$
C. $\{2, 4\}$ D. $\{1, 2, 4\}$

5. 设集合 $P = \{x \mid x = \frac{k}{3} + \frac{1}{6}, k \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x \mid x = \frac{k}{6} + \frac{1}{3}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则()
- A. $P = Q$ B. $P \subsetneq Q$
C. $P \supsetneq Q$ D. $P \cap Q = \emptyset$
6. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ 等于()
- A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{3\}$
C. $\{1, 2, 4, 5\}$ D. $\{1, 5\}$
7. 满足条件 $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, 且 $A \cap \{x \mid x^2 < 2x, x \in \mathbf{N}\} \neq \emptyset$ 的集合 A 的个数为()
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
8. 设集合 $M = \{x \mid x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x^2 - x - 2 < 0\}$, $N = \{x \mid x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x^2 - a^2 \geq 0, \text{ 其中 } a > 0\}$, 且 $M \cap N = \emptyset$, 那么实数 a 的取值范围是()
- A. $a < 1$ B. $a \leq 1$
C. $a > 2$ D. $a \geq 2$
9. 设 $f: x \rightarrow x^2$ 是集合 A 到 B 的映射, 如果 $A = \{1, 2\}$, 则 $A \cap B$ 只可能是()
- A. $\emptyset$ B. $\emptyset$ 或 $\{1\}$

C. {1} D. $\emptyset$ 或 {2}10. 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{y \mid x^2 + y^2 = 1, x \in A\}$, 则 A 与 B 的关系为()A. $A = B$ B. $A \subsetneq B$
C. $A \supsetneq B$ D. $A \supseteq B$ 11. 设全集 $U = \{1, 3, 5, 7\}$, 集合 $M = \{1, a-5\}$, $M \subseteq U$, $\complement_U M = \{5, 7\}$, 则实数 a 的值为()

A. 2 B. 8 C. -2 D. -8

12. 设 A, B 是非空集合, 定义 $A \times B = \{x \mid x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$, 已知: $A = \{y \mid y = \sqrt{2x-x^2}\}$, $B = \{y \mid y = 2^x (x > 0)\}$, 则 $A \times B$ 等于()A. $[0, 1] \cup (2, +\infty)$ B. $[0, 1) \cup (2, +\infty)$
C. $[0, 1]$ D. $[0, 2]$

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中的横线上)

13. $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$.14. 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \subseteq T, T \subseteq S$, 若 $Z = S \cap T$, 那么 $S \cup Z =$.15. 已知全集 $U = \{(x, y) \mid x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $A = \{(x, y) \mid \frac{y-4}{x-2} = 3\}$, $B = \{(x, y) \mid y = 3x-2\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$.16. 点集 C_1, C_2, C_3, C_4 分别表示函数 $f_1(x) = 3^x, f_2(x) = 3^{|x|}, f_3(x) = 3^{-x}, f_4(x) = 3^{-|x|}$ 的图象, 给出以下四个命题:① $C_1 \subseteq C_2$ ② $C_1 \cup C_3 = C_4 \cup C_3$
③ $C_4 \subseteq C_3$ ④ $C_1 \cap C_3 = C_2 \cap C_4$

其中正确的命题是 .

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分) 若集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 8 < 0\}$, $B = \{x \mid x - m < 0\}$.(1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围; (6 分)(2) 若 $A \subsetneq B$, 求实数 m 的取值范围. (6 分)18. (本小题满分 12 分) 设集合 $P = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $Q = \{x \mid ax - 2 = 0\}$, 如果 $Q \subseteq P$, 求实数 a 的取值范围所组成的集合.19. (本小题满分 12 分) 对点集 $A = \{(x, y) \mid y = -3x + 2, x \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{(x, y) \mid y = a(x^2 - x + 1), x \in \mathbf{N}^*\}$, 求证: 存在唯一的非零整数 a , 使得 $A \cap B \neq \emptyset$.20. (本小题满分 12 分) 已知 $A = \{x \mid \frac{a}{x+3} \leq 1\}$, $B = \{x^2 + px + q \leq 0\}$, 且 $A \cup B = \mathbf{R}$, $A \cap B = \{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$, 求实数 a, p, q 的值.

21. (本小题满分 12 分) 已知集合 M 是满足下列性质的函数 $f(x)$ 的全体: 存在非零常数 k , 对任意 $x \in D$ (D 为函数的定义域), 等式 $f(kx) = \frac{k}{2} + f(x)$ 成立.

(1) 一次函数 $g(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) 是否属于集合 M ? 并说明理由; (6 分)

22. (本小题满分 14 分) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, d 是公差且不为 0, a_1 和 d 均为实数, 它的前 n 项和记作 S_n , 设集合 $A = \{a_n, \frac{S_n}{n} \mid n \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{(x, y) \mid \frac{x^2}{4} - y^2 = 1, x, y \in \mathbf{R}\}$. 试问下列结论是否正确, 如果正确, 请给予证明; 如果不正确, 请举例说明.

(1) 若以集合 A 中的元素作为点的坐标, 则这些点都在同一条直线上; (4 分)

(2) $A \cap B$ 中至多有一个元素; (5 分)

(2) 设函数 $h(x) = \log_a x$ ($a > 1$) 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点, 试证明: $h(x) = \log_a x$ 属于集合 M . (6 分)

函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点

函数 $f(x) = \log_a x$ 属于集合 M

函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点

函数 $f(x) = \log_a x$ 属于集合 M

函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点

函数 $f(x) = \log_a x$ 属于集合 M

函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点

函数 $f(x) = \log_a x$ 属于集合 M

函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点

函数 $f(x) = \log_a x$ 属于集合 M

函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点

函数 $f(x) = \log_a x$ 属于集合 M

函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点

函数 $f(x) = \log_a x$ 属于集合 M

函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点

函数 $f(x) = \log_a x$ 属于集合 M

函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象与 $y = x$ 的图象有公共点

函数 $f(x) = \log_a x$ 属于集合 M

模块二

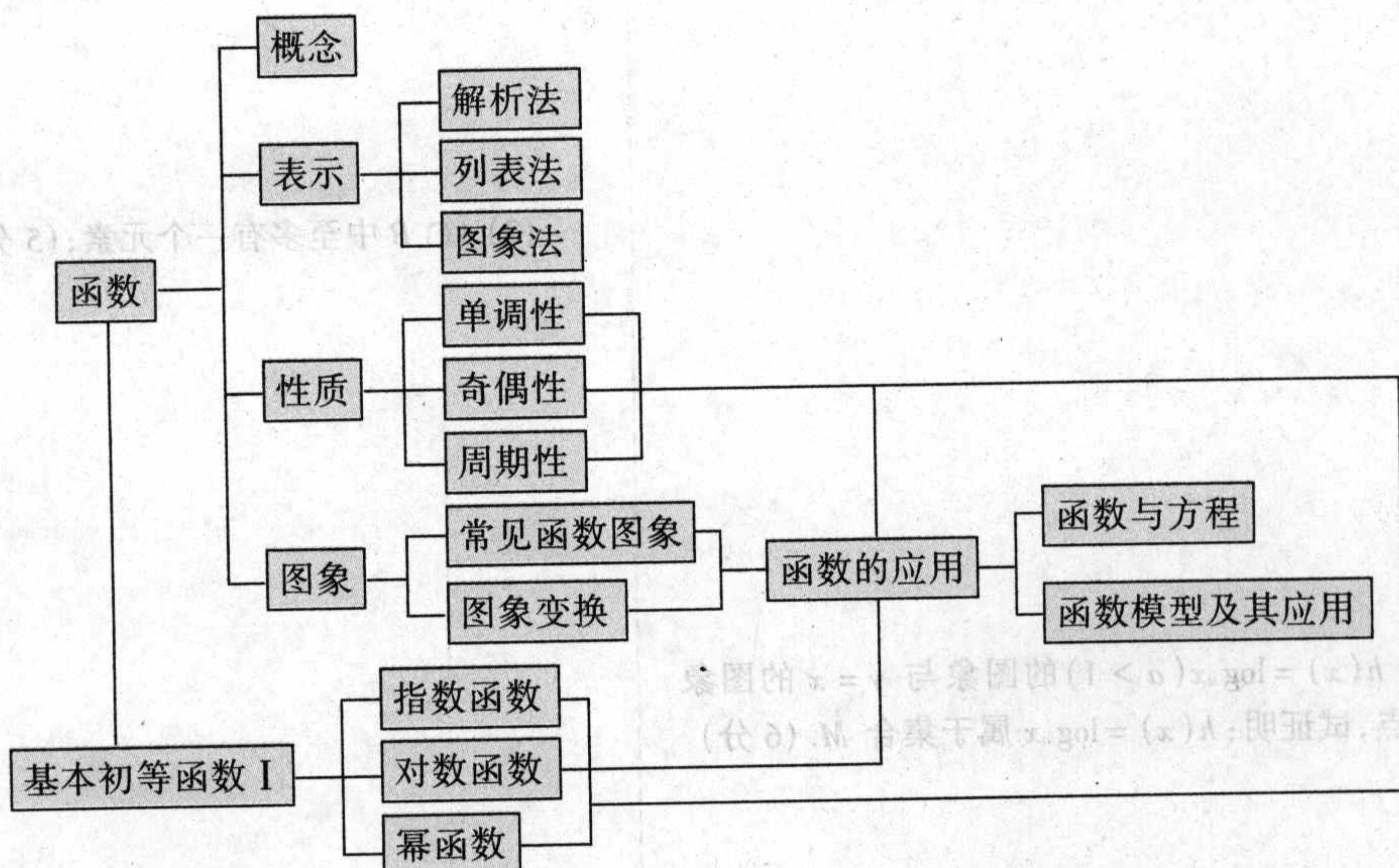


必修1 第一章 集合与函数概念(1.2~1.3)
第二章 基本初等函数(I)
第三章 函数的应用

2008 考纲解读



知识网络



考纲要求

1. 函数

(1) 了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念.

(2) 在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数.

(3) 了解简单的分段函数,并能简单应用.

(4) 理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义;结合具体函数,了解函数奇偶性的含义.

(5) 会运用函数图象理解和研究函数的性质.

2. 指数函数

(1) 了解指数函数模型的实际背景.

(2) 理解有理指数幂的含义,了解实数指数幂的意义,掌握幂的运算.

(3) 理解指数函数的概念,并理解指数函数的单调性与函数图象通过的特殊点.

(4) 知道指数函数是一类重要的函数模型.

3. 对数函数

(1) 理解对数的概念及其运算性质,知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数;了解对数在简化运算中的作用.

(2) 理解对数函数的概念;理解对数函数的单调性,掌握函数图象通过的特殊点.

(3) 知道对数函数是一类重要的函数模型;

(4) 了解指数函数 $y = a^x (a \neq 1, a > 0)$ 与对数函数 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 互为反函数.

4. 幂函数

(1) 了解幂函数的概念.

(2) 结合函数 $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \frac{1}{x}$, $y = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象,了解它们的变化情况.

5. 函数与方程

(1) 结合二次函数的图象,了解函数的零点与方程根的联系,判断一元二次方程根的存在性及根的个数.

(2) 根据具体函数的图象, 能够用二分法求相应方程的近似解.

6. 函数模型及其应用

(1) 了解指数函数、对数函数以及幂函数的增长特征. 知道直线上升、指数增长、对数增长等不同函数类型增长的含义.

(2) 了解函数模型(如指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等在社会生活中普遍使用的函数模型)的广泛应用.



命题趋势

函数是高中数学最重要、最基础的内容, 函数的思想方法贯穿于各章的知识中, 函数问题在每年的高考卷中不但以选择题、填空题的形式考查, 而且几乎每年都有 1 道解答题, 考查内容重点涉及函数的概念、图象、性质等各个方面, 难度在低、中、高档方面均有体现, 分值约占试卷总分的 11% ~

20%, 而基本初等函数及其应用是高考重点考查的内容之一, 纵观近几年的高考, 几乎每年必考, 题目的难度为低中档或高档, 试题的类型有选择题、填空题以及综合性较强的解答题. 预测 2008 年高考对本模块的考查为:

1. 对函数的考查形式有稳中求变、求活, 以“能力立意”为主的命题趋势, 意在考查函数性质的应用, 考查与导数、不等式等知识相结合的综合题以及分析问题和解决问题的能力, 以现实生活为背景材料的新颖的应用题是命题的热点.

2. 对三大基本初等函数的考查, 指数函数近几年有加强的趋势.

3. 以现实生活为背景材料的新颖的应用题是命题的热点问题.

4. 与导数、不等式、二次函数的性质等知识相结合的综合题以及分析问题和解决问题的能力.

第一讲 函数及其应用

真题调研

1. (2006 年, 广东) 对任意的两个实数对 (a, b) 和 (c, d) , 规定: $(a, b) = (c, d)$, 当且仅当 $a = c, b = d$; 运算“ $\otimes$ ”为: $(a, b) \otimes (c, d) = (ac - bd, bc + ad)$; 运算“ $\oplus$ ”为: $(a, b) \oplus (c, d) = (a + c, b + d)$, 设 $p, q \in \mathbf{R}$, 若 $(1, 2) \otimes (p, q) = (5, 0)$, 则 $(1, 2) \oplus (p, q) = (\quad)$

- A. $(0, -4)$ B. $(0, 2)$
C. $(4, 0)$ D. $(2, 0)$

2. (2006 年, 陕西) 为确保信息安全, 信息需加密传输, 发送方由明文 $\rightarrow$ 密文(加密), 接收方由密文 $\rightarrow$ 明文(解密). 已知加密规则为: 明文 a, b, c, d 对应密文 $a + 2b, 2b + c, 2c + 3d, 4d$. 例如, 明文 1, 2, 3, 4 对应密文 5, 7, 18, 16, 则当接收方收到密文 14, 9, 23, 28 时, 解密得到的明文为

- A. 4, 6, 1, 7 B. 7, 6, 1, 4
C. 6, 4, 1, 7 D. 1, 6, 4, 7

3. (2006 年, 广东) 函数 $f(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{1-x}} + \lg(3x+1)$ 的定义域是()

- A. $(-\infty, -\frac{1}{3})$ B. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$
C. $(-\frac{1}{3}, 1)$ D. $(-\frac{1}{3}, +\infty)$

4. (2006 年, 湖北) 设 $f(x) = \lg \frac{2+x}{2-x}$, 则 $f(\frac{x}{2}) + f(\frac{2}{x})$ 的定义域为()

- A. $(-4, 0) \cup (0, 4)$ B. $(-4, -1) \cup (1, 4)$
C. $(-2, -1) \cup (1, 2)$ D. $(-4, -2) \cup (2, 4)$

5. (2006 年, 湖南) 函数 $y = \sqrt{\log_2 x - 2}$ 的定义域是()

- A. $(3, +\infty)$ B. $[3, +\infty)$
C. $(4, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

6. (2006 年, 浙江) 函数 $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ 满足 $f[f(x)] = f(x)$, 则这样的函数共有()

- A. 1 个 B. 4 个
C. 8 个 D. 10 个

7. (2005 年, 江苏) 已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = x^2 |x - a|$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求使 $f(x) = x$ 成立的 x 的集合;

(2) 求函数 $y = f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最小值.

8. (2006 年, 重庆) 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f[f(x) - x^2 + x] = f(x) - x^2 + x$.

(1) 若 $f(2) = 3$, 求 $f(1)$; 又若 $f(0) = a$, 求 $f(a)$;

(2) 设有且仅有一个实数 x_0 , 使得 $f(x_0) = x_0$, 求函数 $f(x)$ 的解析式.





规律方法



考点诠释

1. 重点:理解函数的模型化思想,用集合与对应的语言来刻画函数.

2. 难点:(1)函数概念的整体认识,即函数具有三个要素:定义域、对应法则、值域;(2)符号“ $y=f(x)$ ”的含义,函数定义域和值域区间表示.

3. 疑难点:正确理解函数的概念是掌握好本节内容的关键.函数的本质是一种特殊对应关系,它的特殊性在于:(1)它是非空数集到非空数集的对应;(2)定义域中的每个元素只有一个函数值;(3)定义域中的每个元素一定有函数值.确定一个函数需要三个要素:(1)定义域;(2)对应法则;(3)值域.对应法则是规定元素对应关系的法则,它不一定能够用解析式表示,如列表法和图象法表示的函数.对于 $f(x)$,可以理解为根据对应法则 f ,自变量 x 对应的函数值;也可以理解为根据对应法则 f 产生的函数 $f(x)$.表示函数时,前面一般加“函数”二字.列表法、图象法和解析式是函数三种最常用的表示方法,函数的图象是直观理解函数性质和解决函数问题的有力工具,注意灵活使用.



方法探究

1. 关于映射和函数的基本概念在应用时应注意把重点放在它们的几个要素上,从定义入手,其规律方法是:

(1)映射的定义是有方向性的,即从集合 A 到 B 与从集合 B 到 A 的映射是两个不同的映射,映射是一种特殊对应关系,只有一对一、多对一的对应才是映射.

(2)函数的定义有两种形式,都描述了定义域、值域和从定义域到值域的对应法则.函数是一种特殊的映射.

(3)判断两个函数是否同一,紧扣函数概念三要素是解题关键.

2. (1)求函数的定义域的主要依据是:

①分式的分母不得为零;②偶次方根的被开方数不小于零;③对数函数的真数必须大于零;④指数函数和对数函数的底数必须大于零且不等于1;⑤三角函数中的正切函数 $y=\tan x$ 中 $x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$.余切函数 $y=\cot x$ 中 $x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$;⑥如果函数是由实际意义确定的解析式,应依据自变量的实际意义确定其取值范围.

(2)对于复合函数的定义域问题,要注意以下几点:

① $f[g(x)]$ 的定义域为 $[a, b]$,指的是 x 的取值范围为 $[a, b]$,而不是 $g(x)$ 的范围为 $[a, b]$;

② $f[g(x)]$ 与 $f[h(x)]$ 联系的纽带是 $g(x)$ 与 $h(x)$ 的值域相同.

3. 求函数的解析式常见类型及方法

(1)定义法:由已知条件 $f[g(x)]=F(x)$,可将 $F(x)$ 改写成 $g(x)$ 的表达式,然后以 x 代 $g(x)$,便得 $f(x)$ 的表达式,常需“凑配”.

(2)变量代换法:由已知条件 $f[g(x)]=F(x)$,可令 $t=g(x)$,然后反解出 $x=g^{-1}(t)$.代入 $F(x)$ 即可得 $f(t)$ 的表达式.例如:已知 $f(e^{x-1})=2x^2-1$,可令 $t=e^{x-1}(t>0)$,

则 $x=1+\ln t$,代入已知条件得 $f(t)=2(1+\ln t)^2-1=2\ln^2 t+4\ln t+1$,即 $f(x)=2\ln^2 x+4\ln x+1(x>0)$.

(3)待定系数法:有时题给出函数特征,求函数的解析式,可用待定系数法,比如函数是二次函数,可设为 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$,其中 a, b, c 是待定系数,根据题设条件,列出方程组,解出 a, b, c 即可.

(4)函数方程法:将 $f(x)$ 作为一个未知数来考虑.建立方程(组),消去另外的未知数便得 $f(x)$ 的表达式,例如:已知 $f(x)-f(\frac{1}{x})\ln x=1$,以 $\frac{1}{x}$ 代 x ,由条件又得 $f(\frac{1}{x})+f(x)\ln x=1$.两式中消去 $f(\frac{1}{x})$,便得 $f(x)=\frac{1+\ln x}{1+\ln^2 x}$.

(5)参数法:引入某个参数,然后写出用这个参数表示变量的式子(即参数方程),再消去参数便得 $f(x)$ 的表达式.例如:已知 $f(3\sin x)=\cot^2 x$,可令 $\begin{cases} x=3\sin\theta \\ y=\cot^2\theta \end{cases}$,即 $\begin{cases} x=3\sin\theta \\ y=\csc^2\theta-1 \end{cases}$,消去 θ 便得 $y=(\frac{3}{x})^2-1$,于是 $f(x)=\frac{9-x^2}{x^2}(-3\leq x\leq 3, \text{且 } x\neq 0)$.

(6)根据某实际问题须建立一种函数关系式,这种情况须引入合适的变量,根据数学的有关知识找出函数关系式.

考点梳理

1. 设 A, B 是两个非空的集合,如果按照某种确定的对应关系 f ,使对于集合 A 中的任意一个数 x ,在集合 B 中都有唯一的数 $f(x)$ 和它对应,那么就称 $f:A\rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的映射,记作 $f:A\rightarrow B$.其中, x 叫做原象, $f(x)$ 叫做象, x 的取值范围 A 叫做函数的定义域;与 x 的值相对应的 y 值叫做函数值,函数值的集合 $\{f(x)|x\in A\}$ 叫做函数的值域,显然,值域是集合 B 的子集.

2. 函数的构成要素为:定义域、对应法则和值域.由于值域是由定义域和对应关系决定的,所以,如果两个函数的定义域和对应法则完全一致,我们就称这两个函数相等.

3. 区间的概念及表示

设 a, b 是两个实数,而且 $a < b$.

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x a \leq x \leq b\}$	闭区间	$[a, b]$	
$\{x a < x < b\}$	开区间	(a, b)	
$\{x a \leq x < b\}$	半开半闭区间	$[a, b)$	
$\{x a < x \leq b\}$	半开半闭区间	$(a, b]$	
$\{x x \geq a\}$	闭区间	$[a, +\infty)$	
$\{x x > a\}$	开区间	$(a, +\infty)$	
$\{x x \leq b\}$	闭区间	$(-\infty, b]$	
$\{x x < b\}$	开区间	$(-\infty, b)$	

4. 函数的表示法有:列表法、图象法和解析法.

5. 设 A, B 是两个非空的集合,如果按某种确定的对应关系 f ,使对于集合 A 中的任意一个元素 x ,在集合 B 中都有唯一的元素 y 与之对应,那么就称对应 $f:A\rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个映射.