成人药学高等学历教育(专科)系列教材

医药概率论与数理统计

沈阳药科大学组织编写

主编 刘艳杰

中国医药科技出版社

成人药学高等学历教育（专科）系列教材

医药概率论与数理统计

主　编　刘艳杰

编　委（以姓氏笔画为序）

王　贺　刘艳杰　张晓萍

姜希伟　胡忠盛　项容武

闫心丽　党　丹

中国医药科技出版社

内 容 介 绍

本书是高等药科院校成人教育函授本专科系列教材，主要内容有随机事件及其概率、随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征、数理统计的基本概念和抽样分布、参数估计、假设检验、方差分析、正交试验设计和回归分析。本书编者都是多年从事药学教育工作的教师，在编写过程中结合了大量药学应用实例，这既是一部内容涵盖广泛、论理深入浅出的教材，又是一本药学工作者应用统计学的工具书。

本书适用于高等药科院校成人本、专科学生及从事药学研究的科技人员。

图书在版编目（CIP）数据

医药概率论与数理统计/刘艳杰主编．—北京：中国医药科技出版社，2007.1

（成人药学高等学历教育（专科）系列教材）

ISBN 978-7-5067-3612-1

Ⅰ.医...　Ⅱ.刘...　Ⅲ.①医用数学—概率论—成人教育：高等教育—教材②医用数学—数理统计—成人教育：高等教育—教材　Ⅳ.R311

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 015813 号

美术编辑　陈君杞
责任校对　张学军
版式设计　郭小平

出版　中国医药科技出版社
地址　北京市海淀区文慧园北路甲 22 号
邮编　100082
电话　010-62244206
网址　www.cspyp.cn　　www.mpsky.com.cn
规格　787×1092mm 1/16
印张　10¾
字数　242 千字
印数　1—3000
版次　2007 年 3 月第 1 版
印次　2007 年 3 月第 1 次印刷
印刷　世界知识印刷厂
经销　全国各地新华书店
书号　ISBN 978-7-5067-3612-1
定价　17.00 元

目　　录

第一篇　概　率　论

第一章　随机事件及其概率…………（3）
第一节　基础知识…………（3）
一、排列与组合…………（3）
二、集合…………（4）
第二节　随机事件…………（5）
一、随机事件…………（5）
二、事件间的关系及运算…………（5）
思考与练习…………（7）
第三节　随机事件的概率…………（8）
一、随机事件的概率及其性质…………（8）
二、古典概型…………（8）
思考与练习…………（10）
第四节　概率的加法公式和乘法公式…………（10）
一、概率的加法公式…………（10）
二、条件概率与乘法公式…………（11）
三、事件的独立性…………（13）
思考与练习…………（14）
第五节　全概公式与贝叶斯公式…………（14）
一、全概公式…………（14）
二、贝叶斯公式（逆概公式）…………（15）
思考与练习…………（16）
第六节　贝努里概型…………（17）
思考与练习…………（18）
本章小结…………（18）
习题一…………（20）

第二章　随机变量及其概率分布…………（22）
第一节　随机变量与离散型随机变量的概率分布…………（22）
一、随机变量…………（22）
二、离散型随机变量的概率分布…………（22）

三、几种常见的离散型随机变量…………………………………………………………（23）
思考与练习…………………………………………………………………………（25）
第二节　连续型随机变量及其概率分布……………………………………………（25）
思考与练习…………………………………………………………………………（27）
第三节　随机变量的分布函数………………………………………………………（27）
思考与练习…………………………………………………………………………（28）
第四节　正态分布……………………………………………………………………（28）
一、正态分布的概率密度函数……………………………………………………（28）
二、标准正态分布…………………………………………………………………（29）
思考与练习…………………………………………………………………………（31）
第五节　二维随机变量简介…………………………………………………………（31）
一、二维随机变量的分布…………………………………………………………（31）
二、随机变量的独立性……………………………………………………………（33）
三、协方差和相关系数……………………………………………………………（34）
思考与练习…………………………………………………………………………（34）
本章小结……………………………………………………………………………（34）
习题二………………………………………………………………………………（38）

第三章　随机变量的数字特征……………………………………………………（40）
第一节　数学期望……………………………………………………………………（40）
一、离散型随机变量的数学期望…………………………………………………（40）
二、几个常见的离散型随机变量的数学期望……………………………………（41）
三、连续型随机变量的数学期望…………………………………………………（42）
四、随机变量函数的数学期望公式及数学期望的性质…………………………（43）
思考与练习…………………………………………………………………………（44）
第二节　方差…………………………………………………………………………（44）
一、方差的概念……………………………………………………………………（44）
二、几个常用分布的方差…………………………………………………………（45）
三、方差的简单性质………………………………………………………………（47）
思考与练习…………………………………………………………………………（48）
第三节　大数定律与中心极限定理…………………………………………………（48）
一、大数定律………………………………………………………………………（48）
二、中心极限定理…………………………………………………………………（49）
本章小结……………………………………………………………………………（50）
习题三………………………………………………………………………………（52）

第二篇　数理统计

第四章　数理统计的基本概念和抽样分布………………………………………（57）

第一节　数理统计的基本概念…………（57）
一、总体、个体和样本…………（57）
二、统计量…………（58）
三、样本的数字特征…………（59）
思考与练习…………（60）
第二节　正态总体的样本统计量的抽样分布…………（60）
一、随机变量函数分布…………（60）
二、正态总体样本均值 $\overline{X}$ 的分布 …………（60）
思考与练习…………（61）
第三节　几个常见统计量的抽样分布…………（61）
一、χ^2 分布 …………（61）
二、t 分布 …………（62）
三、F 分布 …………（64）
思考与练习…………（65）
本章小结…………（65）
习题四…………（68）

第五章　参数估计…………（69）
第一节　无偏估计…………（69）
思考与练习…………（70）
第二节　区间估计…………（71）
一、正态总体均值的置信区间…………（71）
二、正态总体方差的置信区间…………（73）
思考与练习…………（75）
本章小结…………（75）
习题五…………（76）

第六章　假设检验…………（78）
第一节　假设检验的基本原则…………（78）
一、问题的提出…………（78）
二、假设检验的基本原则…………（79）
三、两类错误和显著性水平…………（79）
思考与练习…………（80）
第二节　一个正态总体参数的假设检验…………（80）
一、一个正态总体均值的假设检验…………（80）
二、一个正态总体方差的假设检验—χ^2 检验法 …………（83）
思考与练习…………（86）
第三节　两个正态总体参数的假设检验…………（86）
一、两个正态总体均值的假设检验…………（86）

二、两个正态总体方差的假设检验…………………………………………………（88）
思考与练习…………………………………………………………………………（90）
本章小结……………………………………………………………………………（90）
习题六………………………………………………………………………………（91）

第七章　方差分析…………………………………………………………………（93）
第一节　单因素方差分析…………………………………………………………（93）
一、单因素方差分析模型…………………………………………………………（93）
二、方差分析原理…………………………………………………………………（94）
三、方差分析的计算与分析………………………………………………………（96）
思考与练习…………………………………………………………………………（99）
第二节　双因素方差分析…………………………………………………………（99）
一、无重复试验的方差分析………………………………………………………（99）
二、双因素有重复试验的方差分析………………………………………………（102）
思考与练习…………………………………………………………………………（106）
本章小结……………………………………………………………………………（106）
习题七………………………………………………………………………………（109）

第八章　正交试验设计……………………………………………………………（111）
第一节　试验设计简介……………………………………………………………（111）
一、试验设计原则…………………………………………………………………（111）
二、常用的几种设计方法…………………………………………………………（112）
思考与练习…………………………………………………………………………（113）
第二节　正交试验设计与正交表…………………………………………………（113）
一、正交表的构造特点……………………………………………………………（113）
二、正交试验设计的步骤…………………………………………………………（114）
思考与练习…………………………………………………………………………（114）
第三节　正交试验设计的直观分析法……………………………………………（115）
思考与练习…………………………………………………………………………（117）
第四节　正交试验的方差分析法…………………………………………………（118）
思考与练习…………………………………………………………………………（120）
本章小结……………………………………………………………………………（120）
习题八………………………………………………………………………………（121）

第九章　回归分析…………………………………………………………………（123）
第一节　一元线性回归……………………………………………………………（123）
一、一元线性回归方程……………………………………………………………（123）
二、总离差平方和的分解…………………………………………………………（126）
三、线性相关显著性检验…………………………………………………………（127）

四、相关系数检验…………………………………………………………………………………（128）
五、利用回归方程进行预测……………………………………………………………………（129）
思考与练习………………………………………………………………………………………（130）
第二节　拟线性回归和 LD_{50}估计的概率单位法 ……………………………………………（130）
一、拟线性回归…………………………………………………………………………………（130）
二、半数致死量…………………………………………………………………………………（132）
思考与练习………………………………………………………………………………………（134）
第三节　多元线性回归简介……………………………………………………………………（134）
思考与练习………………………………………………………………………………………（138）
本章小结…………………………………………………………………………………………（138）
习题九……………………………………………………………………………………………（140）
习题答案…………………………………………………………………………………………（142）
附表……………………………………………………………………………………………（146）

第一篇 概 率 论

第一章

随机事件及其概率

随机事件的概率是概率论研究的基本内容，本章将主要介绍随机事件，随机事件的概率，概率的基本性质及卿运算公式。

第一节　基础知识

一、排列与组合

计数基本原理中的乘法原理：如果一个过程分成两个阶段进行，第一个阶段有 m 种不同的做法，第二个阶段有 n 种不同的做法，且第一个阶段任一种做法都可以与第二个阶段的任一种做法配成整个过程的一种做法，那么，整个过程应该有 $m \times n$ 种不同的做法。在排列组合问题中将反复使用该原理。

(1) 排列：从 n 个不同的元素中，任意取 r 个不同的元素（$0 \leqslant r \leqslant n$）按照任意的顺序排成一列，把这样一个有序列称为从 n 个不同元素中取 r 个不同元素的一种排列。通常用 P_n^r 来表示这样的排列种数。

从 n 个不同的元素中，任意取 r 个不同的元素进行排列时，选择第一项有 n 种方式，第一项确定以后，选择第二项有 $n-1$ 种方式，…，第 $r-1$ 项确定以后，选择第 r 项有 $n-r+1$ 种方式，由乘法原理，则

$$P_n^r = n(n-1)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$n! = n \times (n-1) \cdots 2 \times 1$$

$$0! = 1$$

对于 $n \geqslant 0$，有 $P_n^0 = 1$，$P_n^n = n!$。

例 1.1　计算从 8 个不同的元素中任取 3 个的排列种数。

解：$P_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$

(2) 组合：从 n 个不同的元素中，任意取 r 个不同的元素构成一组，称为从 n 个不同的元素中取 r 个不同的元素的一种组合，如果不考虑这 r 个元素的次序，通常用 C_n^r 来表示这个种数。

组合问题与排列问题的最大区别在于：在排列问题中要考虑取得的元素的前后次序，而组合问题不考虑次序问题，因此，由取定的 r 个不同元素组成的各种排列只能算是同一个组合。

把 r 个不同元素进行排列的种数为 $r!$。从 n 个不同的元素中，任意取 r 个不同的元素进行排列种数为 $n(n-1)\cdots(n-r+1)$，在这些种排列中每 $r!$ 种只是一种组合，因此，

$$C_n^r=\frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}=\frac{n!}{(n-r)!\ r!}$$

不难得到 $$C_n^0=0,\ C_n^1=n,\ C_n^n=1$$

例 1.2　有 5 本不同的数学书，8 本不同的化学书，从中任取 2 本数学书，4 本化学书，问有多少种不同的取法？

解：从 5 本数学书中任取 2 本，有 $C_5^2=\frac{5!}{(5-2)!\ 2!}=\frac{5\times4}{1\times2}=10$ 种不同的取法。从 8 本化学书中任取 4 本，有 $C_8^4=\frac{8!}{(8-4)!\ 4!}=\frac{8\times7\times6\times5}{1\times2\times3\times4}=70$ 种不同的取法。由乘法原理，所求的取法的种数为 $10\times70=700$。

二、集合

为了更准确地了解和掌握事件的关系和运算，先复习一下关于集合的知识。

定义 1-1　具有某些特定性质的事物的全体称为集合，通常用大写字母 A，B，C，…来表示；组成集合的每一个事物称为这个集合的一个元素，通常用小写字母 a，b，c，…来表示。如果 a 是 A 的一个元素，则用记号“$a\in A$”来表示，如果 a 不是 A 的一个元素，则用记号“$a\notin A$”来表示（也可表示为“$a\bar{\in} A$”）。

如果一个集合 A 内含有有限多个元素 a_1，a_2，…，a_n，则称这个集合为有限集合，表示为 $A=\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$。如果一个集合 A 内含有无限多个元素，则称为无限集合，表示为 $A=\{x/x$ 所具有的特性$\}$。不含有任何元素的集合称为空集，记为 ϕ。如：全体自然数的集合表示为 $N=\{1, 2, 3, \cdots\}$，全体实数的集合表示为 $R=\{x/x$ 为实数$\}$。

集合间有如下几种关系：

(1) 包含：如果集合 A 和 B，A 的元素都是 B 的元素，则称 B 包含 A（或称为 A 包含于 B），A 为 B 的一个子集。记为“$A\subset B$”；若同时 $B\subset A$，则称 A 和 B 相等，记为“$A=B$”。

(2) A 与 B 的并集：属于 A 或属于 B 的元素全体，称为 A 和 B 的并集，记为“$A\cup B$”，$A\cup B=\{x/x\in A$ 或 $x\in B\}$。

(3) A 与 B 的交集：属于 A 且属于 B 的元素全体，称为 A 和 B 的交集，记为 $A\cap B$，$A\cap B=\{x/x\in A$ 且 $x\in B\}$。

(4) A 与 B 的差集：由属于 A 但不属于 B 的元素的全体组成的集合，称为 A 与 B 的差集，记为 $A-B$。

(5) 余集：设 A 是集合 M 的一个子集，M 中不属于 A 的元素全体，称为 A 的余集，记为 $\overline{A}$，$\overline{A}=\{x/x\in M,\ x\notin A\}$。显然，$\overline{\overline{A}}=A$。

可证明，集合的三种基本运算具有以下运算规则：

(1) 关于并集运算

$A\cup B=B\cup A$

$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

$A \cup A = A$

$A \cup \overline{A} = M$

$A \cup M = M$

$A \cup \phi = A$

（2）关于交集运算

$A \cap B = B \cap A$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$A \cap A = A$

$A \cap \overline{A} = \phi$

$A \cap M = A$

$A \cap \phi = \phi$

（3）关于并集与交集的分配律

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

（4）关于并集、交集、余集的对偶律

$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

第二节　随 机 事 件

一、随机事件

在现实生活中，人们所能观察到的现象是各种各样的，但归纳起来，它们大体可以分为两类：一类是确定性现象，另一类是随机现象。确定性现象是在一定条件下必然发生的现象，如在标准大气压下，100℃的水必然沸腾；上抛的石子必然下落等等。还有一类现象是在一定条件下，每次试验有多种可能的结果，但在试验结束之前不能预知它的确切结果，这类现象称为随机现象。如某人购买一张彩票，有二种可能的结果，一种是中奖，另一种是不中。在没有开奖之前，究竟是哪一种结果是不能确定的。再如服用相同剂量的一种药物后，不同的患者可能有不同的结果，有的痊愈，有的无效，有的有效但未痊愈。对某患者进行观察，在他未服药之前上述三种结果都有可能发生。这类现象都是随机现象。对随机现象进行观察（或试验）称为随机试验。

定义 1－2　随机试验的各种可能的结果称为随机事件，简称事件，通常用大写字母 A，B，C…来表示。如购买一张彩票，A 表示中奖事件，B 表示未中奖事件，它们可分别记为 $A=$ {中奖}，$B=$ {未中奖}。A，B 都是随机事件。在试验中必然发生的事件称为必然事件，常用大写字母 Ω 表示。必然不发生的事件称为不可能事件，常用大写字母 ϕ 表示。如 $\Omega=$ {异性电荷相吸}；$\phi=$ {没有水，种子会发芽}。

二、事件间的关系及运算

为了研究和计算随机事件的概率问题，需要掌握一些事件间的关系和运算。事件间的

关系和运算与集合间的关系和运算有很多相似之处，在学习过程中注意比较。

1. 事件的包含

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A，记为 $A\subset B$。如在投掷两枚硬币的试验中，设 $A=$ {只有一枚正面朝上}，$B=$ {有两枚正面朝上}，$C=$ {至少有一枚正面朝上}。则 $A\subset C$，$B\subset C$。

2. 事件的相等

设 A，B 两事件，如果 $A\subset B$，同时 $B\subset A$，则称事件 A 与事件 B 相等，记为 $A=B$。例如：上例中设 $D=$ {没有一枚正面朝下}，则 $B=D$。

3. 事件的和（并）

事件 A 与事件 B 至少有一个发生所构成的事件 C，称为事件 A 与事件 B 的和（或并），记为 $C=A+B$。

如上例中 $C=A+B$。

对于 n 个事件 A_1，A_2，$\cdots A_n$，同样地有，事件 A_1，A_2，$\cdots A_n$ 中至少有一个发生所构成的事件，称为这 n 个事件的和，记为 $A=A_1+A_2+\cdots+A_n$。

4. 事件的差

事件 A 发生而事件 B 不发生所构成的事件，称为事件 A 与事件 B 的差，记为 $A-B$。

5. 事件的积（交）

事件 A 与事件 B 同时发生所构成的事件，称为事件 A 与事件 B 的积（或交），记为 AB。如袋中有 4 个红球，3 个蓝球，随机抽取 2 个球，设 $A=$ {第一次取得红球}，$B=$ {第二次也取得红球}，$C=$ {两次都取得红球}，则 $C=AB$。

对于 n 个事件 A_1，A_2，$\cdots A_n$，同样地有，事件 A_1，A_2，$\cdots A_n$ 同时发生所构成的事件，称为这 n 个事件的积，记为 $A=A_1A_2\cdots A_n$。

6. 互不相容事件

事件 A 与事件 B 不能同时发生，即 $AB=\phi$，则称事件 A 与事件 B 是互不相容事件。

例如：在投掷一枚硬币的试验中，设 $A=$ {正面朝上}，$B=$ {正面朝下}，则 A 与 B 就是互不相容事件。

7. 对立事件

事件 A 与事件 B 必然发生一个，即 $A+B=\Omega$；但又不能同时发生，即 $AB=\phi$，则称事件 A 与事件 B 互为对立事件。记为 $B=\overline{A}$ 或 $A=\overline{B}$。如上例中 A 与 B 也是对立事件。

注意：$\overline{\overline{A}}=A$。

事件间的关系与运算可用图形来直观表示，如图 1-1。

事件间运算具有以下运算规律：

(1) $A+B=B+A$

(2) $(A+B)+C=A+(B+C)$

(3) $A+A=A$

(4) $A+\overline{A}=\Omega$

(5) $A+\Omega=\Omega$

(6) $A+\phi=A$

(7) $AB=BA$

(8) $(AB)C = A(BC)$

(9) $AA = A$

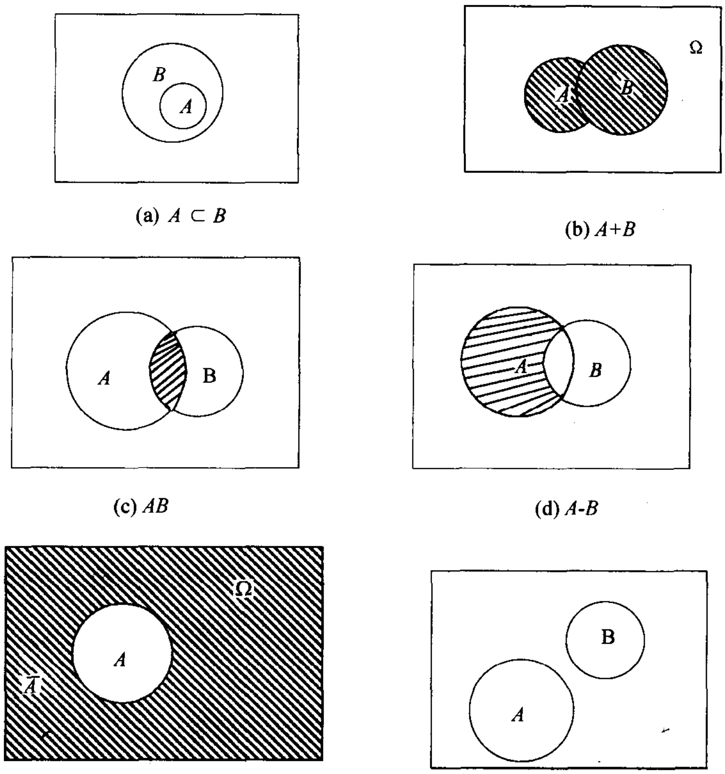
(10) $A\overline{A} = \phi$

(11) $A\Omega = A$

(12) $A\phi = \phi$

(13) $\overline{A+B} = \overline{A}\,\overline{B}$

(14) $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$



(a) $A \subset B$ (b) $A+B$

(c) AB (d) $A-B$

(e) $\overline{A}$ (f) $AB=\phi$

图 1－1　事件间的关系与运算图形表示法

思 考 与 练 习

1．互不相容事件与对立事件的区别和联系？试举例说明？

2．抽查 4 件产品，设 A 表示“至少有一件次品”，B 表示“次品不少于 2 件”，问 $\overline{A}$，$\overline{B}$ 各表示什么事件？

3．设 A，B，C 是三个随机事件，试用 A，B，C 表示下列事件。

(1) 只有 A 发生；

(2) A 和 B 发生而 C 不发生；

(3) A，B，C 至少有一个发生；

(4) A，B，C 都不发生；
(5) 恰有两个事件发生；
(6) 三个事件都不发生。

第三节 随机事件的概率

随机事件是随机试验中可能发生也可能不发生的事件，研究随机试验可能发生的结果并不是我们研究的目的。概率论的基本任务，是通过随机试验来研究随机现象的统计规律性。随机事件发生的可能性大小即随机事件的概率问题是我们研究的目的之一。

一、随机事件的概率及其性质

当我们在同一条件下进行大量的试验时，会发现随机事件的发生是有规律可循的，它发生的可能性大小是可以用数值来表示的。

如果在 n 次重复试验中，事件 A 发生了 μ 次，则称比值 $\frac{\mu}{n}$ 是事件 A 在这 n 次试验中发生的频率，记为 $f_n(A)$，即 $f_n(A)=\frac{\mu}{n}$。

数学家在多年的研究中发现在 n 次重复试验中，当试验次数 n 充分大时，随机事件的频率总是围绕着某一确定值稳定地摆动。

例如在投掷一枚硬币的试验中，设 A 表示“正面朝上”这一随机事件，观察 A 的发生的频率规律，多个数学家进行了成千上万次投掷硬币的试验，随着投掷次数的增大，A 的频率稳定在数值 0.5。

定义 1-3 在同一条件下重复进行 n 次试验中，随着试验次数 n 的增大，事件 A 发生的频率 $f_n(A)=\frac{\mu}{n}$ 稳定在某一值 p 的附近，则称 p 为事件 A 的概率，记为 $P(A)=p$。

此定义是概率的统计定义，注意从两方面理解这个概念：一方面，事件的概率与频率是密切相关的，频率愈大，概率愈大，反之，亦然。另一方面，当试验次数 n 增加时，频率具有稳定性，概率就是频率的稳定值，$P(A)$ 反映了事件 A 发生的可能性大小。

由概率的定义，容易得到概率的基本性质：

(1) 对任意随机事件 A，都有 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$。

(2) 对于必然事件 Ω，有 $P(\Omega)=1$；对于不可能事件 ϕ，有 $P(\phi)=0$。

二、古典概型

概率的统计定义提供了计算概率的近似方法，但有些事件的概率不需要作大量的重复试验来观察频率的稳定值，从而得到概率。可以利用人类长期积累的实际经验，分析事件的本质，直接计算概率。如投掷一枚硬币的试验中，每次投掷只有两种可能的结果，即“正面朝上”或“正面朝下”。由于硬币是均匀的，出现这两种结果的可能性是相等的，且每次能且只能出现其中的一种结果，所以，“正面朝上”和“正面朝下”的概率都是 1/2。

例 1.3 一个口袋中有大小相等，质量相同的球 5 个，其中白球 3 个，黑球 2 个，从

中任取 1 球，问取得白球、黑球的概率各为多少？

解：从袋中任取一球，共有 5 种等可能的结果，每次能且只能出现其中一种结果。设 $A_1=$ {取得白球}，$A_2=$ {取得黑球}，则 A_1，A_2 分别包含 3 个，2 个等可能事件，所以它们的概率分别为 $P(A_1)=\frac{3}{5}$，$P(A_2)=\frac{2}{5}$。

对上例中这类问题进行归纳总结，可以得出一种计算概率的方法。为此，先给出等概的基本事件组的定义。

定义 1－4　如果一组事件 A_1，A_2，$\cdots A_n$ 满足以下三个条件：

（1）A_1，A_2，$\cdots A_n$ 发生的概率相等（等可能性）。

（2）每次试验，A_1，A_2，$\cdots A_n$ 必然发生其中一个（完备性）。

（3）每次试验，A_1，A_2，$\cdots A_n$ 只能发生其中一个（互不相容性）。

则称该事件组为等概基本事件组，其中每一事件 A_i（$i=1, 2, \cdots, n$）称为等概基本事件。

如果随机试验的结果是由 n 个等概基本事件构成的等概基本事件组，所求事件 A 包含其中 m（$m \leqslant n$）个等概基本事件，则事件 A 发生的概率为：

$$P(A)=\frac{A\text{ 所包含的等概基本事件个数}}{\text{等概基本事件总数}}=\frac{m}{n}$$

这种通过分析等概基本事件的个数来计算概率的模型问题称为古典概型问题。

例 1.4　投掷两枚均匀的硬币，观察出现正面和反面的情况，并分别求“两枚都是正面”和“一枚是正面，一枚是反面”的概率？

解：分析试验过程，投掷两枚均匀的硬币可能有 4 种试验结果：“两枚都是正面”；“第一枚是正面，第二枚是反面”；“第一枚是反面，第二枚是正面”；“两枚都是反面”；且这 4 种结果发生的可能性相同，每次投掷试验有且只有一个结果发生，故该试验概型为古典概型。设 $A=$ {两枚都是正面}，$B=$ {一枚是正面，一枚是反面}。

事件 A 所包含 1 个基本事件，故 $P(A)=\frac{1}{4}$。

事件 B 所包含 2 个基本事件，故 $P(B)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$。

例 1.5　瓶中装有 100 片药片，其中有 3 片次品，从中任取 5 片，求：

（1）5 片全是正品的概率？

（2）恰有 1 片次品的概率？

解：

（1）设 $A=$ {取出 5 片全是正品}

从 100 片药片中任取 5 片，共有 C_{100}^5 种等可能的取法，每次能且只能是其中的一种取法，而事件 A 发生，必须从 97 片正品中取 5 片共有 C_{97}^5 种取法，故 $P(A)=\frac{C_{97}^5}{C_{100}^5}=0.856$。

（2）设 $B=$ {恰有 1 片次品}

事件 B 发生，必须从 3 片次品中取 1 片，再从 97 片正品中取 4 片共有 $C_3^1C_{97}^4$ 种取法，故 $P(B)=\frac{C_3^1C_{97}^4}{C_{100}^5}=0.138$。