



金博士

轻巧夺冠

同步讲解

全国著名特级、高级教师联合编写

北师大版

七年级数学

下



青岛出版社
Qingdao Publishing House

QING QIAO DUO GUAN

金博士

轻巧夺冠

同步讲解

全国著名特级、高级教师联合编写

北师大版

七年级数学 下

主 编 蔺丽娟

编 委 蔺丽娟 林 芳 张 燕 张绍沛 代月香
王敬安



青岛出版社

Qingdao Publishing House

QINGQIAODUOGUAN

书名 金博士轻巧夺冠·同步讲解(北师大版七年级数学下)
作者 《金博士轻巧夺冠》编委会
出版发行 青岛出版社
社址 青岛市徐州路77号(266071)
本社网址 <http://www.qdpub.com>
邮购电话 13335059110 (0532)85814750(兼传真) 80998664
责任编辑 李忠东 都 兰 电话 (0532)80998611 E-mail:imue92@126.com
封面设计 李芳菲
照排 青岛新华出版照排有限公司
印刷 青岛鑫胶印刷有限公司
出版日期 2007年2月第1版 2007年2月第1次印刷
开本 大16开(890mm×1240mm)
印张 9
插页 1
字数 210千
书号 ISBN 978-7-5436-4001-6
定价 12.00元
编校质量、盗版监督电话 (0532)80998671
青岛版图书售后如发现印装质量问题,请寄回青岛出版社印刷物资处调换。
电话 (0532)80998826



| | | |
|------------|-----------|-----|
| (30) | 乘法公式与因式分解 | 1.2 |
| (31) | 完全平方公式 | 2.2 |
| (32) | 乘法公式与因式分解 | 3.2 |
| (33) | 乘法公式与因式分解 | 4.2 |
| (34) | 乘法公式与因式分解 | 5.2 |

目 录

| | |
|--------------------------|------|
| 第一章 整式的运算 | |
| (18) 1.1 整式 | (1) |
| (19) 1.2 整式的加减 | (3) |
| (20) 1.3 同底数幂的乘法 | (6) |
| (21) 1.4 幂的乘方与积的乘方 | (8) |
| (22) 1.5 同底数幂的除法 | (9) |
| (23) 1.6 整式的乘法 | (11) |
| (24) 1.7 平方差公式 | (14) |
| (25) 1.8 完全平方公式 | (18) |
| (26) 1.9 整式的除法 | (21) |
| (27) 回顾与思考 | (23) |
| (28) 第一章测试题 | (25) |

第二章 平行线与相交线

| | |
|--------------------------|------|
| (29) 2.1 余角与补角 | (27) |
| (30) 2.2 探索直线平行的条件 | (30) |
| (31) 2.3 平行线的特征 | (33) |
| (32) 2.4 用尺规作线段和角 | (37) |
| (33) 回顾与思考 | (39) |
| (34) 第二章测试题 | (41) |

第三章 生活中的数据

| | |
|-------------------------|------|
| (35) 3.1 认识百万分之一 | (43) |
| (36) 3.2 近似数和有效数字 | (46) |
| (37) 3.3 世界新生儿图 | (49) |
| 回顾与思考 | (51) |
| 第三章测试题 | (53) |

第四章 概率

| | |
|--------------------|------|
| 4.1 游戏公平吗 | (55) |
| 4.2 摸到红球的概率 | (57) |
| 4.3 停在黑砖上的概率 | (59) |
| 回顾与思考 | (62) |
| 第四章测试题 | (63) |



第五章 三角形

| | |
|------------------|------|
| 5.1 认识三角形 | (66) |
| 5.2 图形的全等 | (69) |
| 5.3 全等三角形 | (72) |
| 5.4 探索三角形全等的条件 | (74) |
| 5.5 作三角形 | (79) |
| 5.6 利用三角形全等测距离 | (81) |
| 5.7 探索直角三角形全等的条件 | (84) |
| 回顾与思考 | (87) |
| 第五章测试题 | (89) |

第六章 变量之间的关系

| | |
|---------------|-------|
| 6.1 小车下滑的时间 | (91) |
| 6.2 变化的三角形 | (93) |
| 6.3 温度的变化 | (96) |
| 6.4 速度的变化 | (98) |
| 回顾与思考 | (102) |
| 第六章测试题 | (104) |

第七章 生活中的轴对称

| | |
|----------------------------|-------|
| 7.1 轴对称现象 | (106) |
| 7.2 简单的轴对称图形 | (107) |
| 7.3~7.4 探索轴对称的性质 利用轴对称设计图案 | (110) |
| 7.5~7.6 镜子改变了什么 镶边与剪纸 | (113) |
| 回顾与思考 | (115) |
| 第七章测试题 | (117) |

综合测试题(一)

| | |
|-----------------|-------|
| 综合测试题(二) | (119) |
|-----------------|-------|

参考答案

| | |
|-----|-------|
| (1) | (127) |
| (2) | |
| (3) | |
| (4) | |

| | |
|-----|--|
| (5) | |
| (6) | |
| (7) | |
| (8) | |
| (9) | |



第一章 整式的运算



1.1 整式

回顾点兵点
课堂检测与评价

课堂检测



梳理知识要点

1 单项式:

(1) 单项式:数与字母乘积的代数式.单独的一个数或一个字母也是单项式.

单项式的和,而 $a^2 + ab + \frac{1}{b^2}$ 中的 $\frac{1}{b^2}$ 不是单项式,故

$a^2 + ab + \frac{1}{b^2}$ 不是多项式.

解:单项式: $-\frac{1}{2}, \frac{xy^2}{3}, a, \frac{a}{\pi}$.
多项式: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y$.

整式: $-\frac{1}{2}, \frac{xy^2}{3}, a, \frac{a}{\pi}, \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y$.

2 多项式:

(1) 多项式:几个单项式的和.

例2 分别指出单项式 $\frac{xy}{3}, -\frac{1}{2}b^2, a, -xy^2z^4$ 的系数与次数.

(2) 多项式的项:在多项式中组成多项式的每一个单项式.

解析 注意:①系数包括前面的符号;②单项式系数为“1”或“-1”时,“1”通常省略不写,但“-”号不能省略.

3 整式:

单项式和多项式统称整式.

解:单项式 $\frac{xy}{3}$ 的系数是 $\frac{1}{3}$,次数是2.

$-\frac{1}{2}b^2$ 的系数是 $-\frac{1}{2}$,次数是2.

a 的系数是1,次数是1.

$-xy^2z^4$ 的系数是-1,次数是7.

例3 下列多项式各由哪些项组成?每项的次数与系数分别是多少?各是几次几项式?

(1) $ab^2 - 2b + 5$

(2) $-3xy^2 - 5x^2y - x^3y + 2y - 1$

解析 注意:①多项式的每项应包括它前面的符号;②多项式的次数是组成多项式中的各项中次数最高项的次数.

解:(1)多项式 $ab^2 - 2b + 5$ 是由 $ab^2, -2b, 5$ 三项组成, ab^2 的系数是1,次数是3; $-2b$ 的系数是-2,次数是1; 5 的系数是5,次数是0.

这个多项式是三次三项式.

(2)多项式 $-3xy^2 - 5x^2y - x^3y + 2y - 1$ 是由 $-3xy^2, -5x^2y, -x^3y, 2y, -1$ 五项组成,其中 $-3xy^2$ 的系数是-3,次数是3; $-5x^2y$ 的系数是-5,次数是3; $-x^3y$ 的系数是-1,次数是4; $2y$ 的系数是2,次数是1; -1 的系数是-1,次数是0.

这个多项式是四次五项式.

拓展与创新

4 单项式的系数与次数的区别:

单项式的系数是指单项式中的数字因数,包括它前面的符号;单项式的次数是指单项式中所有字母指数的和,它仅仅与字母有关.

5 多项式的次数与单项式次数的区别:

多项式的次数就是组成多项式的其中次数较高的一个单项式的次数.

名师在线解题

例1 在 $-\frac{1}{2}, \frac{xy^2}{3}, a, \frac{a}{\pi}, \frac{n}{m}, \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y, a^2 + ab + \frac{1}{b^2}$ 这些代数式中,哪些是单项式?哪些是多项式?哪些是整式?

解析 单项式是数与字母的积或单独一个数或单独一个字母, $\frac{n}{m}$ 不符合单项式的定义,故不是单项式; $\frac{a}{\pi}$ 中由

于 π 是数而非字母,故 $\frac{a}{\pi}$ 是单项式;多项式是n个



课后大练兵

一、填空题

1. 单项式 $-\frac{xy^2}{7}$ 的系数是_____，次数是_____。

2. 多项式 $-\frac{1}{3}a^2b^2 - 3ab + 2a^3$ 有____项，它的各项的系数分别是_____，_____，_____；次数分别是_____，_____，_____，它是____次____项式。

3. 多项式 $-\frac{x^3y}{2} + 3x^2 - 6$ 是____次____项式，最高次项的系数是_____，常数项是_____。

4. 张大伯从报社以每份 0.4 元的价格购进了 a 份报纸，以每份 0.5 元的价格售出了 b 份，剩余的以每份 0.2 元的价格退回报社，则张大伯卖报的收入为_____元。

5. 如果多项式 $x^4 - (a-1)x^3 + 3x^2 - (b+1)x - 1$ 不含 x^3 和 x 项，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 若多项式 $1 - 3a^{n+1}b^3c^2$ 的次数是 8，则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 写出系数为 -3，含有 x, y, z 三个字母的三个四次单项式：_____。

8. 如果 $-2ax^my$ 是关于 x, y 的一个单项式，且系数为 4，它的次数是 3，则 $am + 1$ 的值是_____。

二、选择题

9. 下列各式： $\frac{3}{4a}, \frac{1}{\pi}, b, a, 3a^2b$ ，其中是单项式的有()。

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

10. 下列各单项式中，系数与次数相同的是()。

- A. $\frac{2}{3}a^2b$ B. $3abc$ C. $-3xy^2$ D. $-2xy$

11. 下列各式： $-3x^2 + y, -3x^2y, \frac{a}{3}, \frac{x+1}{2}, \frac{a}{b}, 4, \frac{1}{3} - a^2 + a, \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ，其中是多项式的有()。

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

12. 在下列多项式中，次数与项数相同的是()。

① $2x - 2y$ ② $12ab - 3a + b$ ③ $4m + 5n$ ④ $3ac + 2a^2b - c$ ⑤ $-\frac{1}{2}m^2 + 4n$

- A. ①②③ B. ①⑤④ C. ②③④ D. ④⑤

13. 多项式 $\frac{2x^2 + y}{3}$ 中，二次项的系数是()。

- A. 2 B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

14. 对于式子：① xy , ② $\frac{2}{3}x - by^2$, ③ $\frac{1}{x}$, ④ $5h$, ⑤ $-a^2b + 3c^2$ ，以下判断正确的是()。

- A. ①③是单项式 B. ②是二次多项式
C. ①⑤是整式 D. ②④是多项式

15. 下列说法中正确的是()。

- A. 1 不是单项式 B. $2abx$ 的系数是 2，次数是 1
C. $-3 - 4a^2b^2 + 5a^3$ 是四次三项式 D. $\frac{a^2}{a}$ 是整式

知识点回顾

填空题考查的知识点有：

16. 下列结论中不正确的是() .

 - A. 单项式和多项式统称为整式
 - B. $\frac{1}{\pi}$ 不是整式
 - C. $-\frac{3^2 x^2 y}{2}$ 的系数是 $-\frac{3^2}{2}$, 次数为 3
 - D. 四次多项式的任何一项的次数均可以为 4

三、解答題

17. 说出下列各式是几次几项式,最高次项是什么,最高次项的系数是什么,常数项是什么.

$$(1) 5x^2 - 8xy + 2y^3 - 3x + 1$$

$$(2) -\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x^2y + x^2 - 3$$

$$(3) -3a^3b - 4a^2 - 5b + \frac{1}{2}\pi$$

18. 一个关于字母 a, b 的多项式,除常数项外,其余各项的次数都是 3,这个多项式最多有几项?试写出一个符合这种要求的多项式,若 a, b 满足 $|a+b| + (b-1)^2 = 0$,求出你写的多项式的值.

解答题考查的知识点有：



1.2 整式的加减



梳理知识要点

1 整式加减的意义：

整式的加减是求几个整式的和或差的运算，其实质是去括号，合并同类项。

2 整式加减的一般步骤:

- (1) 如遇到括号,先去括号;
 - (2) 合并同类项.



名师在线解题

例题 计算：

- (1) $4x^2 - 7x + 1$ 与 $-2x^2 + 3x - 4$ 的和;
 (2) $-x^2 - 3xy + \frac{1}{2}y^2$ 与 $-\frac{1}{2}x^2 + 4xy - \frac{3}{2}y^2$ 的差.

解析 这两个题应把每个多项式看作一个整式,先分别用括号括起来,然后再去括号,合并同类项.

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & (1) (4x^2 - 7x + 1) + (-2x^2 + 3x - 4) \\
 & = 4x^2 - 7x + 1 - 2x^2 + 3x - 4 \\
 & = 4x^2 - 2x^2 - 7x + 3x + 1 - 4 \\
 & = 2x^2 - 4x - 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & (-x^2 - 3xy + \frac{1}{2}y^2) - (-\frac{1}{2}x^2 + 4xy - \frac{3}{2}y^2) \\
 &= -x^2 - 3xy + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}x^2 - 4xy + \frac{3}{2}y^2 \\
 &= -x^2 + \frac{1}{2}x^2 - 3xy - 4xy + \frac{1}{2}y^2 + \frac{3}{2}y^2 \\
 &= -\frac{1}{2}x^2 - 7xy + 2y^2
 \end{aligned}$$



拓展与创新

3 利用整式加减运算,求多项式的值:

在求多项式的值时,要根据整式的加减法则,先去括号,再合并同类项,直到化到最简时,再代入字母的值求解.

整式的和差仍是整式,和差的次数不高于所有参加运算的项的次数.



例2 计算 $(5x^2 - 3y^2) - [(5x^2 - 3xy - y^2) - (x^2 - 3xy + 3y^2)]$, 其中 $x = 3, y = \frac{1}{2}$.

解析 此题应先化简, 再求值.

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= 5x^2 - 3y^2 - (5x^2 - 3xy - y^2 - x^2 + 3xy - 3y^2) \\ &= 5x^2 - 3y^2 - (4x^2 - 4y^2) \\ &= 5x^2 - 3y^2 - 4x^2 + 4y^2 \\ &= x^2 + y^2 \end{aligned}$$

当 $x = 3, y = \frac{1}{2}$ 时,

$$\text{原式} = 3^2 + (\frac{1}{2})^2 = 9 + \frac{1}{4} = 9\frac{1}{4}.$$

例3 对任意一个三位数字, 交换它的百位数字与个位数字又得到一个数, 两个数相减, 所得结果能被 99 整除吗?

解析 设任意一个三位数表示为 $100a + 10b + c$, 那么, 新三位数为 $100c + 10b + a$. 不妨令 $a > c$,

$$\begin{aligned} &(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) \\ &= 100a - a + 10b - 10b + c - 100c \\ &= 99a - 99c = 99(a - c). \end{aligned}$$

所以能被 99 整除成立.



课后大练习

一、填空题

1. 长方形的一条边长为 $a + 2b$, 另一条边长为 $3a + 4b$ ($a > 0, b > 0$), 则这个长方形的周长为_____.

2. 化简 $(x^2 + y^2) + (2y^2 - x^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. $2ab + b^2 + \underline{\hspace{2cm}} = 3ab - b^2$.

4. 一个多项式减去 $4ab - 3b^2$ 得 $2a^2 - 3ab$, 则这个多项式是_____.

5. 一个三位数, 它的十位上的数字是百位上数字的 3 倍, 个位上的数字是百位上数字的 2 倍, 设这个三位数个位上的数是 x , 十位上的数字为 y , 百位上的数字为 z .

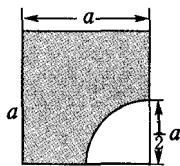
(1) 用含 x, y, z 的代数式表示这个三位数为_____.

(2) 用含 z 的代数式表示这个三位数为_____.

(3) 写出所有满足题目条件的三位数: _____.

6. 三角形的第一边长是 $a + 2b$, 第二边比第一边长 $(b - 2)$, 第三边比第二边长小 5, 则此三角形的周长是_____.

7. 如图, 阴影部分的面积为_____.



第 7 题图

二、选择题

8. 下列计算正确的是() .

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| A. $2a^2 + 5a^3 = 7a^5$ | B. $3t^2 - t^2 = 3$ |
| C. $3x + 2y = 5xy$ | D. $2x^2y - 2yx^2 = 0$ |

9. 与多项式 $x^2 - 2xy + y^2$ 相等的是().

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| A. $x^2 - xy - (xy + y^2)$ | B. $x^2 - 2(xy - y^2)$ |
| C. $(x^2 - xy) + (y^2 - xy)$ | D. $x^2 - 2(xy + \frac{y^2}{2})$ |

10. 若 $x = 1$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值为 5, 则 $x = -1$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值等于().

- A. -4 B. -5 C. -3 D. 0

三、解答题

11. $(-x + 2x^2 + 5) + (-3 + 4x^2 - 6x)$

12. $(3a^2 + 7 - ab) - (-4a^2 + 6ab + 7)$

知识点回顾

填空题考查的知识点有:

选择题考查的知识点有:

解答题考查的知识点有:

13. $(5a^2b + 3ab + a) - (6a^2b + 5ab - 7a)$

14. $3(x^2 + 5xy) - 6(2xy - \frac{1}{3}x^2)$

15. 先化简,后求值.

$(5a - 3a^2 - 3) - (-2a - a^2 + 2)$, 其中 $a = -\frac{1}{2}$.

16. $(5xy - 2x^2) - 3xy - 2(3xy - 4x^2)$, 其中 $x = 1, y = -2$.

17. 设 $A = 2a^3 + 3a^2 - 7a, B = 5a^3 - 4a^2 + 10$.

计算:(1) $A + B$; (2) $A - B$; (3) $B - A$.

18. 某市鼓励市民节约用水,对自来水用户按如下标准收费:

若每月每户用水不超过 $15 m^3$, 则每立方米按 a 元收费; 若超过 $15 m^3$, 则超过的部分每立方米按 $2a$ 元收费. 如果某户居民一个月内用水 $35 m^3$, 那么该月应缴的水费是多少元?19. 一个三位数,十位数字为 $a - 1$,个位数字比十位数字的 3 倍多 2,百位数字比个位数字少 3,试用多项式表示这个三位数,并求当 $a = 3$ 时,这个三位数是多少.



1.3 同底数幂的乘法



梳理知识要点

1 同底数幂的乘法法则:

同底数幂相乘,底数不变,指数相加,即 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 都是正整数).

当三个或三个以上同底数幂相乘时,也具有这一性质.



拓展与创新

2 在运算中要分清底数、指数、幂的概念,幂的底数相同时,此运算法则才可使用.

3 公式还可逆用:

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n \quad (m, n \text{ 均为正整数})$$



名师在线解题

计算.

$$(1) -m^2 \cdot (-m)^3 \cdot (-m)^4$$

$$(2) (x-y)^8 \cdot (y-x)^5 \cdot (x-y)^4$$

解析 在进行同底数幂的乘法运算时,一定要找准底数,确定好符号. 第(1)题中, $-m^2$ 的底数是 m , 而不是 $-m$, 注意底数的区别. 第(2)题的底数也不相同, 可进行如下变形:

$$(y-x)^5 = [-(x-y)]^5 = -(x-y)^5$$



课后大练兵

一、填空题

$$1. 10^6 \times 10^3 \times 10^{10} = \underline{\hspace{2cm}}, -\frac{2}{3} \times 10^3 \times 15 \times 10^5 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$2. x^2 \cdot x^3 = \underline{\hspace{2cm}}, -x \cdot x^2 \cdot x^3 = \underline{\hspace{2cm}}; (-y)^2 \cdot (-y)^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$3. a \cdot a^2 \cdot a^3 = \underline{\hspace{2cm}}, -(-a)^2 \cdot (-a)^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$4. x^m \cdot x^2 = \underline{\hspace{2cm}}, x^{m+1} \cdot x^{m-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$5. (-1)^{2n} \cdot (-1)^{2004} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$6. (x-y)^2 \cdot (y-x)^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$7. x^{2a+1} \cdot x^a \cdot x^3 = x^{31}, \text{ 则 } a = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\begin{aligned}\text{解: (1) 原式} &= -m^2 \cdot (-m^3) \cdot m^4 \\ &= m^{2+3+4} = m^9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(2) 原式} &= (x-y)^8 \cdot [-(x-y)^5] \cdot (x-y)^4 \\ &= -(x-y)^{8+5+4} = -(x-y)^{17}\end{aligned}$$

$$\text{若 } x^{m-2} \cdot x^{3m} = x^2, \text{ 则 } \frac{2}{3}m^2 - m + \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

解析 先利用同底数幂乘法法则得到关于 m 的方程,求出 m ,再代入求值.

$$\text{解: } x^{m-2} \cdot x^{3m} = x^2$$

$$x^{m-2+3m} = x^2$$

$$x^{4m-2} = x^2$$

$$4m-2=2$$

$$4m=4$$

$$m=1$$

$$\therefore \frac{2}{3}m^2 - m + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times 1^2 - 1 + \frac{1}{3} = 0$$

$$\text{解: (1) 已知 } a^m = 2, a^n = 5, \text{ 求 } a^{m+n} \text{ 的值;}$$

$$\text{解: (2) 已知 } 2^{3x+1} = 16, \text{ 求 } x.$$

$$\text{解析 (1) } \because a^m \cdot a^n = a^{m+n},$$

∴ 逆用同底数幂乘法法则,由 $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ 便可求出其值.

(2) ∵ 16 可以写成 2^4 ,使左右两边底数相同,便可得到 $3x+1=4$ 这一条件.

$$\text{解: (1) } a^{m+n} = a^m \cdot a^n = 2 \times 5 = 10$$

$$\text{解: (2) 原方程可变为: } 2^{3x+1} = 2^4,$$

$$\therefore 3x+1=4, \therefore x=1.$$

知识点回顾

填空题考查的知识点有:

8. $a^m = 3, a^n = 4$, 则 $a^{m+n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

9. 在下列 4 个算式中, 正确的是()。

- A. $a^5 \cdot a^5 = 2a^5$
B. $b^5 + b^5 + b^5 = 3b^{15}$
C. $c^3 + c^3 = c^6$
D. $d^2 \cdot d \cdot d^3 = d^6$

10. 下列计算不正确的是()。

- A. $(-a^4)(-a)^4 = a^8$
B. $-b^2 \cdot (-b)^5 = b^7$
C. $x^3(-x^3)(-x^2) = x^8$
D. $-(-y)^3(-y) = -y^4$

11. 下列计算错误的是()。

- A. $5a^3 - a^3 = 4a^3$
B. $2^m \cdot 3^n = 6^{m+n}$
C. $(a-b)^3 \cdot (b-a)^2 = (a-b)^5$
D. $-a^2 \cdot (-a)^3 = a^5$

12. 在下列计算中, 正确的有()个。

- ① $10^2 \times 10^3 = 10^6$ ② $5 \times 5^4 = 5^4$ ③ $a^2 \cdot a^2 = 2a^2$ ④ $c \cdot c^4 = c^5$ ⑤ $b + b^3 = b^4$
⑥ $b^5 + b^5 = 2b^5$ ⑦ $3^3 + 2^3 = 5^3$ ⑧ $x^5 \cdot x^5 = x^{25}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

13. 下列计算正确的是()。

- A. $(-\frac{1}{2})^3 = -\frac{3}{8}$
B. $-x^5 \cdot (-x^2) = -x^7$
C. $a^m \cdot a^n = a^{mn}$
D. $(-1)^{2n} \cdot (-1)^{2n-1} = -1$

14. 下列计算正确的是()。

- A. $m^2 \cdot m^4 = m^8$
B. $-x^2 \cdot (-x)^2 = x^4$
C. $a^3 \cdot (-a^2) = -a^5$
D. $m^4 \cdot m^4 = 2m^4$

三、计算题

15. $100 \times 100^{m+1} \times 100^{m-1}$

16. $x^3 \cdot x^3 - x^2 \cdot x^4$

选择题考查的知识点有:

计算题考查的知识点有:

解答题考查的知识点有:

17. $(x-y)^2 \cdot (y-x)^3 \cdot (x-y)$

18. $y \cdot y^{n+1} \cdot y^{n+2}$

19. $x \cdot x^{m-1} + x^2 x^{m-2} - 3x^3 \cdot x^{m-3}$

四、解答题

20. 在我国, 平均每平方米的土地一年从太阳直接得到的能量, 相当于燃烧 1.3×10^8 千克煤所产生的能量. 我国有 960 万平方千米的陆地国土面积, 一年从太阳得到的能量相当于燃烧多少千克的煤? (用科学记数法表示.)





1.4 幂的乘方与积的乘方



梳理知识要点

1 幂的乘方：

法则：幂的乘方，底数不变，指数相乘。

即 $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数).

2 积的乘方：

法则：积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。

即 $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数).



拓展与创新

3 幂的乘方根据是乘方的意义和同底数幂相乘，底数不变，指数相乘。可推广为 $[(a^m)^n]^p = a^{mnp}$.

4 积的乘方根据是乘方的意义和同底数幂相乘，把积中每一个因式分别乘方。可推广为 $(abc)^n = a^n b^n c^n$.

5 幂的乘方与积的乘方的逆运用：

(1) $(a^m)^n = a^{mn}$ 的逆运用。

如 $x^{2n} = 3$, 则 $x^{10n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

解: $x^{10n} = (x^{2n})^5 = 3^5 = 243$.

(2) $a^n b^n = (ab)^n$ 的运用。

如 $0.5^{2002} \cdot 2^{2002} = (0.5 \times 2)^{2002} = 1$



名师在线解题

计算.

$$(1) (a^2)^3 \quad (2) (x^2)^3 \cdot x \quad (3) 3(y^2)^9 - 2(y^3)^6$$

解析 解:(1) 原式 $= a^6$

$$(2) \text{原式} = x^6 \cdot x = x^7$$

$$(3) \text{原式} = 3y^{18} - 2y^{18} = y^{18}$$

计算.

$$(1) (-a^3)^5 \quad (2) (-2xy^3)^2 \quad (3) (-3x^2yz^3)^3$$

解析 应注意系数是积的一个因式，计算多因式积的乘方时不要漏项。

解:(1) 原式 $= -a^{15}$

$$(2) \text{原式} = (-2)^2 x^2 (y^3)^2 = 4x^2 y^6$$

$$(2) \text{原式} = (-3)^3 (x^2)^3 y^3 (z^3)^3 = -27x^6 y^3 z^9$$

例题 现有一个棱长为 3×10^2 cm 的正方体集装箱，用来装捐给灾区小朋友的书籍。小亮量得一本书的长为 20 cm，宽为 15 cm，厚为 2 cm。你能算出该集装箱最多能装多少本这样的书吗？

解析 求出集装箱的体积，一本书的体积，用集装箱的体积除以一本书的体积就可以得出结果。

解：集装箱的体积为 $(3 \times 10^2)^3$ cm³，一本书的体积为

$$(20 \times 15 \times 2) \text{ cm}^3, \text{故最多能装 } \frac{(3 \times 10^2)^3}{20 \times 15 \times 2} = 45000$$

(本)这样的书。



课后大练兵

一、填空题

$$1. (a^2)^8 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (-a^2b)^3 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (3 \times 10^2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$2. (-2xy^3z^2)^4 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (-\frac{3}{5}a^2b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$3. a^{12} = (\underline{\hspace{2cm}})^3 = (\underline{\hspace{2cm}})^4 = (\underline{\hspace{2cm}})^6$$

$$4. a^2 \cdot (-a)^3 \cdot (-a^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$5. (-a^3)^2 + (-a^2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$6. \text{若 } (a^2b^m)^n = a^4b^6, \text{则 } m = \underline{\hspace{2cm}}, n = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$7. (-8)^{2003} \times 0.125^{2002} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$8. |x-1| + (y-2)^2 = 0, \text{则 } x^3y^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$9. 3 \times 9^m \times 27^m = 3^{21}, \text{则 } m = \underline{\hspace{2cm}}.$$

知识点回顾

填空题考查的知识点有：

二、选择题

10. 下列 4 个算式中, 正确的是().

A. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ B. $x + x = x^2$
 C. $(2xy)^2 = 4x^2y^2$ D. $(-b^3)^4 = b^7$

11. 下列计算正确的是().

A. $x^5 + x^5 = x^{10}$ B. $x^5 \cdot x^5 = 2x^{10}$
 C. $(x^5)^5 = x^{25}$ D. $(a^2b)^2 = a^2b^2$

12. 在下列运算中, 计算正确的是().

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $a^8 \cdot a^2 = a^{16}$
 C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $(ab^2)^2 = a^5$

13. 下列计算错误的是().

A. $x^3 + x^3 = 2x^3$ B. $-x^2 \cdot (-x)^2 =$
 C. $(x^2)^3 = x^5$ D. $(-x^2y)^3 = -x^6$

14. 下列计算中错误的是().

A. $(-2mn)^3 = -8m^3n^3$ B. $(-\frac{1}{3}x^3y)^2 = \frac{1}{9}$
 C. $(-xy)^3 = -xy^3$ D. $-(x^3y^2)^2 = -x^6$

三、解答题

$$15. (-a^5)^5 \cdot (-a)^2 \qquad \qquad 16. (x^4)^3 + (x^3)^4 - 2(x^2)^6$$

$$17. (-x)^6 - (-3x^3)^2 - [-(2x^2)]^3 \quad 18. 2(x^3)^2 \cdot x^3 - (3x^3)^3 + (5x)^2 \cdot x^7$$

19. 当 $a = \frac{1}{4}$, $b = 4$ 时, 求代数式 $a^3(-b^3)^2 + (-\frac{1}{2}ab^2)^3$ 的值.

选择题考查的知识点有：

解答题考查的知识点有：



1.5 同底数幂的除法



梳理知识要点

1 同底数幂的除法：

法则：同底数幂相除，底数不变，指数相减。

即 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$, m, n 都是正整数, 且 $m > n$).

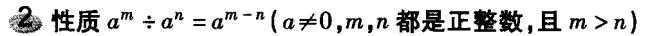
我们规定: $a^0 = 1$ ($a \neq 0$), $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0, p$ 是正整数)

数).

即任何一个不等于 0 的数的 $-p$ (p 为正整数) 次幂等于这个数的 p 次幂的倒数.



拓展与创新





的逆运用：

$$\text{即 } a^{m-n} = a^m \div a^n,$$

同理 $a^p = \frac{1}{a^{-p}}$ ($a \neq 0, p$ 为正整数).



名师在线解题

计算.

$$(1) (-x)^7 \div (-x)^3$$

$$(2) (a^2 b^3)^6 \div (a^2 b^3)^2$$

$$(3) (m-n)^8 \div (n-m)^3$$

$$(4) (x^2)^2 \div (x \cdot x^2)$$

- 解析** 第(3)小题底数不相同，应先化成同底数。
第(4)小题注意运算顺序，应先算幂的乘方及括号里同底数幂相乘，后算除法。

$$\text{解: (1)} (-x)^7 \div (-x)^3 = (-x)^{7-3} = (-x)^4 = x^4$$

$$\begin{aligned} (2) (a^2 b^3)^6 \div (a^2 b^3)^2 \\ = (a^2 b^3)^{6-2} = (a^2 b^3)^4 \\ = a^8 b^{12} \end{aligned}$$

$$(3) (m-n)^8 \div (n-m)^3$$

$$= (n-m)^8 \div (n-m)^3$$

$$= (n-m)^5$$

$$(4) (x^2)^2 \div (x \cdot x^2) = x^4 \div x^3 = x$$

用小数或分数表示下列各数.

$$(1) 10^{-2} \quad (2) 2.3 \times 10^{-2} \quad (3) \pi^0 \times 3^{-3}$$

解析 根据 $a^0 = 1, a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0, p$ 是正整数) 计算.

$$\text{解: (1)} 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$(2) 2.3 \times 10^{-2} = 2.3 \times \frac{1}{10^2} = 2.3 \times 0.01 = 0.023$$

$$(3) \pi^0 \times 3^{-3} = 1 \times \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$



课后大练习

一、填空题

$$1. (\frac{1}{2})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}, (-3)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}, (-3)^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$2. (-2)^5 \div (-2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}, (ab)^5 \div (ab)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-a^4 \div (-a)^3 = \underline{\hspace{2cm}}, (-\frac{1}{3})^4 \div (-\frac{1}{3})^7 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$3. (\frac{1}{2})^0 = \underline{\hspace{2cm}}, (-\frac{1}{5})^0 \times 3^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}, -2^2 + (\frac{1}{3})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$4. (-bc)^4 \div (-bc)^2 = \underline{\hspace{2cm}}; (x+y)^3 \div (x+y) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$5. (x^2 y)^4 \div (x^2 y)^3 = \underline{\hspace{2cm}}; a^6 \div (a^4 \div a^3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6. a^{3m-2} \div a^{2m+1} = \underline{\hspace{2cm}}; 2a^2 \cdot a^3 \div a^4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$7. \text{若 } x^m = 2, x^n = 5, \text{ 则 } x^{m+n} = \underline{\hspace{2cm}}, x^{m-n} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$8. \text{若 } 3^x = a, 3^y = b, \text{ 则 } 3^{2x-y} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、选择题

9. 下列计算正确的是() .

A. $2^{-2} = 4$

B. $(3^3)^2 = 3^5$

C. $(\frac{1}{3})^{-1} = 3$

D. $x^8 \div x^4 = x^2$

10. 下列运算正确的是() .

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $a^8 \div a^4 = a^2$

C. $a^3 + a^3 = 2a^6$

D. $(a^3)^2 = a^6$

11. 下列计算正确的是() .

A. $2^2 \cdot 2^0 = 2^3 = 8$

B. $(2^3)^2 = 2^5 = 32$

C. $(-2)(-2)^2 = -2^3 = -8$

D. $2^3 \div 2^3 = 2$

12. 下列计算正确的是() .

A. $(2a)^3 = 6a^3$

B. $x^4 \div x^4 = x$

知识点回顾

填空题考查的知识点有:

C. $-x^2 \cdot x^3 = x^5$

D. $(m^3)^3 = m^9$

13. 下列计算正确的是()。

A. $2x^2 - x^2 = x^2$

B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

C. $x^3 \div x = x^3$

D. $(x^3y^2)^2 = x^2y^1$

14. 下列各式计算正确的是()。

A. $(a^5)^2 = a^7$

B. $2x^{-2} = \frac{1}{2x^2}$

C. $4a^3 \cdot 2a^2 = 8a^6$

D. $a^8 \div a^2 = a^6$

15. 下列计算正确的是()。

A. $2a^3 - 3a = -a$

B. $(-ab)^2 = -a^2b^2$

C. $a^2 \cdot a^{-3} = a^{-1}$

D. $-2a^3 \div (-2a) = -a^2$

16. 下列计算错误的是()。

A. $x^{6m} \div x^{3m} = x^2$

B. $(-a)^6 \div (-a)^3 = -a^3$

C. $(a+b)^3 \div (a+b) = (a+b)^2$

D. $(a-b)^5 \div (b-a)^2 = (a-b)^3$

三、解答题

17. $(\frac{1}{2})^{-1} + 2^0 - 2 \times 2^2$

18. $10^7 \div (10^3 \div 10^2)$

解答题考查的知识点有:

19. $a^{12} \div (a^8 \times a^2) \times a^2$

20. $(-1)^2 + (\frac{1}{2})^{-1} - 5 \div (2005 - \pi)^0$

21. $(b^2)^3 \cdot (b^3)^4 \div (b^5)^3$

22. $(-a^{10})^3 \div (-a)^{10} + (-a^3)^2 \div a^6$

**梳理知识要点****单项式的乘法法则:**

单项式与单项式相乘,把它们的系数、相同字母的幂分别相乘,其余字母连同它的指数不变,作为积的因式.

单项式与多项式的乘法法则:

单项式与多项式相乘,就是根据分配律用单项式去乘多项式的每一项,再把它们所得的积相加.

**1.6 整式的乘法****● 多项式的乘法法则:**

多项式与多项式相乘,先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项,再把它们所得的积相加.

**拓展与创新**

● 运用多项式的乘法法则时应注意单项式乘法法则对于三个以上的单项式相乘同样适用,单项式乘以单项式的结果仍是一个单项式.



5 运用单项式与多项式的乘法法则时,应注意符号问题.

6 进行多项式乘法运算时,也要注意确定积中各项的符号.



名师在线解题

例1 计算.

$$(1) (3a^3b^4) \cdot (-2ab^3c^2)$$

$$(2) (-\frac{1}{2}m^3n)^3 \cdot (-2m^2n)^4$$

$$(3) (-3ab) \cdot (a^2c) \cdot (6a^2c)$$

解析 运用单项式的乘法法则, 凡在单项式里出现过的字母, 在其结果里面也应有, 不能漏掉.

$$\text{解: } (1) (3a^3b^4) \cdot (-2ab^3c^2)$$

$$= [3 \times (-2)] (a^3 \cdot a) \cdot (b^4 \cdot b^3) c^2 \\ = -6a^4b^7c^2$$

$$(2) (-\frac{1}{2}m^3n)^3 \cdot (-2m^2n)^4$$

$$= (-\frac{1}{8}m^9n^3) \cdot (16m^8n^4)$$

$$= (-\frac{1}{8} \times 16) (m^9m^8) (n^3n^4)$$

$$= -2m^{17}n^7$$

$$(3) (-3ab) \cdot (a^2c) \cdot (6a^2c)$$

$$= (-3 \times 1 \times 6) (aa^2a^2) b(cc) \\ = -18a^5bc^2$$

例2 计算.

$$(1) -4a(2a^2 - 3a + 1)$$

$$(2) (-\frac{1}{2}x)(8x^3 - 7x + 4)$$

解析 (1) 在确定乘积每一项的符号时, 一是要看多项式中每一项的符号, 二是要看单项式的符号.

(2) 不要漏乘任何一项, 特别是当常数项是 ± 1 时, 更不要漏乘.

解:

$$(1) -4a(2a^2 - 3a + 1)$$

$$= -4a \cdot (2a^2) + (-4a) \cdot (-3a) + (-4a) \times 1 \\ = -8a^3 + 12a^2 - 4a$$

$$(2) (-\frac{1}{2}x)(8x^3 - 7x + 4)$$

$$= (-\frac{1}{2}x) \cdot (8x^3) + (-\frac{1}{2}x) \cdot (-7x) + (-\frac{1}{2}x) \times 4 \\ = -4x^4 + \frac{7}{2}x^2 - 2x$$

例3 计算.

$$(1) (x - 2y)(5a - 3b)$$

$$(2) (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

解析 多项式的每一项都包括它前面的符号, 在计算时注意确定乘积中各项的符号, 并且最后要合并同类项.

解:

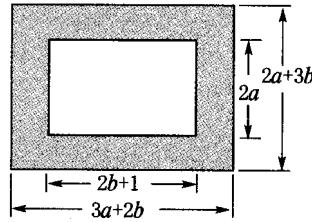
$$(1) (x - 2y)(5a - 3b)$$

$$= x \cdot 5a + x \cdot (-3b) + (-2y) \cdot 5a + (-2y) \cdot (-3b) \\ = 5ax - 3bx - 10ay + 6by$$

$$(2) (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$= x \cdot x^2 + x \cdot (-xy) + x \cdot y^2 + y \cdot x^2 + y \cdot (-xy) + y \cdot y^2 \\ = x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3 \\ = x^3 + y^3$$

例4 一矩形框的尺寸如图所示, 求出图中阴影部分的面积.



例4题图

解析 阴影部分的面积 = 大长方形的面积 - 空白处长方形面积.

$$\text{解: } (3a + 2b)(2a + 3b) - (2b + 1) \cdot 2a$$

$$= 3a \cdot (2a) + 3a \cdot (3b) + 2b \cdot (2a) + 2b \cdot (3b) \\ - 2a(2b) - 2a \times 1 \\ = 6a^2 + 9ab + 4ab + 6b^2 - 4ab - 2a \\ = 6a^2 + 9ab + 6b^2 - 2a$$

例5 计算: $3x(2x^2 - x + 1) - 2(2x - 3) - 4(1 - x^2)$, 其中 $x = -2$.

解析 先化简, 后求值.

$$\text{解: 原式} = 6x^3 - 3x^2 + 3x - 4x + 6 - 4 + 4x^2 \\ = 6x^3 + x^2 - x + 2,$$

当 $x = -2$ 时,

$$\text{原式} = 6 \times (-2)^3 + (-2)^2 - (-2) + 2 \\ = -48 + 4 + 2 + 2 = -40.$$