



普通高等教育  
“十一五”国家级  
规划教材



普通高等教育  
电气工程与自动化类  
“十一五”规划教材

# FUNDAMENTALS OF MODERN CONTROL THEORY

# 现代控制理论基础

第2版

王孝武 主编



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
普通高等教育电气工程与自动化类“十一五”规划教材

# 现代控制理论基础

第2版

合肥工业大学 王孝武 主 编  
张晓江 副主编  
赵庆生 主 审



机械工业出版社



本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

本书系统地介绍了状态空间法的基本理论与基本方法，包括系统分析的方法以及为了获得希望的系统瞬态性能和稳态性能的设计方法。除此之外，本书还介绍了系统最优控制中最基本的理论和方法。

本书的内容阐述循序渐进，富有启发性；论证与实例配合紧密；注意全书各章节之间内容的衔接，注意与经典控制理论中有关内容的联系，可读性好，便于自学。本书配有电子教案，欢迎选用本书作教材的老师索取，索取邮箱：wbj@mail.machineinfo.gov.cn。

本书是在原高等工业学校工业自动化专业教学指导委员会规划的工业自动化专业本科生教材的基础上修订的。可作为自动化、电气工程及其自动化、计算机应用、电子信息工程、测控技术与仪器等专业本科生教材，也可供从事这些领域的工程技术人员参考。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

现代控制理论基础/王孝武主编. —2版. —北京:  
机械工业出版社, 2006.8 (2007.2重印)  
普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
普通高等教育电气工程与自动化类“十一五”规划教材  
ISBN 978-7-111-06228-8

I. 现… II. 王… III. 现代控制理论-高等学校  
-教材 IV. 0231

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 093388 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 王保家 版式设计: 张世琴

责任校对: 张莉娟 责任印制: 洪汉军

北京京丰印刷厂印刷

2007年2月第2版·第2次印刷

184mm×260mm·16.25印张·401千字

标准书号: ISBN 978-7-111-06228-8

定价: 23.00元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

销售服务热线电话: (010) 68326294

购书热线电话: (010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话: (010) 88379711

封面无防伪标均为盗版



# 全国高等学校电气工程与自动化系列教材 编审委员会

主任委员 汪樵生 浙江大学

副主任委员 (按姓氏笔划排序)

王兆安 西安交通大学  
王孝武 合肥工业大学  
田作华 上海交通大学  
刘 丁 西安理工大学  
陈伯时 上海大学  
郑大钟 清华大学  
赵光宙 浙江大学  
赵 曜 四川大学  
韩雪清 机械工业出版社

委 员 (按姓氏笔划排序)

戈宝军	哈尔滨理工大学	方 敏	合肥工业大学
王钦若	广东工业大学	白保东	沈阳工业大学
吴 刚	中国科技大学	张化光	东北大学
张纯江	燕山大学	张 波	华南理工大学
张晓华	哈尔滨工业大学	杨 耕	清华大学
邹积岩	大连理工大学	陈 冲	福州大学
陈庆伟	南京理工大学	范 瑜	北京交通大学
夏长亮	天津大学	章 兢	湖南大学
萧蕴诗	同济大学	程 明	东南大学
韩 力	重庆大学	雷银照	北京航空航天大学
熊 蕊	华中科技大学		

# 序

随着科学技术的不断进步，电气工程与自动化技术正以令人瞩目的发展速度，改变着我国工业的整体面貌。同时，对社会的生产方式、人们的生活方式和思想观念也产生了重大的影响，并在现代化建设中发挥着越来越重要的作用。随着与信息科学、计算机科学和能源科学等相关学科的交叉融合，它正在向智能化、网络化和集成化的方向发展。

教育是培养人才和增强民族创新能力的基础，高等学校作为国家培养人才的主要基地，肩负着教书育人的神圣使命。在实际教学中，根据社会需求，构建具有时代特征、反映最新科技成果的知识体系是每个教育工作者义不容辞的光荣任务。

教书育人，教材先行。机械工业出版社几十年来出版了大量的电气工程与自动化类教材，有些教材十几年、几十年长盛不衰，有着很好的基础。为了适应我国目前高等学校电气工程与自动化类专业人才培养的需要，配合各高等学校的教学改革进程，满足不同层次、不同类型的学校在课程设置上的需求，由中国机械工业教育协会电气工程及自动化学科教学委员会、中国电工技术学会高校工业自动化教育专业委员会、机械工业出版社共同发起成立了“全国高等学校电气工程与自动化系列教材编审委员会”，组织出版新的电气工程与自动化类系列教材。这套教材基于“**加强基础，削枝强干，循序渐进，力求创新**”的原则，通过对传统课程内容的整合、交融和改革，以不同的模块组合来满足各类学校特色办学的需要。并力求做到：

**1. 适用性：**结合电气工程与自动化类专业的培养目标、专业定位，按技术基础课、专业基础课、专业课和教学实践等环节，进行选材组稿。对有的具有特色的教材采取一纲多本的方法。注重课程之间的交叉与衔接，在满足系统性的前提下，尽量减少内容上的重复。

**2. 示范性：**力求教材中展现的教学理念、知识体系、知识点和实施方案在本领域中具有广泛的辐射性和示范性，代表并引导教学发展的趋势和方向。

**3. 创新性：**在教材编写中强调与时俱进，对原有的知识体系进行实质性的改革和发展，鼓励教材涵盖新体系、新内容、新技术，注重教学理论创新和实践创新，以适应新形势下的教学规律。

**4. 权威性：**本系列教材的编委由长期工作在教学第一线的知名教授和学者组成。他们知识渊博，经验丰富。组稿过程严谨细致，对书目确定、主编征集、

资料申报和专家评审等都有明确的规范和要求，为确保教材的高质量提供了有力保障。

这套教材的顺利出版，先后得到全国数十所高校相关领导的大力支持和广大骨干教师的积极参与，在此谨表示衷心的感谢，并欢迎广大师生提出宝贵的意见和建议。

这套教材的出版如能在转变教学思想、推动教学改革、更新专业知识体系、创造适应学生个性和多样化发展的学习环境、培养学生的创新能力等方面收到成效，我们将会感到莫大的欣慰。

全国高等学校电气工程与自动化系列教材编审委员会

汪植生 陈树明 郑大钟



## 第2版前言

本书第1版是原高等工业学校工业电气自动化专业教学指导委员会教材规划中的一本规划教材,1998年10月出版。随着科学技术的快速发展和高等教育改革的深入,应当对教材第1版进行修订。对于编者拟订的教材修改大纲,全国高等学校电气工程与自动化系列教材编审委员会的各位委员进行了讨论并提出一些建设性的建议,对于提高教材的质量有很大帮助。

本书修订的主要内容为:

(1) 由于教学计划的调整,该课程的教学时数减少,为适应新的教学计划,将原书中第7章“线性多变量系统频域法”去掉。

(2) 采用 MATLAB 语言编程代替“计算机辅助分析和设计”的内容。MATLAB 语言以其强大的矩阵运算能力和良好的图形可视化功能,已成为控制界应用最广的计算机辅助分析和设计工具。因为 MATLAB 语言及其应用已作为一门课程学习,所以本书将直接运用。

(3) 在最优控制一章中,增加了“末值时刻自由情况下的最优控制”和“用动态规划法求解连续系统最优控制问题”。

(4) 用单级倒立摆系统作为例子,从建模、能控性、能观测性分析到状态反馈系统的极点配置。目的在于了解一个控制系统的分析和设计的过程。

修订后本书主要介绍状态空间法。在已知数学模型的情况下,研究系统的运动规律和能控性、能观测性、稳定性等系统的基本结构特性(即系统分析)以及改变系统运动规律的可能性与方法(即系统设计)。一般地说,在实际工程中,不仅关心系统能够稳定运行,而且尽可能使系统具有希望的瞬态性能和稳态性能。因此,本书除了介绍状态反馈系统极点配置内容外,还介绍了内模原理和鲁棒性等概念,以及实现渐近跟踪与干扰抑制的设计方法。在本书第6章中,通过两个贴近工程实际的最优控制问题,介绍了最优控制的基本理论与方法。

在编写方法上,仍保持第1版的特色。从实例出发,引出问题,进而分析问题,解决问题。书中内容的阐述循序渐进,富有启发性;论证与实例配合紧密;注意各章节之间内容的呼应,注意与经典控制理论中一些内容的联系,可读性好,便于自学。

本书可以作为自动化、电气工程及其自动化、电力电子与电力传动、计算机应用、电子信息工程、测控技术与仪器等专业本科生教材,也可供从事这些领域的工程技术人员参考。

本书由合肥工业大学王孝武教授任主编,张晓江副教授任副主编。其中第1、3、5、6章由王孝武编写,第2、4章由中国科技大学王友宁编写。单级倒立摆系统建模、分析和设计, MATLAB 语言的应用和部分习题参考答案由张晓江编写。本书配有电子教案,由张晓江副教授制作。欢迎选用本书作教材的老师索取,索取邮箱: wbj@mail.machineinfo.gov.cn。

本书由太原理工大学赵庆生教授主审。华中科技大学胡亚光教授、中国科技大学李嗣福教授、合肥工业大学王经维教授参加了第1版审稿。在本书修订时,又得到浙江大学汪懋生院士、上海大学陈伯时教授、清华大学郑大钟教授、西安交通大学王兆安教授、浙江大学

赵光宙教授、西安理工大学刘丁教授、上海交通大学田作华教授、四川大学赵曜教授、湖南大学章兢教授、福州大学陈冲教授的关心、支持和帮助；得到机械工业出版社的资助和合肥工业大学电气与自动化工程学院的大力支持和帮助。在此一并致谢。

由于编者的水平有限，书中的不妥和错误之处在所难免，恳请指正。

**编者**

**2006年8月于合肥**





# 第1版前言

本书是高等工业学校工业电气自动化专业教学指导委员会会议（汕头会议）决定新编的《现代控制理论基础》教材。

本书在取材上，主要介绍状态空间法。在已知数学模型的情况下，研究系统的运动规律和能控性、能观测性、稳定性等系统的基本结构特性（即系统分析）以及改变系统运动规律的可能性与方法（即系统设计）。一般地说，实际工程中，不仅关心系统能够稳定运行，而且尽可能使系统具有希望的瞬态性能和稳态性能。因此，本书除了介绍状态反馈系统极点配置的内容外，还介绍了内模原理和鲁棒性等概念，以及实现渐近跟踪与干扰抑制的设计方法。本书第六章中，通过两个贴近工程实际的最优控制问题，介绍了最优控制的基本理论与方法。几乎在状态空间发展的同时，多变量频域法产生并得到较快地发展，考虑到生产过程自动控制的需要，以及广大工程技术人员对频率法熟悉的实际情况，本书介绍了多变量频域法。它的特点是在一定条件下，将多输入-多输出系统化多个单输入-单输出系统来处理。将经典控制理论中的频率法推广到多输入-多输出系统中去，并可由计算机辅助设计。为了便于学习，书中介绍了多变量频域法的数学基础以及多变量系统的零点、极点及其性质。

在编写方法上，从实例出发，引出问题，进而分析问题，解决问题。书中内容的阐述循序渐进，富有启发性。论证与实例配合紧密，注意各章节之间内容的呼应，注意与经典控制理论中一些内容的联系，可读性好，便于自学。书中还介绍了一些用计算机分析和设计控制系统的算法。

本书可以作为工业自动化、自动控制、电机电器及其控制、应用电子、计算机应用、通信等专业本科生教材，也可供从事这些领域的工程技术人员参考。

本书由合肥工业大学王孝武教授主编，其中第一、三、五、六、七章由王孝武编写，第二、四章由中国科技大学王友宁编写。

本书由太原工业大学赵庆生教授主审，华中理工大学胡亚光教授、安徽工学院王经维教授也对本书作了严谨、认真的审阅，提出了许多宝贵的意见，在此谨向他们表示衷心感谢；在本书编写过程中得到合肥工业大学顾绳谷教授、上海大学陈伯时教授、北京轻工业学院夏德钎教授、安徽大学李仁教授、中国科技大学李嗣福教授、合肥工业大学教材科郑象鹤科长、合肥工业大学电气工程系的关心、帮助和支持，在此一并致谢。

限于编者的水平有限，书中的不妥或错误之处在所难免，恳请指正。

编者

1998年4月于合肥

# 目 录

序	
第 2 版前言	
第 1 版前言	
绪论	1
0.1 自动控制与控制理论	1
0.2 控制理论发展简况	2
0.3 现代控制理论的基本内容	3
0.4 本课程的基本任务	4
第 1 章 控制系统的数学模型	5
1.1 状态空间表达式	5
1.2 由微分方程求状态空间表达式	13
1.3 传递函数矩阵	19
1.4 离散系统的数学描述	24
1.5 线性变换	28
1.6 组合系统的数学描述	36
1.7 利用 MATLAB 进行模型的转换	40
小结	45
习题	45
第 2 章 线性控制系统的运动分析	48
2.1 线性定常系统齐次状态方程的解	48
2.2 状态转移矩阵	50
2.3 线性定常系统非齐次状态方程的解	58
2.4 线性时变系统的运动分析	60
2.5 线性系统的脉冲响应矩阵	64
2.6 线性连续系统方程的离散化	67
2.7 线性离散系统的运动分析	70
2.8 用 MATLAB 求解系统方程	74
小结	77
习题	77
第 3 章 控制系统的能控性和能观测性	81
3.1 引言	81
3.2 能控性及其判据	83
3.3 能观测性及其判据	90
3.4 离散系统的能控性和能观测性	95
3.5 对偶原理	100
3.6 能控标准形和能观测标准形	103
3.7 能控性、能观测性与传递函数的关系	107
3.8 系统的结构分解	109
3.9 实现问题	115
3.10 MATLAB 的应用	122
小结	126
习题	127
第 4 章 控制系统的稳定性	130
4.1 引言	130
4.2 李亚甫诺夫意义下稳定性的定义	132
4.3 李亚甫诺夫第二法	134
4.4 线性连续系统的稳定性	137
4.5 线性定常离散系统的稳定性	139
4.6 有界输入-有界输出稳定	140
4.7 非线性系统的稳定性分析	143
小结	150
习题	150
第 5 章 线性定常系统的综合	153
5.1 引言	153
5.2 状态反馈和输出反馈	153
5.3 状态反馈系统的能控性和能观测性	155
5.4 极点配置	156
5.5 镇定问题	163
5.6 状态重构和状态观测器	165
5.7 降阶观测器	170
5.8 带状观测器的状态反馈系统	173
5.9 渐近跟踪与干扰抑制问题	175
5.10 解耦问题	182
5.11 MATLAB 的应用	190
小结	196
习题	197
第 6 章 最优控制	199
6.1 引言	199
6.2 用变分法求解最优控制问题	201

6.3 极小值原理及其在快速控制中的 应用 .....	211	小结 .....	238
6.4 用动态规划法求解最优控制问题 .....	217	习题 .....	238
6.5 线性状态调节器 .....	225	<b>部分习题参考答案</b> .....	241
6.6 线性伺服机问题 .....	234	<b>参考文献</b> .....	249



# 绪 论

## 0.1 自动控制与控制理论

控制理论是一门关于控制的科学。所谓控制就是把有目的性的作用组织起来，使某被控制对象的运动不超越一定范围或按一定的规律变化等等。自动控制是在不需要人直接参与的情况下有目的性的作用，而实现这种目的性作用的是自动控制系统或装置。

在人们生活的社会中，到处都可以看到控制过程。冶金工业、石化工业、机械制造工业、电力工业等等，尤其是运载火箭、地球同步轨道卫星、宇宙飞船，不利用高度完善的自动控制系统是不可能实现的。现在，自动控制已经越出地球范围到达月球进而伸展到宇宙空间中去。不管这些控制过程发生在哪里，在人们制造的自动控制装置中也好，在当代社会经济或在动物或人的生命系统中也好，都会涉及关于统一控制过程所遵循的规律这个极其重要的概念。这个概念就是控制理论或控制论。控制理论是基于被控对象的数学模型，构建完成一定的任务要求的人造系统的普遍性原理、理论和方法。控制理论中的核心问题是反馈和优化。反馈主要是指负反馈，是实现自动控制的主要方法。因为实际的被控对象及其环境总存在各种未知因素、不确定因素和不可预测因素，人们在设计控制规律时又不得不面对这些复杂因素作出决策。一般地说，系统实际运行的性能和希望的性能之间一定存在偏差，而通过传感器及其变换元件可以测量，适时地加以调整或修正。这是一个反馈和适应的过程，从而有可能获得希望的性能。控制理论主要任务之一是以定量方式研究如何设计有效的反馈规律来保证上述目标的实现。

应当指出，反馈控制的应用不仅仅是建立在数学模型基础上的，且还不完全受模型形式的限制。但对本书来说，仅限于研究基于系统数学模型的反馈控制。

对于任何一个控制过程，总希望得到最好的性能或行为。这就要有一个指标并用这个指标去衡量所选用的控制方案是否为最优的方案或者采用的决策是否为最优决策。显然，这是一个诱人的控制问题。不过在考虑这个问题时，必须了解被控对象可能存在各种各样的限制，例如能量的限制，不能超过某个值；加速度的限制等等。一旦考虑到这些限制条件时，控制问题就是基于被控对象数学模型，在某个条件限制下寻求一个控制函数或控制规律，使系统在给定的性能指标下最优。例如最小时间控制问题、恒推力火箭发动机在给定时间内最大半径的轨道转移问题等等。这就是最优控制（优化）问题。最优控制是建立在准确的数学模型下的。如果数学模型不准，就只能得到准最优的性能了。

应当指出，控制理论来源于控制过程的实践，而控制理论又指导控制过程的实践。控制理论的作用正如著名科学家钱学森在《工程控制论》序言中写的：“建立这门技术科学，能赋予人们更宽阔、更缜密的眼光去观察老问题，为解决新问题开辟意想不到的新前景。”现在控制理论不仅在工程控制中得到广泛应用，而且已延伸到社会经济和生命科学的研究之中。

## 0.2 控制理论发展简况

理论来源于实践,又反过来指导实践。控制理论的发展过程也证明了这个真理。在控制理论未形成之前,人们对控制理论中的一个最为重要的概念——反馈就有了认识,并利用它创造一些装置或机器,最有代表性的是1765年瓦特(J.Watt)发明了蒸汽机离心调速器。在使用过程中,发现在某些条件下,蒸汽机的速度有可能自发地产生剧烈的振荡。1868年,物理学家麦克斯韦尔(J.C.Maxwell)解释了这种不稳定现象,并提出避免这种现象的调速器设计规则。通过线性常系数微分方程的系数和根的关系,推导出一个简单的代数判据。1877年和1895年两位数学家罗斯(Routh)和赫尔维茨(Hurwitz)各自独立地提出了对于高阶微分方程描述的、较为复杂系统的稳定性代数判据,至今沿用。1892年俄国数学家李亚甫诺夫(A.M.Ляпунов)发表了《论运动稳定性的一般问题》论著。他用严格的数学分析方法全面地论述了稳定性理论及方法,为控制理论奠定了坚实的基础。总之,这一时期的控制工程出现的问题多是稳定性问题,所用的数学工具是常系数微分方程。

1927年布莱克(H.S.Black)发明了负反馈放大器。20世纪30年代,美国贝尔实验室建设一个长距离电话网,需要配置高质量的高增益放大器。在使用中,放大器在某些条件下,会不稳定而变成振荡器。1932年布莱克的放大器稳定性判据由乃奎斯特(H.Nyquist)提出。这是一个频率判据。它不仅可以判别系统稳定与否,而且给出稳定裕量。1940年伯德(H.W.Bode)引入对数坐标系,使频率法更适合工程应用。1942年哈里斯(H.Harris)引入了传递函数概念。1945年伯德发表了《网络分析和反馈放大器设计》,奠定了自动控制理论的基础。1948年依万斯(W.R.Evans)提出了根轨迹法,该法指出如何靠改变系统中的某些参数去改善反馈系统动态特性的方法。这是对乃奎斯特频率法的补充。在这个期间,尼科尔(N.Nishol)和菲利浦(R.Philips)介绍了随机噪声对系统性能的影响,其理论基础是建立在维纳(Wiener)滤波理论之上的;雷加基尼(Ragazzini)和查德(Zadeh)领导40多人研究了线性采样系统。至此,对于单输入-单输出(单变量)线性定常系统为主要研究对象,以传递函数作为系统基本的描述,以频率法和根轨迹法作为系统分析和设计方法的自动控制理论建立起来了,通常称其为经典控制理论。由于这个理论采用频(复)域法研究,主要优点是:①与时域法相比,计算量小,而且有的工作可用作图法完成;②物理概念清晰;③可以用实验方法建立系统数学模型,因此受到工程技术人员的欢迎。有了理论指导,这时期的工业生产得到很快的发展。尤其是二次世界大战期间,军事上如飞机的自动导航,反情报雷达的研制,炮位跟踪系统等等均应用了反馈控制理论。

到了20世纪50年代,世界进入了一个和平发展时期。核反应堆的控制、航空和航天的控制,尤其是后者,它的特点是飞行高度高、一次性飞行、精度要求高、控制参数多等。经典控制理论就显出它的局限性,难以用来解决复杂的控制问题。而此期间,计算机发展很快,高速、高精度的数字计算机相继推出,为控制理论的发展提供了强有力的工具。这时期,最优控制(Optimal Control)方法提出来了。其理论就是1956年苏联数学家庞德里亚金(Л.С.понтрягин)的极大值原理和1957年美国学者别尔曼(Bellman)的动态规划法。到了1959年在美国达拉斯(Dallas)召开的第一次自动控制年会上,卡尔曼(Kalman)及伯策姆(Bertram)严谨地介绍了非线性系统稳定性。在他们的论文中,用基于状态变量的系统方程

来描述系统。他们讨论了自适应控制系统 (Adaptive Control System) 的问题, 并首次提出了现代控制理论。随后, 卡尔曼又发表了《控制系统的一般理论》、《线性估计和辨识问题的新结果》, 奠定了现代控制理论的基础。现代控制理论以状态空间模型为基础, 研究系统内部结构的关系, 提出了能控性、能观测性等重要概念, 提出了不少设计方法。首先获得实际应用的是 20 世纪 60 年代出现的各种空间技术, 这在相当大的程度上依赖最优控制问题的解决, 例如空间运载火箭用最少燃料消耗、最少时间送入轨道等等。然而把它用到一般工业控制中, 却遇到了一些困难。原因是: ①大多数工业对象和宇航问题不一样, 其数学模型很难精确得到; 系统的性能指标, 常给出一定范围, 不便写成明确的数学表达式; ②直接采用最优控制方法设计的控制器往往过于复杂, 不便于实际应用; ③工业上的应用, 希望投资少, 控制效果好。因此, 20 世纪 70 年代, 在状态空间法蓬勃发展的同时, 不少学者对频域法研究感兴趣, 特别值得提出的是英国学者罗森布劳克 (N.H. Rosenbrock), 他系统地、开创性地研究了如何将单变量系统的频率法推广到多变量系统的设计中。他的著名论文“采用逆乃奎斯特阵列法设计多变量系统”, 利用矩阵对角优势 (Diagonal Dominant) 概念, 把一个多变量系统的设计转化为人人熟知的多个单变量系统的设计问题。这个方法的成功带来了频域法的复兴。20 世纪 70 年代, 相继又出现了梅奈 (Mayne) 的序列回差法, 麦克法兰 (Macfarlane) 的特征轨迹法和欧文斯 (Owens) 的并矢展开法等等, 使频域法日趋完善, 这些方法被称为现代频域法。它们的一个共同特点是把一个相关联的多输入-多输出系统的设计转化为多个单输入-单输出系统的设计问题, 进而可以用任何一种经典控制理论中的方法完成系统的设计。显然对于广大熟悉单输入-单输出系统设计方法的人来说, 具有很大的吸引力。

实际上控制系统的数学模型都是在一定条件下对真实系统的一个近似描述。由于模型参数是时变的, 设计时对模型进行简化, 存在干扰和噪声等等都影响模型的准确性。一般地说, 由它们引起的模型结构或参数不是明确而肯定的, 故称为模型不确定性。对于要求高的控制系统就要考虑不确定性对系统性能的影响, 于是出现鲁棒控制 (Robust Control)。鲁棒控制对于存在模型不确定性系统来说, 就是不考虑模型不确定性时系统有某个 (些) 性能; 当考虑模型不确定时, 仍保持原来的性能, 则系统对模型不确定性来说有鲁棒性 (Robustness)。这样的控制称为鲁棒控制。现在控制理论中该分支发展很快, 方法很多。有兴趣的读者可阅读文献 [25]。

### 0.3 现代控制理论的基本内容

现代控制理论的基本内容, 主要包括四个方面:

(1) 线性多变量系统理论。这是现代控制理论中最基础、最成熟的部分。它揭示系统的内在规律, 从能控性、能观测性两个基本概念出发, 研究系统的极点配置、状态观测器设计和抗干扰问题的一般理论。

(2) 最优控制理论。在被控对象数学模型已知的情况下, 寻求一个最优控制规律 (或最优控制函数), 使系统从某一个初始状态到达最终状态并使控制系统的性能在某种意义上是最优的。

(3) 最优估计理论。在对象数学模型已知的情况下, 最优估计理论研究的问题是如何从被噪声污染的观测数据中, 确定系统的状态, 并使这种估计在某种意义上是最优的。由于噪

声是随机的，而且是非平稳随机过程（随机序列），这种情况下的状态估计是卡尔曼提出和解决的，故又称卡尔曼滤波。这种滤波方法是保证状态估计为线性无偏最小估计误差方差的估计。

(4) 系统辨识与参数估计。这是基于对象的输入、输出数据在希望的估计准则下，建立与对象等价的动态系统（即建立对象的数学模型），由于数学模型一般是由阶数和参数决定的，因此，要决定系统的阶数和参数（即参数估计）。

## 0.4 本课程的基本任务

“现代控制理论基础”是自动化专业（本科）的一门重要的专业基础课。学习这门课程的目的在于掌握现代控制理论的基本理论和基本方法，以便进行系统分析和设计，同时为进一步学习现代控制理论打下较扎实的基础。所谓系统分析，就是指在规定的条件下，对数学模型已知的系统的性能进行分析。系统分析包括定量分析和定性分析。定量分析是通过系统对某一个输入信号的实际响应来进行的；定性分析则研究系统能控性、能观测性、稳定性和关联性的一般特性。各种设计方法往往来源于系统分析。因此，系统分析是十分重要的。所谓系统设计，就是构造一个能完成给定任务的系统，这个系统具有所希望的瞬态、稳态性能以及抗干扰性能。一般地说，设计过程不是一个简单的一次能完成的过程，而是一个逐步完善的过程。在这个过程中，有可能引入补偿器或调整某些参数。

因此，本书力图达到两个目的：第一，用有效和简单可行的方法导出主要结果，得到各种设计方法。第二，使读者能够应用本书导出的结果。



# 第 1 章 控制系统的数学模型

进行系统的分析和设计，首先要建立数学模型。根据系统分析、设计所用方法的不同，或所要解决的问题的不同，描述同一系统的数学模型亦有所不同。本章介绍描述系统内部特性和端部特性的状态空间表达式以及只描述系统端部特性的传递函数（矩阵）。

## 1.1 状态空间表达式

### 1.1.1 状态、状态变量和状态空间

现以图 1-1 所示的电路为例，引出状态、状态变量和状态空间表达式。电压  $u(t)$  为电路的输入量，电容上的电压  $u_C(t)$  为电路的输出量。 $R$ 、 $L$ 、 $C$  分别为电路的电阻、电感和电容。由电路理论可知，回路中的电流  $i(t)$  和电容上电压  $u_C(t)$  的变化规律满足如下方程

$$\left. \begin{aligned} L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + u_C(t) &= u(t) \\ \frac{1}{C} \int i(t) dt &= u_C(t) \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

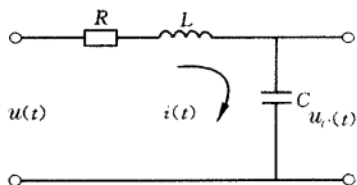


图 1-1

求解这个微分方程组，出现两个积分常数。它们由初始条件

$$\left. \begin{aligned} i(t)|_{t=t_0} &= i(t_0) \\ u_C(t)|_{t=t_0} &= u_C(t_0) \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

来确定。也就是说，欲知道  $i(t)$  和  $u_C(t)$  的变化规律，必须在知道初始值  $i(t_0)$ 、 $u_C(t_0)$  以及电路在  $t \geq t_0$  时的输入量  $u(t)$  的情况下，求解微分方程组(1-1)。因此， $i(t)$  和  $u_C(t)$  就可以表征这个电路的行为。若将  $i(t)$  和  $u_C(t)$  视为一组信息量，则这样一组信息量就称为状态。这组信息量中的每一个变量均是该电路的状态变量。

**状态变量** 系统的状态变量就是确定系统状态的最小一组变量。如果知道这些变量在任意初始时刻  $t_0$  的值以及  $t \geq t_0$  的系统输入，便能完整地确定系统在时刻  $t$  的状态。这样一组最小的变量称为系统的状态变量。这里所说的“完整”是指系统所有可能的运动情况都能表示出来；所谓“最小”即是变量的个数最少，对于这个电路来说，选择  $i(t)$ 、 $u_C(t)$  这两个变量作为状态变量就够了。再增加一个变量，例如电流  $i(t)$  的变化量  $di/dt$ ，对完整地确定电路的运动情况来说不必要；若去掉一个变量例如  $i(t)$ ，只选  $u_C(t)$  一个变量作为状态变量，又不能完整地确定系统的全部运动情况。

**状态空间** 以选择的一组状态变量为坐标轴而构成的正交空间，称为状态空间。对于上面的电路，选择了  $i(t)$ 、 $u_C(t)$  为状态变量，由  $i(t)$ 、 $u_C(t)$  为坐标轴构成的正交空间如图 1-2 所示(实际上是一个状态平面)。



系统在任意时刻的状态可以用状态空间中的一个点来表示。例如  $t_1$  时刻的状态, 在状态空间中的表示为  $M(i(t_1), u_C(t_1))$  点。状态空间中状态转移的轨线称为状态轨线。它表征系统运动的行为或形态。

### 1.1.2 状态空间表达式

描述系统输入、输出和状态变量之间关系的方程组称为系统的状态空间表达式。针对图 1-1 的电路, 方程组 1-1 可改写成

$$\begin{aligned} \frac{di(t)}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t) - \frac{u_C(t)}{L} + \frac{u(t)}{L} \\ \frac{du_C(t)}{dt} &= \frac{1}{C}i(t) \end{aligned}$$

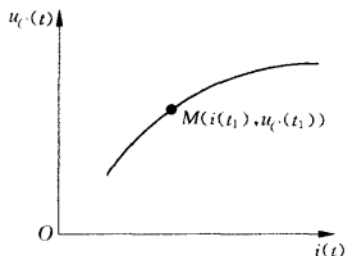


图 1-2

这个方程组描述了系统状态变量和输入量之间的关系, 称为电路的状态方程。换句话说, 状态方程就是由状态变量、输入量和电路参数构成的一阶微分方程组。为了书写简便, 统一处理, 采用向量、矩阵形式表示。即

$$\begin{bmatrix} \frac{di(t)}{dt} \\ \frac{du_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (1-3a)$$

这是一个矩阵微分方程。

若将电容上电压  $u_C$  作为电路的输出量, 则

$$u_C(t) = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix} \quad (1-3b)$$

这是联系状态变量和输出量之间关系的方程, 称为电路的输出方程或观测方程。这是一个矩阵代数方程。

如果令  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix}$ ,  $u = u(t)$ ,  $y = u_C(t)$ ,  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{C} = [0 \quad 1]$ ,

则方程(1-3)可改写成

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (1-4)$$

其中,  $\mathbf{x}$  为 2 维的状态向量;  $u$  为标量输入;  $y$  为标量输出;  $\mathbf{A}$  为  $2 \times 2$  系数矩阵;  $\mathbf{b}$  为  $2 \times 1$  输入矩阵;  $\mathbf{C}$  为  $1 \times 2$  输出矩阵。如果将电路视为一个系统, 则状态方程是描述系统状态变量和输入量之间动力学特性的方程, 是矩阵微分方程; 而输出方程是描述系统输出量和状态变量之间的变换关系, 是矩阵代数方程。系统的状态方程和输出方程合称状态空间表达式或系统动态方程或系统方程, 式(1-3)或式(1-4)就是图 1-1 所示系统的状态空间表达式。

现在将这个例子的分析结果推广到一般情况, 如图 1-3 所示。